

СПЕЦИАЛЬНЫЙ
ФИЗИЧЕСКИЙ
ПРАКТИКУМ

СПЕЦИАЛЬНЫЙ **ФИЗИЧЕСКИЙ** **ПРАКТИКУМ**

**Издание третье,
переработанное и дополненное**

Часть 1

ПОД РЕДАКЦИЕЙ А. А. ХАРЛАМОВА

Допущено Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для студентов физических специальностей
высших учебных заведений

ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1977

Рецензент:

кафедра взаимодействия излучения с веществом МФТИ

Специальный физический практикум, ч. 1, 3-е изд. М., Изд-во Моск. ун-та, 1977 г.

318 с. 161 ил.

Переработанное и дополненное издание руководства к практическим занятиям по радиофизике. В первой части собраны описания практических работ, связанных с фундаментальными вопросами физики колебаний. Это работы по исследованию линейных и нелинейных колебательных систем, параметрических и автоколебательных систем, работы по линейной и нелинейной акустике, отражающие основные современные направления этой науки, работы по экспериментальному анализу статистических свойств шума. Работы первой части составляют экспериментальную основу теоретических курсов по колебаниям и волнам, акустике и статистической радиофизике.

С $\frac{60406-107}{077(02)-77}$ 68—77

© Издательство Московского университета, 1977 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие редактора	5
Предисловие	7
I. Линейные колебательные системы	
1. Резонанс	9
2. Свободные колебания связанных маятников	17
3. Электрические фильтры	25
4. Широкополосный усилитель	33
5. Частотные свойства полупроводниковых триодов	44
6. Измерение шумов элементов радиоцепей	55
7. Исследование корреляционных свойств шума	65
8. Исследование флуктуаций интенсивности излучения методом статистики фотоотсчетов	81
9. Ядерный магнитный резонанс в жидкостях	90
II. Нелинейные и автоколебательные системы с малой нелинейностью	
1. Генератор Томсона	106
2. Явление захватывания и резонанс второго рода	112
3. Эффект «затягивания» в автоколебательной системе с двумя степенями свободы	121
4. Нелинейный и параметрический резонанс	127
5. Двухконтурный параметрический генератор и делитель частоты	135
6. Параметрический резонанс	146
7. Следящая система	166
8. Супергетеродинный радиоприемник	178
III. Нелинейные и автоколебательные системы с большой нелинейностью	
1. Автоколебательная система релаксационного типа	188
2. Генерирование пилообразных колебаний	196
3. Синхронизация релаксационного генератора	206
4. Изучение непрерывного перехода формы автоколебаний от синусоидальной к «разрывной» методом фазовой плоскости	214
5. Туннельный диод	224
6. Автоколебательная система с запаздывающей обратной связью	235
IV. Акустика	
1. Измерение скорости звука фазовым методом	243
2. Ультразвуковые волны в твердых телах	253
3. Искажение формы и поглощение мощных ультразвуковых волн в жидкостях	263

4. Исследование звукопоглощающих систем при наклонном падении звука методом малой камеры	276
5. Возбуждение и распространение гиперзвуковых волн в пьезоэлектрических кристаллах	287
6. Распространение ультразвуковых волн конечной амплитуды в жидкостях	301
7. Ультразвуковой интерферометр со стоячими волнами и измерение скорости ультразвука в жидкости	309

Приложение. Радиопрактикум	318
----------------------------	-----

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

Эта книга — руководство к практическим занятиям по радиофизике и электронике в учебных лабораториях радиофизического отделения физического факультета МГУ. Здесь собраны описания практических работ, выполняемых в настоящее время студентами факультета на III—V годах обучения.

Лабораторные работы, представленные в книге, составляют экспериментальную основу многих разделов теоретических курсов, знакомят практически с фундаментальными явлениями радиофизики и электроники, с современными приборами и методикой экспериментального исследования в этих областях науки.

Часть работ составляет обязательный цикл и выполняется всеми студентами-радиофизиками. Другие работы выполняются студентами по выбору, в соответствии с их специализацией.

Необходимые радиотехнические навыки студенты приобретают в специальной лаборатории — радиопрактикуме, где собирают и налаживают простые радиотехнические устройства. Список радиотехнических работ дан в конце I части.

С момента выхода в свет второго издания книги прошло 17 лет. Быстрое развитие радиофизики и электроники за этот период, широкое внедрение в научные исследования цифровых и аналоговых методов численного эксперимента существенно изменили состав и содержание практических работ в учебных лабораториях. Число работ увеличилось, появились новые направления и новые лаборатории. Поэтому возникла необходимость в новом издании книги.

В настоящем издании книга выпускается в трех отдельных частях.

Первая часть, включавшая во втором издании работы по исследованию колебаний в линейных, нелинейных, автоколебательных системах и акустике, полностью модернизирована и дополнена работами по параметрическим системам и экспериментальному исследованию шумов. Раздел акустики существенно обновлен работами по изучению поверхностных волн в твердых телах, нелинейной акустике и гиперзвуковым волнам в пьезокристаллах.

Вторую часть составляют работы по электронной оптике, газовой, эмиссионной и полупроводниковой электронике. Среди новых работ в этом разделе представлены: модельное изучение формирования плотных электронных пучков, растровый электронный микроскоп, цикл работ по методике исследования параметров нестационарной плазмы и физическим основам полупроводниковых приборов.

В третью часть включены работы по физике СВЧ колебаний, квантовой радиофизике, физическим основам голографии и методике цифрового и аналогового счета. Эти новейшие разделы радиофизики, кроме раздела СВЧ, в прошлых изданиях отсутствовали.

Описание каждой задачи разделено на параграфы: введение, теория, экспериментальная установка и методика измерений, упражнения. В § 1 дается краткая качественная характеристика явления (системы), ее научного и практического интереса и формулируется экспериментальная цель работы. В § 2 приводятся краткие сведения по теории явления и количественные соотношения, имеющие только непосредственное отношение к предмету измерения. Необходимые теоретические подробности читатель найдет в литературе, указанной в конце каждого описания. Такой лаконизм в параграфе «Теория» связан с экспериментальной направленностью книги и предполагает параллельное изучение теоретических курсов. Параграфы 3, 4, напротив, излагаются с достаточной подробностью. В нескольких местах книги, где такая структура оказалась неудобной (полупроводниковая электроника, голография), от нее сделаны частичные отступления.

Книга написана как учебное пособие для студентов-физиков университетов коллективом преподавателей Московского университета на основе многолетнего опыта научной и педагогической работы. Книгой могут пользоваться студенты вузов со сходной специализацией. В ней найдут полезный материал и преподаватели при организации учебных лабораторий по радиофизике и электронике.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Первая часть книги «Специальный физический практикум» содержит описания экспериментальных работ по радиофизике, выполняемых студентами старших курсов физического факультета Московского университета. В первую часть книги включены работы по исследованию линейных, нелинейных колебательных систем, параметрических и автоколебательных систем, работы по акустике.

Описания работ первой части книги составили преподаватели физического факультета: I. Линейные колебательные системы: 1 — Е. Р. Мустель; 2 — Г. А. Бендриков; 3 — Ю. И. Воронцов; 4 — А. А. Брандт; 5 — Ю. М. Азьян, К. Я. Сенаторов, Т. Н. Ястребцева; 6 — В. В. Потемкин; 7 — Ю. С. Рендель, Л. А. Шенявский; 8 — В. Г. Тункин; 9 — Ю. С. Константинов, А. М. Смирнов; II. Нелинейные и автоколебательные системы с малой нелинейностью: 1 — В. Н. Парыгин; 2 — Н. К. Манешин; 3 — В. Н. Руденко; 4 — В. Н. Парыгин; 5 — В. А. Дианов; 6 — А. А. Белов; 7 — В. И. Шмальгаузен; 8 — В. Н. Парыгин; III. Нелинейные и автоколебательные системы с большой нелинейностью: 1 — А. С. Логгинов; 2 — Е. Р. Мустель, К. Я. Сенаторов; 3 — И. И. Минакова; 4 — Т. Н. Ястребцева; 5 — Ю. И. Воронцов; 6 — Т. Н. Ястребцева; IV. Акустика: 1 — К. В. Чернышов; 2 — К. М. Иванов-Шиц, И. Ю. Солодов; 3 — В. А. Буров, К. М. Иванов-Шиц; 4 — К. А. Велижанина; 5 — К. К. Ермилин, В. Е. Лямов; 6 — К. В. Чернышов; 7 — Ф. В. Рожин.

1. ЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

1. РЕЗОНАНС

Исследуется резонансная зависимость в электрическом контуре при разном включении вынуждающей э. д. с.

§ 1. Введение

Явление резонанса состоит в резком возрастании амплитуды установившихся вынужденных колебаний при приближении частоты ω гармонической внешней силы к одной из нормальных частот ω_i данной колебательной системы. В случае негармонического внешнего воздействия на линейную колебательную систему имеет место суперпозиция резонансных явлений, возникающих под действием каждой гармонической составляющей внешней силы.

Зависимость амплитуды и фазы установившихся колебаний от ω (частотная характеристика системы) определяет реакцию колебательной системы на гармоническое внешнее воздействие. В системе с одной степенью свободы амплитудная резонансная кривая имеет один максимум вблизи собственной частоты системы.

В электрических системах вынуждающей силой может быть либо э. д. с., либо ток. Поведение контура зависит от способа подачи этого воздействия на элементы контура. Если э.д.с. вводится в контур последовательно с элементами L , C и R , то говорят о резонансе в последовательном контуре или о резонансе напряжения. Если источник тока питает параллельно включенные ветви контура с L и C , то говорят о резонансе в параллельном контуре или о резонансе токов.

Цель задачи — экспериментальное исследование зависимости амплитуды вынужденных колебаний и сдвига фаз между внешней силой и вынужденными колебаниями в последовательном и параллельном контурах в области резонанса.

§ 2. Теория

1. Резонанс в последовательном контуре (резонанс напряжений). Процессы в контуре рис. 1, на который действует внешняя гармоническая э. д. с. $E(t) = E_0 \sin \omega t$, описываются линейным дифференциальным уравнением

$$\ddot{V}_C + 2\delta\dot{V}_C + \omega_0^2 V_C = \omega_0^2 E_0 \sin \omega t, \quad (1)$$

где $V_C(t)$ — напряжение на емкости, $\delta = R/2L$ — коэффициент затухания, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ — собственная частота контура.

По прошествии времени $t > 1/\delta$ после включения э. д. с. в контуре устанавливаются вынужденные колебания, амплитуда V_{0C} и фаза ψ которых соответственно равны

$$V_{0C} = \frac{E_0}{\omega C \sqrt{(\omega L - 1/\omega C)^2 + R^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{(1 - \omega^2/\omega_0^2)^2 + \omega^2/\omega_0^2 (2\delta/\omega_0)^2}}, \quad (2)$$

$$\psi = \arctg \frac{R}{1/\omega C - \omega L} = \arctg \frac{2\delta/\omega_0 \cdot \omega/\omega_0}{1 - (\omega/\omega_0)^2}.$$

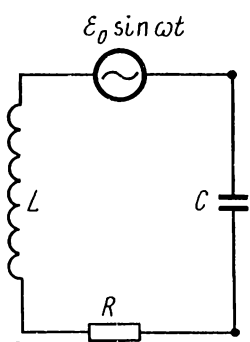


Рис. 1. Последовательный колебательный контур

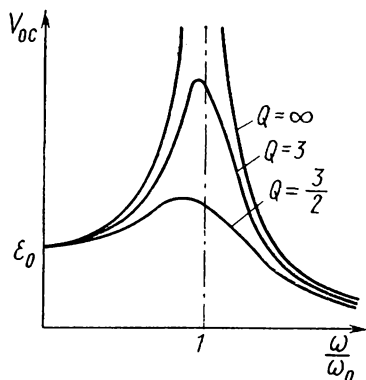


Рис. 2. Резонансные кривые для различных добротностей колебательного контура

Величина $\omega_0 L/R$ называется добротностью контура. Добротность является важной характеристикой любой колебательной системы, так как она определяет относительную убыль энергии в процессе колебаний. Добротность связана с параметрами системы:

$$Q = \omega_0 L/R = 1/\omega_0 RC = \omega_0/2\delta = \frac{1}{R} \sqrt{L/C}. \quad (3)$$

Ток в контуре

$$I = C \frac{dV_C}{dt} = I_0 \cos(\omega t - \psi),$$

где

$$I_0 = V_{0C} \omega C = \frac{E_0}{\sqrt{(\omega L - 1/\omega C)^2 + R^2}} = \frac{E_0}{|Z|},$$

$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$ — модуль полного сопротивления контура переменному току частоты ω , а $X = \omega L - 1/\omega C$ — реактивное сопротивление.

Ток достигает максимального значения при $X=0$, когда частота вынуждающей э. д. с. совпадает с собственной частотой системы: $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Максимальная амплитуда тока $I_{0\text{макс}} = E_0/R$. Контур при $\omega = \omega_0$ ведет себя как активное сопротивление величины R . В контуре существуют колебания тем большей амплитуды, чем больше его добротность.

Рассмотрим резонансные зависимости для двух случаев: а) параметры исследуемого контура остаются постоянными, изменяется частота внешней э. д. с., б) частота внешней силы задана, а изменяется собственная частота исследуемого контура ω_0 .

а. Резонансная зависимость амплитуды напряжения на емкости V_{0C} определяется соотношением (2) и приведена на рис. 2 для разных значений добротности Q . Эта кривая в общем случае не симметрична. Амплитуда V_{0C} достигает максимального значения

$$V_{0C\text{макс}} = E_0 Q / \sqrt{1 - 1/4Q^2} \quad (4)$$

при частоте внешнего воздействия $\omega_{\text{рез}} = \omega_0 \sqrt{1 - 1/2Q^2}$, отличной от собственной частоты контура ω_0 .

При больших добротностях ($Q \gg 1$) это отличие невелико, и практически можно считать, что $\omega_{\text{рез}} \approx \omega_0$. При этом $V_{0\text{макс}} \approx E_0 Q$, т. е. в Q раз больше, чем амплитуда э. д. с.

Колебательный контур интенсивно реагирует на узкий спектр частот, лежащих вблизи резонанса, и часто применяется в качестве узкополосного фильтра. С этой точки зрения имеет смысл говорить о «полосе пропускания» и избирательности контура. Под полосой пропускания понимают такой интервал частот, в пределах которого

$$(V_{0C}/V_{0C\text{макс}})^2 \geq 1/2.$$

Используя (2) и (4), получим с точностью до членов порядка $1/Q^2$ выражение для относительной полосы пропускания

$$\Delta\omega/\omega_0 = 1/Q. \quad (5)$$

На рис. 3 приведены зависимости ψ от ω/ω_0 для различных Q . При резонансе для всех Q сдвиг фаз равен $\pi/2$. Чем больше Q , тем более резко изменяется фаза вблизи резонанса. При $\omega = \omega_0$ тангенс угла наклона фазовой кривой $\psi = F(\omega/\omega_0)$ равен $2Q$.

б. В ряде практических приложений необходимо изменять собственную частоту системы, регулируя один из параметров — L или C . При этом каждой точке резонансной кривой соответствует своя добротность (3). Однако в качестве параметра резонансной кривой, определяющего ее характер, можно ввести добротность при резонансе, т. е. $Q_0 = 1/\omega RC_0$, где C_0 — резонансное значение емкости контура, ω — заданная частота внешней силы. Связь добротности Q_0 с полосой пропускания контура $\Delta\omega_0$ такая же, как и в случае а (см. (5)).

2. Резонанс в разветвленной цепи (резонанс токов). Уравнение для разветвленной цепи (рис. 4) имеет вид

$$L \frac{dI_L}{dt} + RI_L = V,$$

где V — напряжение на контуре.

$$I_L + I_C \equiv I_L + C \frac{dV}{dt} = i,$$

откуда

$$\ddot{I}_L + 2\delta \dot{I}_L + \omega_0^2 I_L = \omega_0^2 i. \quad (6)$$

Поведение параллельного контура при воздействии на него внешнего гармонического сигнала существенно зависит от соотношения между внутренним сопротивлением источника R_i и модулем

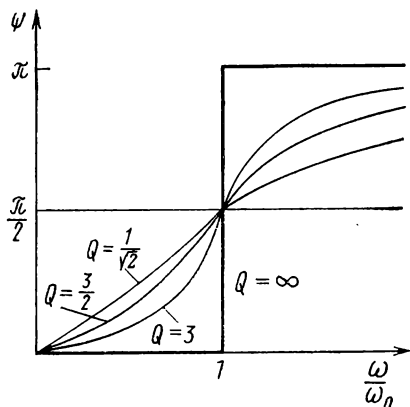


Рис. 3. Зависимость фазы вынужденных колебаний в контуре от расстройки для различных добротностей

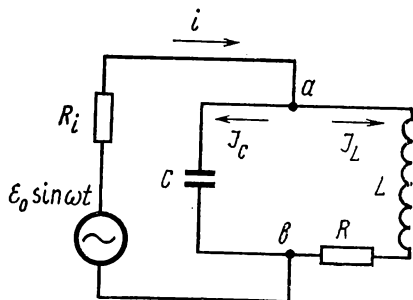


Рис. 4. Параллельный колебательный контур

комплексного сопротивления контура $|Z_{ab}|$. Рассмотрим два предельных случая: а) $R_i \gg |Z_{ab}|$, б) $R_i \ll |Z_{ab}|$.

В случае а) ток i определяется только внутренним сопротивлением источника: $i = E_0/R_i$. Источник такого типа носит название генератора тока, так как амплитуда тока в общей цепи не зависит от сопротивления Z_{ab} : $i = i_0 \sin \omega t$. Тогда уравнение (6) для токов в разветвленном контуре совпадает с уравнением для напряжения (1), написанным для последовательной цепи, в которой задавалась э. д. с. Зависимость амплитуды тока в индуктивной ветви I_{0L} от частоты имеет резонансный характер:

$$I_{0L} = \frac{i_0}{\omega C \sqrt{(\omega L - 1/\omega C)^2 + R^2}} = \frac{i_0}{\omega C |Z|}.$$

Аналогичное выражение можно получить и для амплитуды тока в емкостной ветви. Поэтому резонанс в разветвленной цепи, в отличие от резонанса в последовательном контуре, называется резонансом токов. Форма резонансной кривой и полоса пропускания контура совпадают с полученными ранее (см. (2) и (5)). Существенная разница состоит в том, что здесь задается не э. д. с., а сила тока через контур.

Резонансный характер имеет также зависимость напряжения на контуре $V_{ab} = i_0 Z_{ab}$ от частоты ω .

Сопротивление контура

$$Z_{ab} = \frac{R + j\omega L}{j\omega C(R + jX)} = \frac{1}{\omega C |Z|^2} [R(\omega L + X) - j(R^2 - \omega LX)].$$

Отсюда

$$|Z_{ab}| = R \sqrt{\frac{1 + (\omega Q/\omega_0)^2}{[1 - (\omega/\omega_0)^2]^2 + (\omega/\omega_0 Q)^2}}. \quad (7)$$

Зависимость $|Z_{ab}|$ от ω/ω_0 носит резонансный характер. При $\omega = \omega_0$ сопротивление разветвленного контура максимально. Для $Q \gg 1$ его можно считать активным и равным

$$|Z_{ab}|_{\text{рез}} \approx RQ^2 = L/RC.$$

Если $i_0 = \text{const}$, то зависимость V_{ab} от ω определяется (7), т. е. имеет резонансный характер.

В случае б) ($R_i \ll |Z_{ab}|$) амплитуда напряжения на контуре постоянна и равна E_0 . Источник такого типа носит название генератора напряжения. Ток в общей цепи равен $i = E/Z_{ab}$. Амплитуда тока i_0 при резонансе принимает минимальное значение. Амплитуды токов в отдельных ветвях

$$I_{0L} = E_0 / \sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}; \quad I_{0C} = E_0 \omega C$$

меняются с частотой монотонно.

Единственной величиной, изменяющейся по резонансному закону, является сопротивление контура $|Z_{ab}|$. Поэтому явление резонанса в разветвленном контуре при заданной внешней э. д. с. называют резонансом сопротивлений.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Исследование резонансных явлений производится на установке, схема которой приведена на рис. 6. Источником переменной э. д. с. является генератор гармонических колебаний ГС, частоту которого можно изменять в диапазоне 220—280 кГц. Гармонические колебания подаются на сетку усилительной лампы 6Ж4. Переключатель П имеет два положения — РН и РТ. В первом — к аноду лампы 6Ж4 подключается катушка L_2 , индуктивно связанная с исследуемым контуром $L_3 C_3$ (резонанс напряжений). При втором

положении переключателя П в анодную цепь лампы включается контур L_3C_3 (резонанс токов). Напряжение на контуре (клеммы К) измеряется катодным вольтметром ВК₁ (ВК7—9). Для проверки постоянства амплитуды э. д. с., задаваемой в контур при исследовании резонанса напряжений, и амплитуды тока через контур (при резонансе токов) в схему включен вольтметр ВК₂. Схема вольтметра включает диод Д, цепь RC и гальванометр Г. Градуировка генератора и контура L_3C_3 по частоте производится с помощью волномера, которым в данном случае является специально градуированный контур $L_4L_5C_4$, слабо связанный с контуром L_3C_3 (переключатель П в положении РТ).

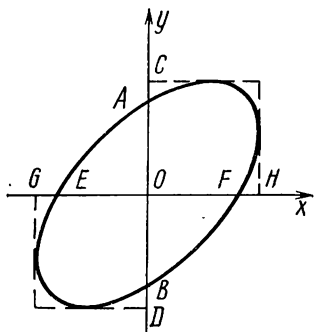


Рис. 5. Фигуры Лиссажу

Частота генератора определяется методом «отсасывания». При выключенном волномере конденсатором C_3 настраивают контур в резонанс с частотой генератора по максимальному показанию ВК₁. Затем включают волномер и изменением емкости его конденсатора C_5 добиваются минимального показания ВК₁, что соответствует настройке волномера в резонанс как с частотой генератора, так и с частотой контура L_3C_3 . По графику градуировки волномера находят эту частоту. Устанавливая ручку настройки частоты генератора ГС в различные положения, можно проградуировать генератор и контур в интересующем нас интервале частот. Во всех последующих упражнениях волномер должен быть выключен.

Для измерения сдвига фаз φ напряжение с анода лампы 6Ж4 через катодный повторитель подается на клеммы А.

Метод измерения фазового сдвига по фигурам Лиссажу состоит в следующем. Если на вертикальные и горизонтальные пластины осциллографа поданы два гармонических напряжения: $U_1 \sin \omega t$ и $U_2 \sin(\omega t + \varphi)$, сдвинутых по фазе на угол φ , то луч на экране осциллографа в момент t будет отклонен от центра экрана в горизонтальном направлении на величину

$$x = K_1 U_1 \sin \omega t$$

и в вертикальном направлении на величину

$$y = K_2 U_2 \sin(\omega t + \varphi),$$

где K_1 — чувствительность трубки по горизонтали, K_2 — по вертикали.

За период луч описывает на экране осциллографа эллиптическую траекторию

$$y = K_2 U_2 \left[\frac{x}{K_1 U_1} \cos \varphi + \sin \varphi \sqrt{1 - (x/K_1 U_1)^2} \right].$$

При $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ и $270^\circ < \varphi < 360^\circ$ большая ось эллипса лежит в I и III квадрантах, а при $90^\circ < \varphi < 270^\circ$ — во II и IV квадрантах. Таким образом, по положению эллипса относительно координатных осей можно определить область значений φ , а зная $\sin \varphi$, — и саму фазу. На оси $X=0$

$$y(0) = K_2 U_2 \sin \varphi, \quad \sin \varphi = y(0)/K_2 U_2,$$

где $K_2 U_2$ — амплитуда отклонения луча в вертикальном направлении.

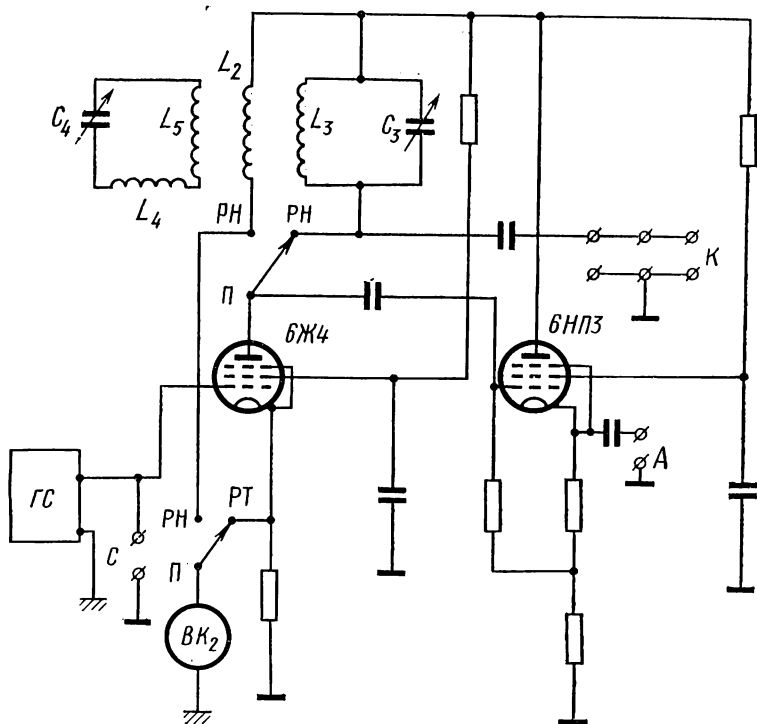


Рис. 6. Электрическая схема экспериментальной установки

Таким образом, измерение фазы сводится к измерению отрезков $OA(AB)$ и $OC(CD)$ (рис. 5) и вычислению их отношения

$$y(0)/K_2 U_2 = AB/CD.$$

Можно измерить φ и при $y=0$, тогда для нахождения φ получаем условие

$$\sin \varphi = x(0)/K_1 U_1 = \frac{EF}{GH}.$$

Метод фигур Лиссажу практически дает ошибку 20—25%. Она обусловлена толщиной линии развертки и тем, что сигнал от гене-

ратора не является абсолютно гармоническим. Наибольшая точность получается при $CD=GH$. Поэтому при измерении фазы желательно регулировать усиление по каналам X и Y так, чтобы выполнялось это равенство.

§ 4. Упражнения

1. Проградуировать генератор и контур L_3C_3 по частоте.

2. Исследование резонанса напряжений. Резонанс напряжений исследуется в контуре L_3C_3 (переключатель Π в положении РН). При снятии резонансных кривых последовательного контура амплитуда внешнего воздействия должна быть постоянной. Внешнее воздействие (э. д. с.) пропорционально напряжению на катушке L_2 . Поэтому необходимо с помощью потенциометра поддерживать постоянной амплитуду этого напряжения. Постоянство амплитуды контролируется вольтметром BK_2 .

При исследовании резонанса напряжений снимают резонансные кривые и фазовые характеристики при трех условиях:

1. Параметры исследуемого контура не меняются в течение всего опыта. Изменяется частота внешнего воздействия вблизи собственной частоты исследуемого контура и измеряется амплитуда напряжения на контуре L_3C_3 . Одновременно по методике, описанной выше, измеряется разность фаз ψ между колебаниями в контуре и вынуждающей силой. Перед измерениями необходимо определить паразитный сдвиг фаз, вносимый осциллографом. Для этого на оба входа осциллографа следует подать одно и то же напряжение, например, с клемм A . Измеренный паразитный сдвиг фаз должен быть учтен при определении зависимости фазы от частоты.

2. Параллельно контуру (клеммы K) включают шунтирующее сопротивление $r_1=51$ кОм; $r_2=24$ кОм. Для каждого сопротивления снимается резонансная кривая и фазовая характеристика контура.

3. Частота внешнего воздействия не меняется. Снимается резонансная кривая при изменении емкости исследуемого контура C_3 (без шунтирующих сопротивлений).

На основании измерений построить семейство кривых в безразмерных единицах при разных сопротивлениях, а именно: отношение амплитуд $V_{0c}/V_{0c\max}$ как функцию отношения частот ω/ω_0 и фазовые характеристики $\psi=F(\omega/\omega_0)$.

По амплитудным резонансным кривым определить полосу пропускания контура, сопротивление контура и его добротность. Определить добротность также по фазовым характеристикам.

3. Исследование резонанса токов. Резонанс токов изучается на разветвленном контуре L_3C_3 (переключатель Π в положении РТ). Изменяется частота внешнего воздействия вблизи собственной частоты контура и измеряется амплитуда напряжения на контуре

L_3C_3 . Резонансная кривая снимается при условии постоянства амплитуды тока через контур L_3C_3 и при неизменных параметрах этого контура. Постоянство амплитуды тока контролируется вольтметром ВК₂. По полученным данным построить кривую

$$V_{0C}/V_{0C\text{макс}} = f(\omega/\omega_0).$$

4. Исследование резонансного усилителя. Лампа 6Ж4 с контуром L_3C_3 , включенным в анодную цепь, представляет собой резонансный усилитель. Вход усилителя — клеммы С, выход — клеммы К.

Снять резонансную кривую усилителя при определенной частоте контура. Постоянство амплитуды входного сигнала контролируется с помощью осциллографа, подключенного к клеммам С. Определить коэффициент усиления. Амплитуду сигнала на входе измерить, используя калибратор осциллографа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. М., «Наука», 1964.
2. Горелик Г. С. Колебания и волны. М., ГТТИ, 1959.

2. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СВЯЗАННЫХ МАЯТНИКОВ

Изучаются закономерности собственных колебаний в линейных системах на примере связанных маятников.

§ 1. Введение

Многие задачи из самых различных областей науки и техники приводят к анализу малых колебаний в системах с сосредоточенными параметрами. Любой процесс в таких системах описывается изменением во времени обобщенных координат, связанных между собой системой линейных дифференциальных уравнений [1, 2]. Исследовать закономерности собственных колебаний в линейной системе с многими степенями свободы удобно на простейшем примере систем этого класса — консервативной системе с двумя степенями свободы. Такую систему, достаточно наглядную и удобную для экспериментального изучения, представляют собой два тяжелых маятника, связанных пружиной, при малом затухании (рис. 1).

В реальной системе даже при малом трении за достаточно большой промежуток времени колебания прекращаются. Однако сравнение процессов, происходящих в реальной системе с малым затуханием, и процессов, описываемых теоретической моделью без затухания, возможно так как за время измерения колебательных

процессов в реальной системе энергия системы практически не изменяется.

Цель работы состоит в том, чтобы экспериментально исследовать зависимость нормальных частот и коэффициентов распределения от расстройки и связи.

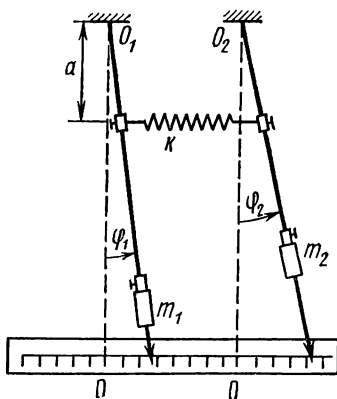


Рис. 1. Связанные маятники

§ 2. Теория

Примем в качестве координат углы отклонения маятников от положения равновесия φ_1 и φ_2 (m_1 и m_2 — массы маятников; l_1 и l_2 — расстояния от точек подвеса маятников O_1 и O_2 до центров тяжести масс m_1 и m_2 ; K — коэффициент упругости пружины и a — расстояние от точек подвеса маятников до места крепления пружины). Полагая массу стержней и пружины равными нулю, а углы φ_1 и φ_2 достаточно малыми, запишем потенциальную и кинетическую энергию:

$$U = \frac{m_1 g l_1 \varphi_1^2}{2} + \frac{m_2 g l_2 \varphi_2^2}{2} + \frac{K a^2 (\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}, \quad (1)$$

$$T = \frac{J_1 \dot{\varphi}_1^2}{2} + \frac{J_2 \dot{\varphi}_2^2}{2}.$$

Уравнения движения

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 + n_1^2 \varphi_1 - \lambda_1 \varphi_2 &= 0, \\ \ddot{\varphi}_2 + n_2^2 \varphi_2 - \lambda_2 \varphi_1 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$n_1^2 = \frac{m_1 g l_1 + K a^2}{m_1 l_1^2}, \quad n_2^2 = \frac{m_2 g l_2 + K a^2}{m_2 l_2^2}; \quad (3)$$

$$\lambda_1 = \frac{K a^2}{J_1}, \quad \lambda_2 = \frac{K a^2}{J_2}. \quad (4)$$

Закрепляя второй маятник в положении равновесия ($\varphi_2=0$), получим парциальную систему для координаты φ_1 . Уравнение движения первого маятника примет вид $\ddot{\varphi}_1 + n_1^2 \varphi_1 = 0$, где n_1 — парциальная частота первого маятника. Аналогичное уравнение будет для n_2 . В уравнениях движения взаимодействие между парциальными системами представлено членами $\lambda_2 \varphi_1$ и $\lambda_1 \varphi_2$. Коэффициент связи системы (в данном случае силовой)

$$\gamma^2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{n_1^2 n_2^2}. \quad (5)$$

Изучаемая система имеет слабую силовую связь:

$$\lambda_1 \ll n_1^2 \quad \text{и} \quad \lambda_2 \ll n_2^2. \quad (6)$$

Общее решение системы уравнений движения можно записать в виде

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= A_1 \cos(\omega_1 t + \psi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \psi_2), \\ \varphi_2 &= k_1 A_1 \cos(\omega_1 t + \psi_1) + k_2 A_2 \cos(\omega_2 t + \psi_2), \end{aligned} \quad (7)$$

где амплитуды колебаний A_1 и A_2 и начальные фазы ψ_1 , ψ_2 определяются начальными условиями, ω_1 и ω_2 — собственные (нормальные) частоты, корни биквадратного уравнения

$$\begin{aligned} \omega^4 - (n_1^2 + n_2^2) \omega^2 + n_1^2 n_2^2 - \lambda_1 \lambda_2 &= 0, \\ 2\omega_{1,2}^2 &= n_1^2 + n_2^2 \pm \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)^2 + 4\lambda_1 \lambda_2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Коэффициенты распределения нормальных колебаний по координатам $\varphi_{1,2}$

$$2k_{1,2} = \frac{1}{\lambda_1} \left(n_1^2 - n_2^2 \mp \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)^2 + 4\lambda_1 \lambda_2} \right). \quad (9)$$

Верхний знак перед корнем в уравнениях относится к ω_1 и k_1 , а нижний — к ω_2 и k_2 .

Движение каждого маятника совершается с различными частотами $\omega_{1,2}$ и потому негармонично. Эти колебания представляют собой две компоненты нормального колебания, отношение амплитуд которых равно k_1 для ω_1 и k_2 для ω_2 . Хотя исследуемая система имеет малый коэффициент связи (5), однако возможно и слабое и сильное влияние парциальных систем друг на друга.

Взаимодействие парциальных систем (взаимный обмен энергией) определяется коэффициентом связанности [2]

$$\sigma = \frac{2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}}{|n_1^2 - n_2^2|} = \gamma \frac{2n_1 n_2}{|n_1^2 - n_2^2|}. \quad (10)$$

При слабой связанности $4\lambda_1 \lambda_2 \ll (n_1^2 - n_2^2)^2$. Коэффициенты распределения нормальных колебаний и собственные частоты принимают значения

$$k_1 \approx -\frac{\lambda_2}{n_1^2 - n_2^2}, \quad k_2 \approx \frac{n_1^2 - n_2^2}{\lambda_1}, \quad (11)$$

$$\omega_1^2 \approx n_1^2 + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{n_1^2 - n_2^2}, \quad \omega_2^2 \approx n_2^2 - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{n_1^2 - n_2^2}, \quad (12)$$

где $|k_1| \ll 1 \ll |k_2|$, а собственные частоты ω_1 и ω_2 мало отличаются от парциальных частот системы n_1 и n_2 .

При предельно сильной связанности ($n_1=n_2=n$)

$$k_1 = -\sqrt{\frac{J_1}{J_2}}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{J_1}{J_2}}, \quad (13)$$

$$\omega_1^2 = n^2 + \sqrt{\lambda_1 \lambda_2}, \quad \omega_2^2 = n^2 - \sqrt{\lambda_1 \lambda_2}. \quad (14)$$

В этом случае собственные частоты наиболее далеки от парциальных. Коэффициенты распределения равны по модулю и не зависят от λ_1 и λ_2 , т. е. даже при сколь угодно малой связи энергия каждого собственного колебания равномерно распределена по парциальным системам.

Колебания с более высокой частотой (ω_1) в разных парциальных системах всегда находятся в противофазе ($k_1 < 0$), а колебания с меньшей частотой (ω_2) происходят в фазе ($k_2 > 0$).

Энергетическое взаимодействие при полной связанности ($n_1 = n_2$) проявляется наглядно при следующих начальных условиях:

$$\varphi_1 = C, \quad \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0,$$

для которых, согласно (13) и (7), $A_1 = A_2 = C/2$ и $\psi_1 = \psi_2 = 0$. Решение (7) удобно представить в виде

$$\varphi_1 = C \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \cdot \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t, \quad (15)$$

$$\varphi_2 = C \sin \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \cdot \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t.$$

На рис. 2, а изображены колебания (биения) системы. Здесь происходит полная перекачка энергии из одной парциальной системы в другую с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}. \quad (16)$$

Колебание φ_2 достигает максимума, когда φ_1 становится равным нулю, и наоборот. При неравных парциальных частотах ($n_1 \neq n_2$) энергия перекачивается неполностью (рис. 2, б).

Для определения коэффициентов распределения используем соотношения между k_1 и k_2 и максимальными отклонениями маятников (амплитудами биений A и B). Задавая начальные условия

$$\varphi_1 = C, \quad \varphi_2 = 0, \quad \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0,$$

получим максимальное отклонение второго маятника

$$\varphi_{2\max} = \pm \frac{2Ck_1k_2}{k_1 - k_2} = A. \quad (17)$$

Отклоняя второй маятник на угол C , т. е. задавая начальные условия $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = C, \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$, получим максимальное отклонение первого маятника

$$\Phi_{1\max} = \mp \frac{2C}{k_1 - k_2} = B. \quad (18)$$

Отсюда коэффициенты распределения нормальных колебаний

$$k_1 = \frac{-C - \sqrt{C^2 - AB}}{B},$$

$$k_2 = \frac{C - \sqrt{C^2 - AB}}{B}. \quad (19)$$

Таким методом определяются экспериментально значения k_1 и k_2 для различных n_1 и n_2 . При равных парциальных частотах $C=A=B$ и $k_1=-1$; $k_2=1$.

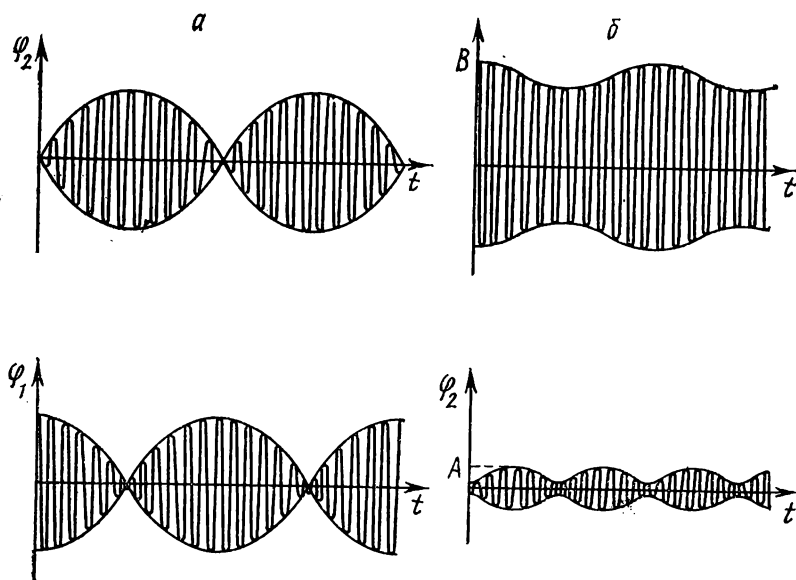


Рис. 2. Явление биений: *a* — полная перекачка энергии ($\sigma \gg 1$); *b* — неполная перекачка энергии ($\sigma \ll 1$)

Для наглядного представления зависимости нормальных частот от параметров колебательной системы на рис. 3 представлен график Вина [1, 2]. На графике представлены в безразмерном виде значения корней частотного уравнения (8)

$$Z^2 - (1 + \xi)Z + \xi(1 - \gamma^2) = 0 \quad (20)$$

как функции расстройки ξ при $\gamma = \text{const}$ ($0 < \gamma < 1$). Здесь $Z = (\omega/n_1)^2$ — квадрат безразмерной собственной частоты, $\xi = n_2^2/n_1^2$ — расстройка.

Вводя расстройку в формуле (9), получим

$$k_{1,2} = \frac{n_1^2}{2\lambda_1} [1 - \xi \mp \sqrt{(\xi - 1)^2 + 4\gamma^2\xi}]. \quad (21)$$

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

При проведении эксперимента и сравнении полученных результатов с теорией необходимо иметь в виду, что реальная система обладает затуханием и что теория справедлива только для малых колебаний. Это ограничивает возможности при измерениях: например, для очень слабой связи время перекачки энергии становится настолько большим, что колебания могут затухнуть. При малых амплитудах колебаний становится заметным влияние сухого трения. Для амплитуд колебаний, больших $20\text{--}25^\circ$, уже сказываются нелинейные свойства системы — зависимость частоты колебаний от амплитуды.

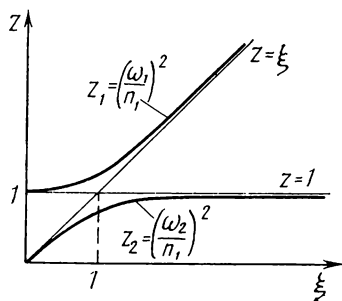


Рис. 3. График Вина

В опытах маятники следует отклонять примерно на 5 см от положения равновесия. Отсчет отклонения производится по шкале, прикрепленной внизу (рис. 1). При больших амплитудах и больших связях заметно влияние неравномерности растяжения и сжатия

пружины (при сжатии происходит провисание пружинки). Период колебаний определяется по секундомеру. Для большей точности результатов следует измерять время возможно большего количества колебаний. Измерения следует повторить несколько раз и взять среднее из результатов.

Изменение коэффициента связанности достигается или изменением величины a (рис. 1), или расстройкой парциальных частот (меняется длина маятника). В опытах при увеличении расстройки ξ коэффициент связи γ не остается постоянным, а уменьшается. Это следует учитывать при анализе экспериментальных графиков и сравнении их с теоретическими (рис. 3).

§ 4. Упражнения

I. Измерения при равных парциальных частотах маятников $n_1=n_2$.

1. Измерение собственных (ω_1 и ω_2) и парциальных ($n_1=n_2=n$) частот при изменении $\lambda=\lambda_1=\lambda_2$.

До начала измерений устанавливают грузы на одинаковой высоте и закрепляют в определенном положении a пружинку связи. После этого, закрепив один из маятников в положении равновесия и отклонив второй на 5 см, измеряют парциальные частоты $n_{1,2}$. При совпадении значений парциальных частот ($n_1=n_2$) приступают к измерениям собственных частот. Задают начальные условия $\varphi_1=-\varphi_2 \neq 0$ (маятники отклоняют в разные стороны от положения равновесия) и $\dot{\varphi}_1=\dot{\varphi}_2=0$ (маятники отпускают без толч-

ка) для ω_1 и $\varphi_1 = \varphi_2 \neq 0$ (оба маятника отклоняют в одну сторону от положения равновесия) для ω_2 .

Измерения следует производить, начиная с больших a , для 5—10 положений пружины. Для каждого положения установки пружины измерить n , ω_1 и ω_2 . Результаты упражнения представить в виде графиков зависимостей: а) ω_1^2 и ω_2^2 от a^2 и б) n^2 от a^2 . Построить здесь же график теоретической зависимости (14).

2. Измерение частоты биений $\Omega = \omega_1 - \omega_2$ или частоты полной перекачки энергии из одной парциальной системы в другую ($n_1 = n_2$).

Маятники запускают из положения, когда $\varphi_2 \neq 0$, $\varphi_1 = 0$ и $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$. Когда амплитуда колебаний φ_2 становится равной нулю, амплитуда φ_1 достигает максимума. После этого начинается перекачка энергии от первого маятника ко второму и т. д. В опыте надо наблюдать, как при перекачке энергии второй маятник все время отстает по фазе от первого. После перекачки энергии от одного маятника к другому происходит смена фазы. Для большей точности необходимо производить измерения в течение нескольких периодов биений. Отсчеты начинать с момента остановки одного из маятников.

Эти измерения удобно проводить параллельно п. 1 для тех же значений a .

Результаты опытов представить в виде графика зависимости частоты биений Ω от a^2 . Сравнить Ω с разностями собственных частот $\omega_1 - \omega_2$, полученными в предыдущем упражнении.

Найти значения коэффициентов распределения для случая равных парциальных частот по формуле (19).

II. Измерения при различных парциальных частотах $n_1 \neq n_2$.

Для определения коэффициентов распределения k_1 и k_2 и частоты биений Ω установить m_1 в фиксированном положении несколько ниже середины стержня маятника, а m_2 закреплять в разных положениях, чтобы получить расстройки парциальных частот n_2/n_1 , большие, меньшие и равные единице. Всего взять 7—10 точек для измерений. Пружину связи закрепить достаточно низко, чтобы лучше различать частоты и иметь возможность передвигать груз m_2 вниз и вверх.

После этого произвести для каждого положения m_2 следующие опыты.

1. Измерение парциальных частот n_1 и n_2 (см. п. 1 упр. I).

2. Измерение коэффициентов распределения нормальных колебаний k_1 и k_2 .

Задают начальные условия $\varphi_1 = C$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \varphi_2 = 0$ и измеряют максимальный размах колебаний второго маятника $2A$. Затем задают такое же по величине начальное отклонение второго маятника ($\varphi_2 = C$, $\varphi_1 = \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$) и измеряют максимальный размах колебаний первого маятника. По формулам (19) вычисляют k_1 и k_2 .

3. Измерения собственных, или нормальных, частот ω_1 и ω_2 .

Примем, что $\omega_1 > \omega_2$, тогда колебания с частотой ω_1 происходят в противофазе, а колебания с частотой ω_2 — в фазе. В первом случае начальные отклонения надо задавать в противоположных направлениях от положения равновесия.

Для определения ω_1 (m_2 ниже m_1) задают начальные условия $\varphi_1 = b$, $\varphi_2 = k_1 b$ ($k_1 < 0$), $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$. Колебания обоих маятников совершаются с частотой ω_1 . Если при данных начальных условиях имеет место перекачка энергии, то необходимо внести поправку в начальные условия и повторить опыт.

Для определения ω_2 задаем начальные условия: $\varphi_2 = b$, $\varphi_1 = b/k_2$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$. Чтобы получить более точные результаты, опыт повторяют несколько раз.

4. Измерения частоты биений, или частоты (частичной) перекачки энергии Ω .

Задают начальные условия: $\varphi_1 = b$, $\varphi_2 = \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$ и измеряют частоту биений (см. п. 2 упр. I). Во время опытов следят за изменением фаз маятников при перекачке энергии из одного маятника в другой. Полученные значения Ω сравнивают с разностью собственных частот, полученных в предыдущих опытах.

Результаты представить в виде графиков:

а) $(\omega_1/n_1)^2$ и $(\omega_2/n_1)^2$ как функции от $(n_2/n_1)^2$ (сравнить их с теоретическим графиком Вина), который получается при заданном γ (см. п. 5);

б) k_1 и k_2 как функции от $(n_2/n_1)^2$ (при построении графика учитывать знаки коэффициентов).

5. Измерение коэффициентов λ_1 и λ_2 .

Опускают пружинку связи достаточно низко. Задают статические отклонения ($\leq 20^\circ$) первому маятнику $\varphi_{1\text{стат}}$ и измеряют статические отклонения второго маятника.

Из уравнений (2) следует

$$n_1^2 \varphi_{1\text{стат}} = \lambda_1 \varphi_{2\text{стат}}, \quad \lambda_1 = n_1^2 \varphi_{1\text{стат}} / \varphi_{2\text{стат}}.$$

Аналогично находят

$$\lambda_2 = n_2^2 \varphi_{2\text{стат}} / \varphi_{1\text{стат}}.$$

Для достаточно малых значений a точность измерений λ_1 и λ_2 становится малой, поэтому значения λ_1 и λ_2 определяют по формулам (4), используя значения $\lambda_{1,2}$, измеренных для больших a .

6. Вычислить коэффициент связи и коэффициент связанности σ по данным предыдущих измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. М., «Наука», 1964.
2. Мандельштам Л. И. Лекции по теории колебаний. М., «Наука», 1972.
3. Асеев Б. П. Основы радиотехники. М., Связьиздат, 1947.
4. Рэлей. Теория звука, т. 1, гл. IV, V. М., Гостехиздат, 1955.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ

Изучаются явления, происходящие в реактивных фильтрах нижних частот.

§ 1. Введение

Электрическими фильтрами называют четырехполюсники, которые пропускают сигналы без изменения их амплитуды только в определенном диапазоне частот, который называют полосой пропускания, или зоной прозрачности фильтра. Остальная часть шкалы частот называется полосой задерживания фильтра.

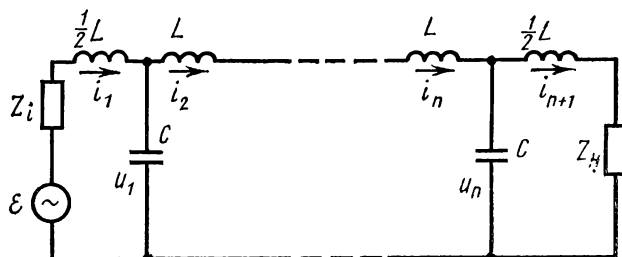


Рис. 1. Схема фильтра нижних частот

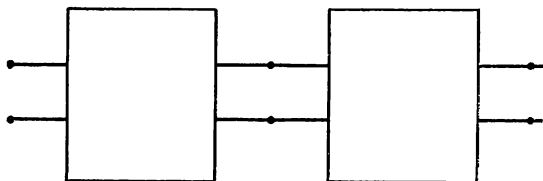


Рис. 2. Соединение четырехполюсников в цепную схему

Фильтры нижних частот (НЧ) имеют полосу пропускания $(0, \omega)$, фильтры верхних частот — (ω, ∞) , заграждающие фильтры — $(0, \omega_1)$ и (ω_2, ∞) .

В зависимости от вида составляющих элементов фильтры бывают реактивные (состоящие из реактивных элементов: катушек индуктивности и конденсаторов), безындуктивные (состоящие из конденсаторов и сопротивлений), пьезоэлектрические.

В этой задаче исследуются фильтры, состоящие из реактивных элементов, собранных в цепные схемы (рис. 1), состоящие из ряда четырехполюсников, соединенных последовательно, т. е. входные зажимы каждого последующего четырехполюсника соединяют с выходными зажимами предыдущего (рис. 2). Отдельные четырехполюсники цепи называют звеньями этой цепной схемы.

Каждое звено может быть представлено некоторой эквивалентной схемой. Минимальное число ветвей эквивалентной схемы че-

тырехполюсника в общем случае равно трем. Поэтому простейшей эквивалентной схемой звена являются Т-образные и П-образные схемы (рис. 3). Каждая ветвь этих звеньев может содержать несколько элементов. Эквивалентные Т- и П-образные схемы, соответствующие цепным схемам на рис. 1 и 2, показаны на рис. 4.

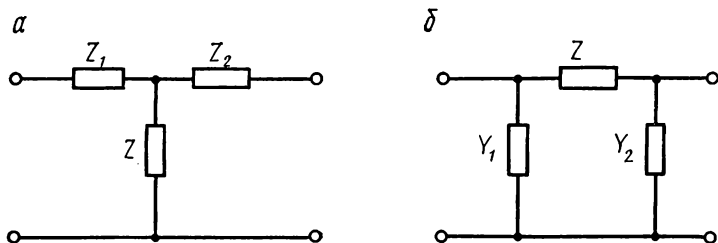


Рис. 3. Т- и П-образные схемы

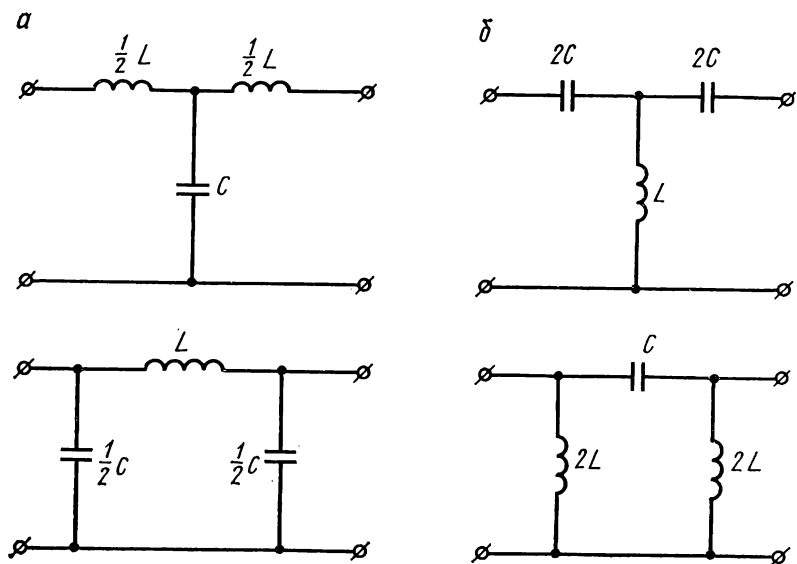


Рис. 4. Эквивалентные Т- и П-образные схемы звеньев

В данной работе изучаются вынужденные колебания в реактивных фильтрах как в колебательных системах со многими степенями свободы при различных граничных условиях.

§ 2. Теория

Для стационарных гармонических процессов в цепочке, состоящей из произвольных Т-образных четырехполюсников (рис. 5), уравнения имеют вид

$$\frac{1}{2} Z_1 (\tilde{I}_{s+1} + \tilde{I}_s) = \tilde{V}_s - \tilde{V}_{s+1}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} Z_1 \tilde{I}_s + (\tilde{I}_s - \tilde{I}_{s+1}) Z_2 = \tilde{V}_s;$$

граничные условия

$$\left(\frac{1}{2} Z_1 + Z \right) \tilde{I}_1 + Z_2 (\tilde{I}_1 - \tilde{I}_2) = \tilde{\epsilon}_0, \quad (2)$$

$$\left(\frac{1}{2} Z_1 + Z_H \right) \tilde{I}_H - (\tilde{I}_H - \tilde{I}_N) Z_2 = 0.$$

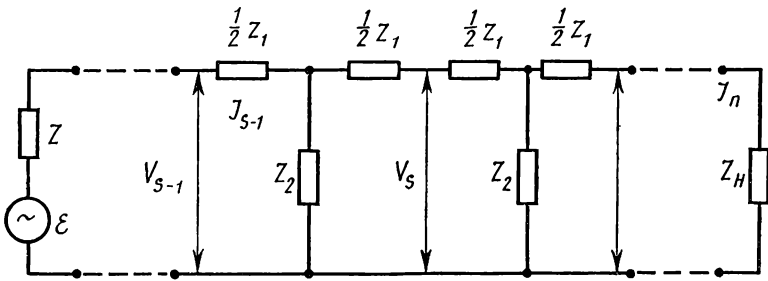


Рис. 5. Цепочка Т-образных четырехполюсников

В силу идентичности четырехполюсников отношение $\tilde{V}_s/\tilde{V}_{s+1}$ не зависит от номера звена s , т. е.

$$\tilde{V}_{s+1} = \tilde{V}_s e^{\pm i\beta}. \quad (3)$$

Аналогично

$$\tilde{I}_{s+1} = \tilde{I}_s e^{\pm i\beta}. \quad (4)$$

Следовательно, полное решение уравнений (1) имеет вид

$$\tilde{V}_{s+1}(\omega) = \tilde{A} e^{-i\beta s} + \tilde{B} e^{i\beta s}, \quad (5)$$

$$\tilde{I}_{s+1}(\omega) = \frac{\tilde{A} e^{-i\beta s} - \tilde{B} e^{i\beta s}}{Z_1/2 + (1 - e^{-i\beta}) Z_2}, \quad (5a)$$

а колебания в системе описываются функцией

$$V_{s+1}(t) = \tilde{V}_{s+1}(\omega) e^{i\omega t} = \tilde{A} e^{i(\omega t - \beta s)} + \tilde{B} e^{i(\omega t + \beta s)}, \quad (6)$$

$$I_{s+1}(t) = \frac{\tilde{A} e^{i(\omega t - \beta s)} - \tilde{B} e^{i(\omega t + \beta s)}}{Z_1/2 + (1 - e^{-i\beta}) Z_2}. \quad (6a)$$

Эти колебания можно рассматривать как сумму двух волн, одна из которых бежит влево по цепи, а другая вправо.

Понятие волны в цепной схеме отличается от соответствующего понятия в распределенной системе, например в двухпроводной линии. Когда мы говорим, что в цепи распространяется волна напряжения, то имеем в виду, что заданная фаза колебания напряжения на емкости перемещается со временем от звена к звену. Скорость смещения фазы (фазовая скорость сигнала)

$$v_{\phi} = \omega/\beta \quad (7)$$

и измеряется в единицах [звеньев/с], β — сдвиг фазы между соседними звеньями.

Подставляя (3) и (4) в (1), получим

$$\beta = 2 \arcsin \sqrt{-\frac{Z_1}{4Z_2}}. \quad (8)$$

В зависимости от отношения $Z_1/4Z_2$ величина β может быть либо действительной, либо комплексной величиной. В первом случае решение (6) будет соответствовать сумме незатухающих волн, а во втором — затухающих. В цепи могут распространяться незатухающие волны только в том случае, когда β действительна, т. е.

$$-1 < Z_1/4Z_2 < 0. \quad (9)$$

Частоты, при которых эти неравенства превращаются в равенства, называются критическими частотами фильтра (ω_c). Если (9) выполняется только в диапазоне $0 \leq \omega \leq \omega_c$, то цепь — фильтр НЧ. Если же (9) выполняется только при $\omega > \omega_c$, то цепь — фильтр верхних частот.

Кроме параметров цепи v_{ϕ} и ω_c фильтры характеризуются волновым сопротивлением ρ , входным сопротивлением $Z_{вх}$, коэффициентом передачи K .

Волновым сопротивлением цепи называют отношение напряжения к току в бегущей волне одного направления. Из (6) получим (для цепи, состоящей из Т-звеньев)

$$\rho_T = Z_1/2 + (1 - e^{-i\beta}) Z_2. \quad (10)$$

Подставив в (10) β из (8а), получим

$$\rho_T = \sqrt{Z_1 Z_2} \sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}. \quad (10a)$$

Для цепи, изображенной на рис. 1,

$$\rho_T = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{1 - \frac{\omega^2 LC}{4}}. \quad (11)$$

Волновое сопротивление зависит от частоты. Однако при $\omega \ll \omega_c = 2/\sqrt{LC}$ оно действительно и при $\omega \ll \omega_c$

$$\rho_T \approx \sqrt{L/C}. \quad (12)$$

Волновое сопротивление цепи, состоящей из П-звеньев,

$$\rho_{\Pi} = \sqrt{Z_1 Z_2} / \sqrt{1 + Z_1 / 4Z_2}. \quad (13)$$

Постоянная распространения β остается такой же, как и в линии с Т-звеньями. Несовпадение ρ_{Π} и ρ_{Π} объясняется тем, что при разбиении на звенья Т-типа напряжение определяется в средней точке индуктивности L , а при разбиении на звенья П-типа — на емкости C .

Входным сопротивлением цепи называют отношение напряжения к току на входе:

$$Z_{\text{вх}} \equiv \frac{\tilde{V}_1(\omega)}{\tilde{I}_1(\omega)} = \rho \frac{\tilde{A} + \tilde{B}}{\tilde{A} - \tilde{B}}. \quad (14)$$

Входное сопротивление равно волновому только в том случае, когда в цепи реализуется режим чисто бегущей волны ($\tilde{B}=0$). Когда $\tilde{A}=\tilde{B}$, т. е. на входе цепи совпадают амплитуды и фазы прямой и обратной волн напряжения, а волны тока приходят в противофазе, то $Z_{\text{вх}} \rightarrow \infty$. Когда же $\tilde{A}=-\tilde{B}$, то $Z_{\text{вх}}=0$. Амплитуда и фаза обратной волны определяются величиной β , количеством звеньев и условиями отражения на конце цепи. Если нагрузка цепи имеет импеданс $Z_{\text{н}}$, то коэффициент отражения волны напряжения

$$\gamma \equiv \frac{V_{\text{отр}}}{V_{\text{пад}}} = \frac{Z_{\text{н}} - \rho}{Z_{\text{н}} + \rho}. \quad (15)$$

В силу (5), (5a)

$$V_{\text{н}} = V_{\text{пад}} + V_{\text{отр}} = V_{\text{пад}}(1 + \gamma),$$

$$I_{\text{н}} = I_{\text{пад}} - I_{\text{отр}} = I_{\text{пад}}(1 - \gamma)$$

($V_{\text{н}}$, $I_{\text{н}}$ — напряжение и ток нагрузки; $V_{\text{пад}}$, $I_{\text{пад}}$, $V_{\text{отр}}$, $I_{\text{отр}}$ — напряжения и токи в падающей и отраженной волнах). Поделив одно равенство на другое, получим (15). Отраженная волна будет отсутствовать ($B=0$) только при $Z_{\text{н}}=\rho$. Это равенство называют условием согласования цепи с нагрузкой. Волновое сопротивление ρ в полосе пропускания фильтра является действительной величиной, но зависит от частоты. Поэтому согласование цепи с активной нагрузкой невозможно в широком диапазоне частот. В фильтре НЧ ρ практически не зависит от частоты лишь при $\omega \ll \omega_c$.

Коэффициентом передачи K фильтра называют отношение выходного сигнала к входному. Когда внутреннее сопротивление генератора много меньше входного сопротивления цепи, то

$$K = \tilde{V}_{\text{н}} / \tilde{\epsilon}_0.$$

Найдем связь между $\tilde{\epsilon}_0$ и $\tilde{V}_{\text{н}}$. Рассмотрим для этого рис. 6. Обозначим напряжение в начале цепи, соответствующее волне, бегущей вправо, через x_1 (эта волна создается генератором и отра-

женной от начала цепи волной). Тогда напряжение в волне, падающей на нагрузку, равно $x_1 e^{-i\beta N}$, а отразится от нагрузки напряжение $\gamma x_1 e^{-i\beta N}$. Отраженная от нагрузки волна придет к началу цепи в виде $\gamma x_1 e^{-2i\beta N}$. После отражения этой волны вправо пойдет волна $-\gamma x_1 e^{-2i\beta N}$ (коэффициент отражения напряжения от этого конца цепи равен -1). Очевидно, в стационарном режиме эта волна в сумме с ε_0 должна быть равна x_1 , т. е.

$$x_1 = \tilde{\varepsilon}_0 / (1 + \gamma e^{-2i\beta N}). \quad (16)$$

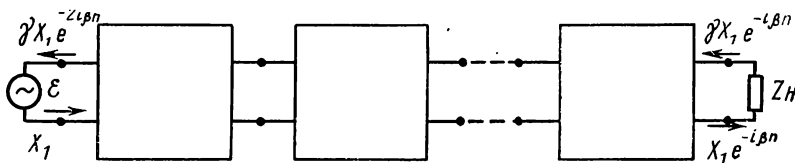


Рис. 6

Напряжение на нагрузке равно сумме падающей и отраженной волн

$$\tilde{V}_H = x_1 e^{-i\beta N} (1 + \gamma) = \frac{\tilde{\varepsilon}_0 (1 + \gamma) e^{-i\beta N}}{1 + \gamma e^{-2i\beta N}}. \quad (17)$$

1. В случае разомкнутой цепи ($Z_H = \infty$, $\gamma = 1$)

$$\left| \frac{\tilde{V}_H}{\tilde{\varepsilon}_0} \right| = \sqrt{2 / (1 + \cos 2\beta N)}. \quad (18)$$

Максимум этой величины достигается при

$$2\beta N = (2m + 1)\pi. \quad (19)$$

Подставив β из (8), получим уравнение для определения резонансных частот цепочки, разомкнутой на конце, когда на входе ее действует генератор напряжения

$$\sqrt{Z_1 / 4Z_2} = \sin \frac{(2m + 1)\pi}{4N}. \quad (20)$$

Для фильтра НЧ (рис. 1)

$$\omega_m^0 = \frac{2}{\sqrt{LC}} \sin \frac{(2m + 1)\pi}{4N}. \quad (20a)$$

Эти частоты совпадают с собственными частотами цепи, разомкнутой на одном конце и замкнутой на другом [1]. Можно показать, что если на вход цепи включить генератор тока, то резонанс имеет место на частотах, удовлетворяющих условию

$$\sqrt{Z_1 / 4Z_2} = \sin \frac{m\pi}{2N}. \quad (21)$$

В случае фильтра НЧ

$$\omega_m^\infty = \frac{2}{\sqrt{LC}} \sin \frac{m\pi}{2N}. \quad (21a)$$

Эти частоты равны собственным частотам разомкнутой на концах цепи [1].

2. В случае $Z_H=0$ напряжение на конце линии равно нулю, ток максимален. Так как ток в нагрузке равен разности между падающей волной тока и отраженной, то

$$\tilde{I}_H = \frac{x_1}{\rho} e^{-i\beta N} (1 - \gamma) = \frac{\tilde{\varepsilon}_0}{\rho} \frac{(1 - \gamma) e^{-i\beta N}}{1 + \gamma e^{-2i\beta N}}. \quad (22)$$

Так как при $Z_H=0$ $\gamma=-1$, то

$$\left| \frac{\tilde{I}_H}{\tilde{\varepsilon}_0/\rho} \right| = \sqrt{2/(1 - \cos 2\beta N)}. \quad (23)$$

Таким образом, резонанс в линии, на одном конце которой действует генератор напряжения, а другой коротко замкнут, имеет место на частотах, совпадающих с (21a) [1].

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Установка состоит из платы, на которой собран фильтр НЧ ($L=70$ мкГн, $C=700$ пФ) и переменное сопротивление, используемое в качестве нагрузки.

В работе используется: генератор стандартных сигналов (ГЗ-7А), вольтметр катодный (ВКЛ-9), осциллограф (СІ-5). (При работе с генератором ГЗ-7А необходимо пользоваться специальным кабелем с делительной колодкой.)

При измерении фазовой скорости напряжение на пластины осциллографа следует подавать непосредственно, минуя усилитель «Х», так как последний может вносить дополнительный сдвиг фаз, зависящий от положения ручки «уровень синхронизации». Сигнал на пластины «Х» нужно подавать с высоковольтного выхода генератора (~ 30 В). Сигнал на вход фильтра можно взять с низковольтного выхода.

§ 4. Упражнения

Перед измерением характеристик фильтра необходимо:

- 1) рассчитать фазовую скорость в фильтре НЧ по формуле

$$v_\phi = \omega/2 \arcsin \frac{1}{2} \sqrt{1 - Z_1/Z_2}$$

$$(\text{при } \omega/\omega_c \ll 1 \quad v_\phi \approx \omega/\sqrt{1 - Z_1/Z_2}),$$

построить дисперсионную кривую;

- 2) определить критическую частоту, используя (9);

3) вычислить волновое сопротивление фильтра при $\omega \ll \omega_c$ и $\omega = 0,9 \omega_c$;

4) вычислить собственные частоты фильтра по формулам (20a) и (21a).

1. Определение волнового сопротивления фильтра НЧ. Включив на конце фильтра переменное сопротивление, найти такое его значение, при котором осуществляется режим чисто бегущей волны на частотах $\omega \ll \omega_c$. Это имеет место, когда равны напряжения на всех звеньях цепочки. (Величину сопротивления измерить с помощью омметра.)

2. Снятие частотной характеристики фильтра НЧ. Снять по точкам частотную характеристику при сопротивлении нагрузки, равном волновому, при $\omega \ll \omega_c$ и $\omega = 0,9 \omega_c$.

3. Снятие дисперсионной кривой. Для определения фазовой скорости сигнала используется метод определения разности фаз сигналов по фигурам Лиссажу. Чтобы сократить время измерения, фазовая скорость определяется только на таких частотах, при которых разность фаз между входным и выходным сигналами равна $n\pi$, где n — целое. Измерения начинаются со столь низких частот, при которых заведомо сдвиг фаз $< \pi$. Затем, плавно меняя частоту, нужно искать последовательно частоты, соответствующие сдвигу фаз на π , 2π , 3π и т. д. Разделив этот сдвиг фаз ($n\pi$) на количество звеньев в цепи, получим значение β на данной частоте. Фазовая скорость может быть определена из соотношения (7). Измерения проводить при сопротивлении нагрузки, равном волновому для $\omega \ll \omega_c$.

4. Определение резонансных частот разомкнутого на конце фильтра НЧ. При выполнении этого упражнения условия в начале линии должны быть близки к условиям короткого замыкания либо холостого хода, а конец линии должен быть разомкнут. Чтобы ускорить определение резонансных частот, их предварительно рассчитывают по формуле (20a) или (21a).

5. Снятие распределения амплитуд при резонансе в разомкнутом на конце фильтре НЧ. Снять распределение амплитуд по звеньям фильтра для первых трех тонов цепи при условиях упр. 4.

6. Определение резонансных частот замкнутого фильтра НЧ.

1. Рассчитать резонансные частоты по формуле (21a) или (20a).

2. Включить на конце линии сопротивление много меньше ρ ($\approx 0,05 \rho$). Измеряя напряжение на этом сопротивлении, определить частоты, при которых на конце цепи имеется максимум тока. Снять распределение амплитуд напряжений для основного тона колебаний фильтра с замкнутыми концами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. М., «Наука», 1964.
2. Нейман Л. Р., Демирчан К. С. Теоретические основы электротехники, т. 1. Л., «Энергия», 1967.

4. ШИРОКОПОЛОСНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ

Изучаются методы наблюдения и коррекции частотной характеристики широкополосных усилителей.

§ 1. Введение

Широкополосными усилителями называют усилители с верхней граничной частотой порядка сотен килогерц и выше, одновременно имеющие большое отношение (порядка 10^5) верхней граничной частоты к нижней. В ряде случаев полоса пропускания усилителя на резисторах оказывается недостаточной. В связи с этим возникает задача расширения полосы пропускания.

Полосу пропускания от нескольких Гц до 100 МГц следует считать предельной для усилителей на современных пентодах с высоким значением крутизны характеристики и при применении сложных цепей коррекции. Необходимость получения более широкой полосы усиливаемых частот заставляет переходить к другим схемам усилителей, например распределенным, параметрическим, работающим на других принципах.

В настоящей задаче исследуется широкополосный усилитель на пентодах с простейшими корректирующими цепями в областях высоких и низких частот.

§ 2. Теория

Схема усилителя напряжения на резисторах изображена на рис. 1, а, где R_a — сопротивление анодной нагрузки, $C_g R_g$ — переходная цепь для связи со следующим каскадом. Упрощенная эквивалентная схема усилителя изображена на рис. 1, б, где общая паразитная емкость каскада

$$C_{\Pi} = C_{\text{ак}} + C_{\text{м}} + (C_{\text{вх}})_{\text{дин}}, \quad (1)$$

$C_{\text{ак}}$ — емкость между анодом и катодом (выходная емкость лампы), $C_{\text{м}}$ — емкость монтажа, $(C_{\text{вх}})_{\text{дин}}$ — входная динамическая емкость следующего каскада.

Все элементы рассматриваемой цепи входят в анодную нагрузку Z_a каскада. Комплексный коэффициент усиления каскада по напряжению

$$K = \frac{-SR_i}{\left(1 + \frac{R_i}{R_a} + \frac{R_i}{R_g}\right) + j \left[\omega R_i C - \frac{1}{\omega R_g C_g} \left(1 + \frac{R_i}{R_a}\right) \right]}, \quad (2)$$

R_i — внутреннее сопротивление лампы.

Для частоты ω_0 , называемой квазирезонансной, при которой мнимая часть знаменателя (2) обращается в нуль, коэффициент усиления достигает своей максимальной величины:

$$K = K_0 = -SR_0,$$

где $R_0 = \frac{R_i R_a R_g}{R_a R_i + R_a R_g + R_g R_i}$ — эквивалентное сопротивление.

Для области высоких частот $\omega_b \gg \omega_0$ можно пренебречь вторым слагаемым в квадратных скобках знаменателя (2) по сравнению с первым, а в области нижних частот $\omega_n \ll \omega_0$ в квадратных скобках знаменателя (2) можно пренебречь первым слагаемым по сравнению со вторым.

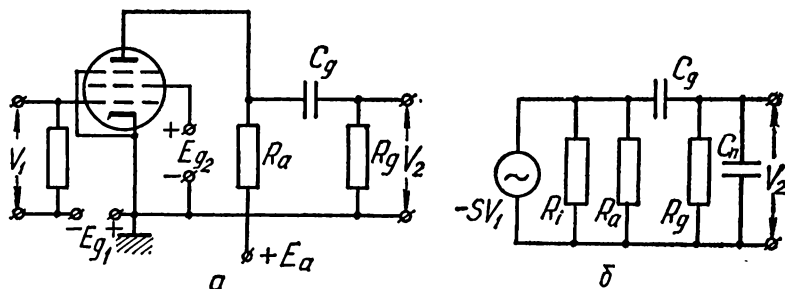


Рис. 1. а — схема усилителя, б — эквивалентная схема усилителя

Для случая, практически всегда имеющего место при работе на пентоде, $R_i \gg R_a$ и $R_g \gg R_a$, эквивалентное сопротивление R_0 мало отличается от R_a , в связи с чем формулы для коэффициентов усиления на квазирезонансной, высокой и низкой частотах приобретают вид:

$$|K_0| = SR_a, \quad (3)$$

$$|K_b| = \frac{SR_a}{\sqrt{1 + (\omega_b R_a C_n)^2}}, \quad (4)$$

$$|K_n| = \frac{SR_a}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega_n R_g C_g}\right)^2}}. \quad (5)$$

В соответствии с формулами (4) и (5) эквивалентная схема усилительного каскада (рис. 1, б) в области высоких частот содержит только паразитную емкость C_n , в то время как в области низких частот — только емкость C_g . Уменьшение коэффициента усиления в области нижних частот связано с делением напряжения на делителе, образованном конденсатором C_g и сопротивлением R_g .

Полоса пропускания усилительного каскада определяется как разность частот, на которых усиление падает до $0,7 K_0$. Записывая

отношения K_v/K_0 , K_n/K_0 и полагая их равными 0,7, получим соотношения для верхней и нижней частот полосы пропускания:

$$f'_v = \frac{1}{2\pi R_a C_{\Pi}}, \quad (6a)$$

$$f'_n = \frac{1}{2\pi R_g C_g}. \quad (6б)$$

Умножая полосу пропускания усилительного каскада $\Delta f \approx f'_v$ на коэффициент усиления $K_0 = SR_a$ на квазирезонансной частоте, получим

$$\Delta f |K_v| = \frac{S}{2\pi C_{\Pi}} = \text{const} \quad (7)$$

основное соотношение для усилительного каскада, показывающее, что коэффициент усиления K_0 и полоса пропускания Δf не являются независимыми друг от друга.

Коррекция частотной характеристики усилителя. Задачей коррекции является расширение частотной характеристики усилителя, причем все корректирующие цепи не должны оказывать влияния на коэффициент усиления в области средних частот.

Схема широкополосного усилителя с простейшими цепями коррекции по низким и высоким частотам изображена на рис. 2. Введение корректирующей индуктивности L_a увеличивает импеданс анодной нагрузки, а следовательно, и усиление каскада в области высоких частот. В области низких частот возрастает импеданс фильтра $R_{\phi}C_{\phi}$, который входит в состав анодной нагрузки.

Для того чтобы элементы коррекции L_a , C_{ϕ} и R_{ϕ} не влияли на работу усилителя на средних частотах, лежащих вблизи квазирезонансной частоты ω_0 , необходимо ограничить их величины

$$\omega_0 L_a \ll R_a, \quad \frac{1}{\omega_0 C_{\phi}} \ll R_a.$$

Точные же значения величин L_a , C_{ϕ} и R_{ϕ} определяются при детальном рассмотрении работы схемы на нижних и верхних частотах.

Коррекция в области высоких частот. Эквивалентная схема усилительного каскада с цепью коррекции в области высоких

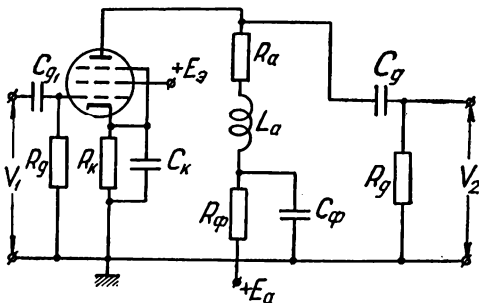


Рис. 2. Схема усилителя с коррекцией в области высоких и низких частот

частот приведена на рис. 3, а. Для импеданса анодной нагрузки может быть написано соотношение (при $R_a \ll R_i$ и $R_a \ll R_g$)

$$Z_a = \frac{(R_a + j\omega_b L_a) / j\omega_b C_{\pi}}{R_a + j\omega_b L_a + 1/j\omega_b C_{\pi}},$$

модуль которого (после введения обозначений

$$\omega_b C_{\pi} R_a = x \text{ и } L_a / C_{\pi} R_a^2 = Q^2)$$

$$|Z_a| = R_a \sqrt{\frac{1 + x^2 Q^2}{(1 - x^2 Q^2)^2 + x^2}},$$

где Q — добротность колебательного контура, образованного индуктивностью L_a , паразитной емкостью C_{π} и сопротивлением анодной нагрузки R_a .

Модуль коэффициента усиления каскада в области высоких частот

$$|K_b| = S |Z_a|.$$

Видно, что усиление каскада возрастает (при $Q > 0,5$) вблизи резонансной частоты колебательного контура $L_a C_{\pi}$.

Оптимальный вид частотной характеристики достигается при $Q = 0,64$, когда частотная характеристика имеет равномерный ход без провалов и подъемов. Таким образом, для осуществления коррекции в области высоких частот необходимо выбрать значение корректирующей индуктивности

$$L_a = 0,41 R_a^2 C_{\pi}, \quad (8)$$

при которой $Q = 0,64$. Как видно из рис. 4, использование корректирующей индуктивности позволяет расширить полосу усиливаемых частот в 1,72 раза по сравнению с полосой без коррекции.

Коррекция в области низких частот. Из формулы (6б) следует то, что расширение полосы в области низких частот ω_n достигается увеличением постоянной времени $R_g C_g$ переходной цепи. Однако значительное увеличение емкости переходного конденсатора C_g связано с увеличением его геометрических размеров, которое приводит к увеличению паразитной емкости C_{π} и затрудняет коррекцию в области высоких частот. Величина сопротивления R_g , в свою очередь, ограничена сеточным током и выбирается обычно в пределах, не превышающих 1—2 МОм. Кроме того, значительное увеличение постоянной времени $R_g C_g$ переходной цепи приводит к увеличению времени установления выходного напряжения усилителя, например, при резких изменениях входного напряжения.

В силу этого низкочастотные искажения в широкополосных усилителях компенсируют при помощи фильтров, содержащих реактивные элементы. Наиболее простым фильтром является фильтр последовательной компенсации $R_{\phi} C_{\phi}$, изображенный на

рис. 2 и на эквивалентной схеме для области низких частот (рис. 3, б).

Модуль коэффициента усиления на низких частотах

$$|K_H| = SR_a \sqrt{\frac{(1 + R_a/R_\phi)^2 + (\omega_H R_a C_\phi)^2}{(R_a/R_\phi)^2 + (\omega_H R_a C_\phi)^2}} \sqrt{\frac{(\omega_H R_g C_g)^2}{1 + (\omega_H R_g C_g)^2}}.$$

При выводе предполагается, что $R_a \ll R_i$ и проводимость переходной цепочки $C_g R_g$ много меньше проводимости цепи, составленной из элементов R_a , R_ϕ и C_ϕ .

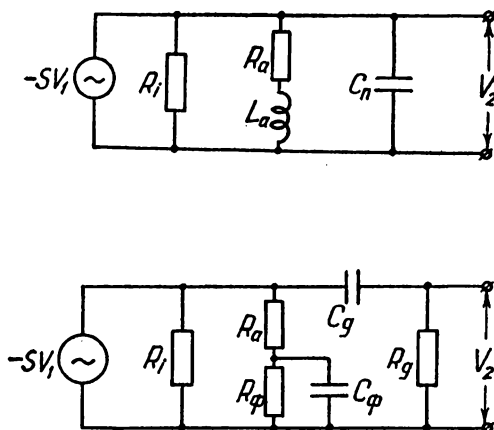


Рис. 3. Эквивалентная схема усилителя с коррекцией в области высоких (а) и низких (б) частот

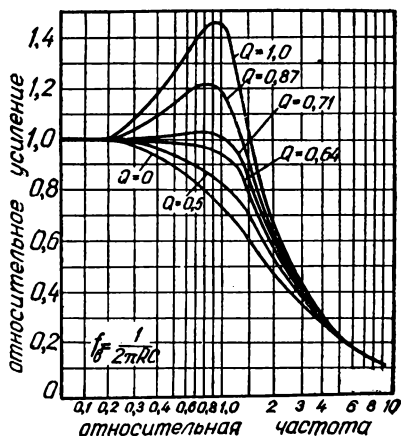


Рис. 4. Вид частотных характеристик в зависимости от добротности корректирующего контура

Для того чтобы коэффициент усиления на низких частотах не уменьшался с понижением частоты, а был равен $K_0 = SR_a$, необходимо, чтобы выполнялось условие

$$|K_H|/SR_a = 1,$$

которому можно удовлетворить, выбрав параметры схемы

$$R_\phi \gg R_a, \quad R_a C_\phi = R_g C_g. \quad (9)$$

Задача коррекции в области низких частот сводится, таким образом, к удовлетворению условий (9), причем

$$C_\phi = C_g \frac{R_g}{R_a},$$

а R_ϕ берут обычно порядка (5—10) R_a , так как чрезмерное увеличение R_ϕ вызывает необходимость значительного увеличения напряжения \mathcal{E}_a источника питания.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Существует несколько методов изучения частотных характеристик усилителей. Наиболее трудоемким является метод снятия характеристики по точкам, когда на вход усилителя подается напряжение с выхода генератора стандартных сигналов, а на выходе усилителя напряжение измеряется, например, ламповым вольтметром, обладающим малой входной емкостью. Изменяя частоту генератора и находя отношение выходного напряжения усилителя к входному, можно получить зависимость коэффициента усиления от частоты, т. е. частотную характеристику усилителя. При этих измерениях амплитуда напряжения генератора стандартных сигналов не должна выходить за пределы линейного участка амплитудной характеристики усилителя для предотвращения искажений, связанных с нелинейностью характеристики лампы.

Ниже рассматриваются два метода исследования частотных характеристик усилителей (или других четырехполюсников), дающих наглядное представление о всей (или части) полосе пропускания, что позволяет легко настраивать усилители, изменяя величины корректирующих элементов.

1. Метод частотных характеристик. На вход усилителя подается квазигармоническое напряжение (постоянной амплитуды), частота которого плавно изменяется, охватывая всю или некоторую часть полосы пропускания усилителя. Напряжение на выходе усилителя наблюдается при помощи осциллографа, развертка которого синхронизована с процессом изменения частоты.

Для этих измерений разработаны специальные приборы типа ИЧХ (измеритель частотных характеристик), позволяющие наблюдать на экране электронно-лучевой трубки частотную характеристику испытуемого усилителя.

2. Метод переходных характеристик состоит в том, что на вход усилителя подается периодическая последовательность прямоугольных импульсов напряжения, форма которых на выходе исследуемого усилителя наблюдается визуально при помощи осциллографа. Искажения формы выходных импульсов по сравнению с формой входных позволяют судить о частотной характеристике усилителя в пределах всей полосы пропускания. На рис. 5, а изображена переходная характеристика при подаче на вход усилителя перепада напряжения, изображенного пунктиром. Для удобства выходное напряжение приведено по масштабу к входному умножением на $1/K_0$.

«Завал» переднего фронта выходного напряжения связан с наличием паразитной емкости C_{π} , заряд которой через сопротивление анодной нагрузки R_a не позволяет напряжению на аноде лампы измениться скачком. Таким образом, кривая АБ представляет собой экспоненту с законом изменения

$$V_2 = V_1 K_0 [1 - \exp(-t/\tau_a)], \quad (10)$$

где $\tau_a = R_a C_{\pi}$ — постоянная времени анодной цепи.

Измеряемой величиной является так называемое время установления $t_{уст}$ — промежуток времени, за который выходное напряжение изменяется от 0,1 до 0,9 своего максимального установившегося значения $V_1 K_0$. Записывая согласно (10) соответствующие моменты времени для указанных значений напряжения, получим

$$t_{уст} = (t)_{0,9} - (t)_{0,1} = 2,2 R_a C_{п}. \quad (11)$$

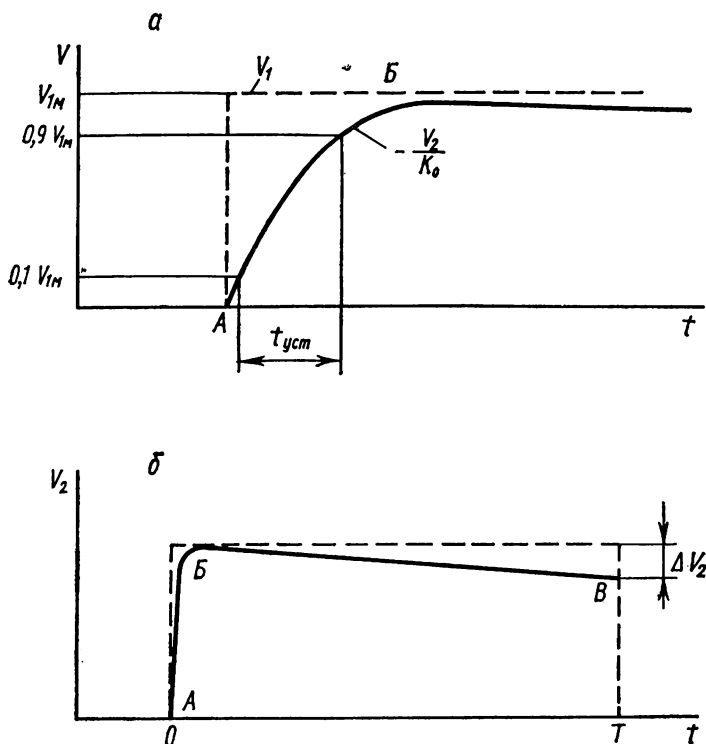


Рис. 5. Переходная характеристика усилителя в области высоких (а) и низких (б) частот

Используя соотношение (6а) для верхней граничной частоты полосы пропускания усилителя без коррекции, можно установить связь

$$t_{уст} = 0,35 / f'_в. \quad (12)$$

Таким образом, измеряя на экране осциллографа $t_{уст}$, можно определить верхнюю границу полосы пропускания усилителя или по $f'_в$ найти время установления — параметр усилителя, важный при усилении импульсных сигналов.

При исследовании усилителей по переходным характеристикам в области верхних частот следует обратить особое внимание на

длительность фронта входного импульса. Так, например, если данный усилитель имеет верхнюю граничную частоту $f'_в = 1$ МГц, то согласно (13) его время установления $t_{уст} = 0,35$ мкс. Следовательно, для испытания этого усилителя по переходной характеристике на его вход следует подать импульс с длительностью переднего фронта по крайней мере на порядок меньше, чем время установления усилителя, т. е. приблизительно 0,03 мкс. Это ограничивает возможности данного метода.

Для исследования усилителей по переходным характеристикам в области нижних частот необходимо рассмотреть поведение плоской части выходного импульса при подаче на вход усилителя прямоугольного импульса продолжительностью T .

Спад плоской вершины импульса (рис. 5, б) происходит за счет того, что переходная емкость C_g начинает заряжаться (или разряжаться) с момента подачи на вход усилителя импульса при $t=0$. Зарядный (или разрядный) ток этой емкости имеет максимум в момент $t=0$ ($t_{уст} \ll T$), а затем уменьшается по экспоненциальной кривой БВ. Падение напряжения на сопротивлении R_g за счет протекания этого тока и представляет собой выходное напряжение V_2 усилительного каскада

$$V_2 = V_1 K_0 \exp(-t/\tau_g), \quad (13)$$

где $\tau_g = R_g C_g$ — постоянная времени переходной цепи.

Записывая значения выходных напряжений в начале $t=0$ и в конце импульса $t=T$, получим выражение для спада плоской вершины импульса

$$|\Delta V_2| = (V_2)_{t=0} - (V_2)_{t=T} = K_0 [1 - \exp(-T/\tau_g)]$$

или для относительного спада p

$$p = \frac{\Delta V_2}{V_1 K_0} = 1 - \exp(-T/\tau_g). \quad (14)$$

При $\tau_g \gg T$, что обычно имеет место в широкополосных усилителях, правую часть последнего выражения можно разложить в ряд по степеням T/τ_g . Ограничиваясь первым членом разложения, получим

$$p = T/\tau_g = T/R_g C_g. \quad (15)$$

Используя формулу (6б) для нижней границы $f'_н$ полосы пропускания усилителя без коррекции, можно получить связь между $f'_н$ и относительным спадом p плоской вершины прямоугольного импульса

$$p = 2\pi T f'_н. \quad (16)$$

Измеряя спад плоской вершины выходного импульса, можно определить нижнюю границу полосы пропускания исследуемого усилителя.

Длительность импульса, предназначенного для исследования усилителя в области низких частот, выбирается из тех соображений, чтобы за время T относительный спад плоской вершины не превышал 20%, так как в противном случае разложение в ряд дает большую погрешность. Нецелесообразно также брать такие длительности импульсов, при которых относительный спад принимает слишком малые значения, в силу того, что при этом возрастает ошибка определения относительного спада.

При измерении времени установления $t_{уст}$ исследуемого усилителя необходимо принимать во внимание время установления широкополосного усилителя осциллографа прибора ИПХ, а также время установления самого импульса

$$t_{уст} = \sqrt{(t_{уст})_{общ}^2 - (t_{уст})_{ипх}^2}, \quad (17)$$

где $t_{уст}$ — время установления исследуемого усилителя, $(t_{уст})_{общ}$ — общее время установления, наблюдаемое на экране осциллографической трубки, $(t_{уст})_{ипх}$ — суммарное время установления широкополосного усилителя прибора ИПХ и установления импульса. Найдя таким образом $t_{уст}$ по формуле (12), можно определить верхнюю граничную частоту f_v исследуемого усилителя.

Оба описанных метода исследования широкополосных усилителей — метод частотных характеристик и метод переходных характеристик — экспериментально дополняют друг друга и по своей физической сущности представляют собой практически одно и то же. При исследовании усилителя методом частотных характеристик на вход усилителя подается гармоническое напряжение, частота которого (при неизменной амплитуде) последовательно проходит всю область частот полосы пропускания Δf . При подаче же на вход усилителя периодической последовательности импульсов с длительностью фронта τ_f на вход усилителя одновременно подаются все частоты спектра, простирающегося приблизительно от нуля до частоты $1/\tau_f$. При длительности фронта импульсов $\tau_f = (2-1) \cdot 10^{-2}$ мкс $1/\tau_f$ соответствует частоте 50—100 МГц, что заведомо перекрывает высокочастотную границу полосы пропускания усилителя. Приведенные качественные соображения показывают, что при использовании метода переходных характеристик важное значение имеет крутизна фронта импульсов, подаваемых на вход исследуемого усилителя.

Макет широкополосного усилителя. Исследуемый усилитель состоит из каскада широкополосного усилителя напряжения на пентоде 6Ж11П или 6Ж9П с коррекцией по высоким и низким частотам. Второй каскад представляет собой широкополосный усилитель мощности с нагрузкой в катод (катодный повторитель), собранный на пентоде 6Ж11П в триодном включении (рис. 6).

Применение в схеме катодного повторителя связано с желанием уменьшить паразитную емкость C_{π} цепи и тем самым максимально расширить полосу пропускания усилителя в области высоких частот. Коэффициент передачи катодного повторителя

$$K_{\pi} = \frac{SR_{k1}}{1 + SR_{k1}}, \quad (18)$$

где S — крутизна характеристики лампы, R_{k1} — сопротивление в катоде.

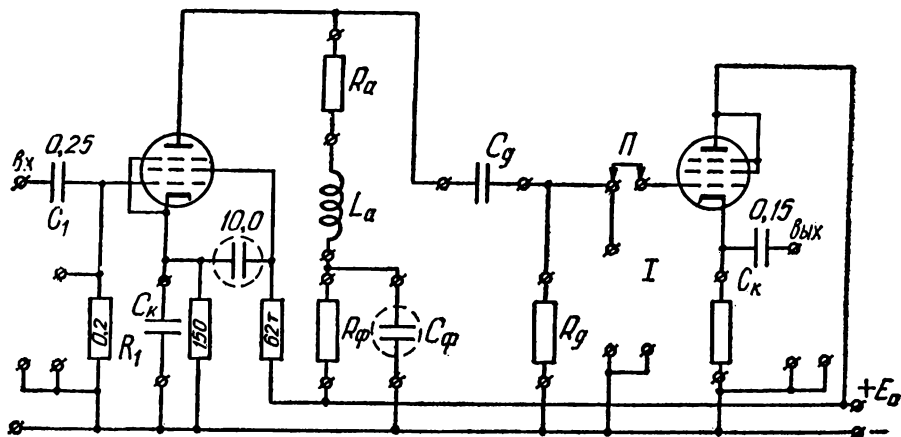


Рис. 6. Схема экспериментального усилителя

Низкое значение выходного сопротивления катодного повторителя

$$R_{\text{вых}} = \frac{1}{1/R_{k1} + S}, \quad (19)$$

составляющее по порядку величины всего несколько десятков ом, обеспечивает весьма высокую широкополосность этого каскада в области высоких частот. Катодный повторитель используется в качестве развязки выходной цепи первого каскада от цепи нагрузки, например измерительного прибора с большой входной емкостью.

Низкочастотная граница полосы пропускания катодного повторителя, определяемая переходным конденсатором C_{k1} и входным сопротивлением измерительного прибора (не показанного на рис. 6), может оказаться выше нижней граничной частоты первого каскада при использовании коррекции. В этом случае при исследовании частотной характеристики в области низких частот катодный повторитель следует отключить от первого каскада. От-

ключение катодного повторителя осуществляется путем размыкания переключки «П» в цепи управляющей сетки второго каскада.

Элементы схемы R_a , L_a , R_{ϕ} , C_{ϕ} , R_k , C_k , R_g , C_g первого каскада — сменные, что позволяет в широких пределах варьировать усиление и полосу пропускания усилителя. Параметры входной цепи первого каскада (R_1 , C_1), цепи питания экранной сетки (C_{g2} , R_{g2}) и переходная емкость (C_{k1}) на выходе катодного повторителя фиксированы и изменению не подлежат.

§ 4. Упражнения

1. Исследование частотной характеристики усилителя без коррекции.

1. Коэффициент усиления K_0 , нижняя граница f'_n полосы пропускания и коэффициент передачи K_{Π} катодного повторителя задаются.

2. По заданному K_0 определяется величина анодной нагрузки R_a по формуле (3).

3. Исходя из заданного значения f'_n , рассчитываются величины C_g , R_g и C_k .

4. Рассчитывается сопротивление нагрузки R_{k1} катодного повторителя для заданного коэффициента передачи K_{Π} по формуле (18).

5. При экспериментальном определении верхней границы полосы пропускания усилителя используются приборы ИЧХ и ИПХ, полученные данные сравниваются между собой.

Примечание. Если в приборе ИПХ, используемом в комплекте задачи, длительность T импульсов недостаточна для измерения нижней граничной частоты f'_n полосы пропускания, то может быть использован дополнительный генератор прямоугольных импульсов с длительностью до 10 мс. В этом случае наблюдение выходного напряжения усилителя производится при помощи дополнительного осциллографа, развертка которого синхронизована с периодом повторения генератора прямоугольных импульсов.

Все описанные измерения необходимо производить на выходе катодного повторителя, полоса пропускания которого должна быть намного шире полосы пропускания исследуемого усилителя. При исследовании частотной характеристики катодного повторителя сигналы от приборов ИЧХ или ИПХ подаются непосредственно на его вход.

6. Пользуясь формулой (6а) для верхней границы полосы пропускания, по известному R_a и измеренной f'_v определить паразитную емкость схемы C_{Π} , которая будет нужна для расчета корректирующей индуктивности L_a . Емкость C_{Π} в данном случае состоит из емкости монтажа C_m , выходной емкости лампы $C_{ак}$ и входной емкости катодного повторителя $C_{вх}$.

7. После определения f'_n и f'_v рекомендуется в некоторых пре-

делах поменять параметры усилителя (R_a , C_k , C_g , R_g), для того чтобы качественно оценить их влияние на полосу пропускания усилителя.

2. Исследование частотной характеристики усилителя с коррекцией по высокой и низкой частотам.

1. Произвести расчет корректирующей индуктивности L_a , используя ранее определенное значение паразитной емкости C_p .

2. Рассчитать фильтр R_f , C_f последовательной компенсации, исходя из значения R_a , взятого из упражнения 1.

3. Измерить границы полосы пропускания в областях высоких и низких частот, используя приборы ИЧХ и ИПХ (а в случае необходимости дополнительный генератор прямоугольных импульсов). Определить расширение полосы пропускания при наличии коррекции.

4. Увеличивая значение корректирующей индуктивности (до значения $Q=0,9-1$), произвести перекорректировку каскада, наблюдая при этом частотную и переходную характеристики при помощи приборов ИЧХ и ИПХ.

5. Измерения, как и прежде, следует производить на выходе катодного повторителя с более широкой полосой пропускания.

6. При измерениях необходимо следить за тем, чтобы все каскады исследуемой и измерительных схем работали в линейных областях своих характеристик, так как в противном случае в измерении граничных частот будет допущена значительная ошибка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бонч-Бруевич А. М. Радиотехника в экспериментальной физике. М., «Наука», 1966.
2. Ризкин А. А. Основы теории и расчета электронных усилителей. М., «Энергия», 1965.
3. Цыкин Г. С. Усилительные устройства. М., «Связь», 1971.
4. Лурье О. Б. Усилители видеочастоты. М., «Сов. радио», 1961.
5. Бялик Г. И. Ламповые широкополосные усилители. М., Госэнергоиздат, 1960.

5. ЧАСТОТНЫЕ СВОЙСТВА ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ТРИОДОВ

Экспериментально изучаются частотные свойства плоскостных триодов, имеющих диффузионный механизм переноса носителей заряда.

§ 1. Введение

Полупроводниковый триод (транзистор) — прибор, состоящий из трех областей с чередующимися типами электропроводности. Один из многих применяемых в настоящее время типов транзисторов — это биполярный сплавной транзистор.

В этом типе транзисторов передача и усиление сигнала в полупроводнике осуществляется посредством диффузионного движения неосновных носителей [1].

В общем случае в неравновесном состоянии заряды перемещаются при совместном действии электрических и градиентных сил, однако во многих практических случаях транзисторы работают в условиях, при которых заряды в базовых слоях перемещаются в основном за счет диффузии. Такие условия работы транзистора (условия малого сигнала) справедливы, если концентрация неосновных носителей, инжектированных в базу, оказывается много меньше равновесной концентрации неосновных носителей в базе.

При условиях малого сигнала и некоторых других упрощающих предположениях частотные свойства транзисторов и переходные процессы в них описываются линейным дифференциальным уравнением диффузии неосновных носителей в базе [1, 2].

Полупроводниковый триод представляет собой два следующих друг за другом p — n -перехода, выполненных в виде единого кристалла (рис. 1). Левая p -область называется эмиттерной областью, а соответствующий переход — эмиттерным, правая n -область называется коллекторной областью, а соответствующий переход — коллекторным. Область между переходами называют базой. Толщина базовой области должна быть много меньше, чем длина диффузии дырок в материале базы.

Проводимости эмиттерной и коллекторной областей намного больше проводимости базового слоя. Область эмиттера изготовляют так, чтобы из нее наиболее эффективно происходила инжекция носителей в базу и область коллектора, чтобы коллекторный переход наиболее эффективно осуществлял экстракцию инжектированных носителей из базы.

Каждая из трех областей триода имеет внешние (невыпрямляющие) контакты: к контактам эмиттер — база подключается э. д. с. в полярности, соответствующей прямому току через эмиттерный переход; к контактам база—коллектор подключается внешняя э. д. с. в полярности, соответствующей обратному току коллекторного перехода. Воздействие эмиттерной э. д. с. приводит к тому, что из эмиттера в базу течет прямой ток, являющийся главным образом током дырок. Инжектированные в базовую область дырки диффундируют по направлению к коллекторному переходу. В процессе диффузии часть инжектированных дырок рекомбинирует в базовой области с ее основными носителями—электронами. «Исчезнувшие» в базовой области за счет рекомбинации электроны пополняются притоком электронов из базового контакта, что проявляется во внешней цепи базы в виде тока.

Толщина базовой области много меньше, чем диффузионная длина дырок в материале базы, и основная часть дырок, прошедших эмиттерный переход, достигает коллекторного перехода. Полный ток, протекающий через эмиттерный контакт, почти равен полному току, протекающему через коллекторный контакт. Раз-

ница между этими токами есть ток рекомбинации, протекающий по контакту базы (рис. 1).

Отношение тока коллектора к току эмиттера не может быть больше единицы, причем чем менее интенсивно идет процесс рекомбинации в базовой области, тем ближе это отношение к единице при прочих равных условиях.

Таким образом, особенность полупроводникового триода состоит в том, что между его электронно-дырочными переходами

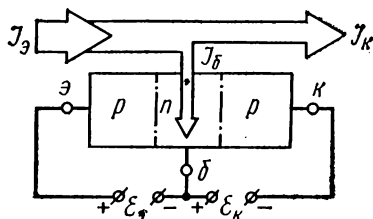


Рис. 1. Схематическая структура полупроводникового триода $p-n-p$ -типа и распределение основных токов в полупроводниковом триоде. Контакты: э — эмиттер; б — база; к — коллектор

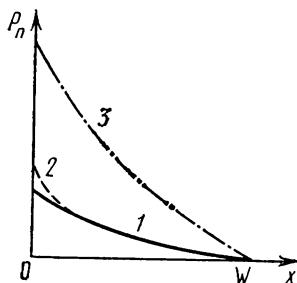


Рис. 2. Распределение концентрации неосновных носителей в базовой области триодов: 1 — распределение неосновных носителей до момента приращения $I_Э$, 2 — непосредственно после момента приращения, 3 — распределение к концу переходного процесса

существует взаимодействие — ток одного из переходов может управлять током другого перехода, т. е. источник э. д. с., включенный в эмиттерную цепь, способен управлять током, протекающим через коллекторный контакт триода.

В полупроводниковом триоде

$$I_Э = I_Б + I_К,$$

где $I_Э$ — ток эмиттерного контакта, $I_Б$ — ток контакта базы, $I_К$ — ток коллекторного контакта. Тогда

$$\Delta I_Э = \Delta I_Б + \Delta I_К. \quad (1)$$

В области малых приращений существует линейная зависимость между $\Delta I_Э$, $\Delta I_Б$, $\Delta I_К$:

$$\frac{\Delta I_К}{\Delta I_Э} = \alpha; \quad \frac{\Delta I_К}{\Delta I_Б} = \beta, \quad (2)$$

где α , β — коэффициенты усиления по току.

Механизм прохождения тока в триоде позволяет сделать вывод,

что если ΔI_a получено за счет очень медленного изменения I_a , то $\alpha \sim 1$. Для этого случая из (1) и (2) следует

$$\frac{\Delta I_k}{\Delta I_0} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = \beta.$$

Чем ближе α к 1, т. е. чем менее интенсивен процесс рекомбинации в базовой области, тем больше значение β . Полученные соотношения для приращения токов хорошо соблюдаются только для медленно изменяющихся токов. Коэффициенты усиления α , β зависят от скорости изменения входного тока. Если входной ток меняется по гармоническому закону, то коэффициенты α и β — функции частоты.

Инерционные свойства электронных приборов обуславливаются конечностью пролетного времени частиц, образующих ток в приборе, и наличием резервуаров энергии в виде паразитных емкостей и индуктивностей.

Полупроводниковые триоды обладают резервуарами реактивной энергии (емкости обедненных слоев). Однако изучаемый в лабораторной работе тип полупроводниковых триодов имеет постоянную времени накопления и отдачи реактивной энергии намного меньшую, чем постоянная времени процессов, протекающих в области базы. Поэтому частотные свойства исследуемых триодов определяются инерционностью процесса прохождения тока в области базы.

При прохождении тока через триод в его базовой области происходят два физических процесса: диффузия носителей заряда и их рекомбинация. В зависимости от способа управления входным током инерционные свойства триода определяются либо процессом диффузии, либо процессом рекомбинации.

Рассмотрим схему включения триода, в которой входной ток — ток эмиттера, а выходной ток — ток коллектора. Такое включение триода в цепь называют схемой с общей базой.

Будем считать, что соотношение между концентрациями основных носителей в соответствующих областях таково, что электронным током через эмиттерный переход можно пренебречь, а ток базы образуется только за счет рекомбинации.

Предположим, что задаваемый извне ток эмиттера I_a получил мгновенное приращение на величину ΔI_a . До этого момента ток I_a был постоянным, и ему соответствовало определенное распределение концентрации неосновных носителей в базовой области (рис. 2, сплошная линия). O и W — координаты границ базовой области. Задание ступеньки тока ΔI_a соответствует тому, что на эмиттерном переходе концентрация и градиент концентрации изменяются скачком. При этом градиент концентрации неосновных носителей у коллекторного перехода в начальный момент остается прежним, и коллекторный ток поэтому не претерпевает изменений.

Поскольку после скачка входного тока он продолжает поддерживаться постоянным, то и во все последующие после скачка мо-

менты времени градиент концентрации неосновных носителей у эмиттерного перехода не меняется. Изменившийся градиент приводит к тому, что в базовую область начинает втекать большое число дырок, которые, заполняя базовую область, с течением времени постепенно увеличивают градиент концентрации неосновных носителей у коллекторной границы базы, в результате чего происходит установление нового значения тока коллектора.

Таким образом, инерционность нарастания тока коллектора (при мгновенном скачке тока эмиттера) обусловлена диффузионным характером движения неосновных носителей в области базы.

Если ток эмиттера изменяется по гармоническому закону с амплитудой, обеспечивающей линейную зависимость между токами триода, то при повышении частоты переменная составляющая коллекторного тока уменьшается, так как градиент концентрации неосновных носителей у коллекторного перехода не успевает следовать за градиентом концентрации неосновных носителей у эмиттерного перехода. Частоту, при которой переменная составляющая коллекторного тока становится в 2 раза меньше своего максимального значения на низких частотах, называют критической частотой триода в схеме с общей базой.

Если в качестве входного тока используется ток базового контакта, а в качестве выходного тока — ток коллекторного перехода, то такое включение триода в цепь называют схемой с общим эмиттером. В этом случае коэффициент усиления по току для малых приращений оказывается значительно больше единицы.

Качественное рассмотрение частотных свойств триода в схеме с общим эмиттером проводится при тех же предположениях о концентрации основных носителей, хорошо отражающих особенности реальных процессов. При этих условиях использование тока базового контакта в качестве входного тока имеет характерную черту: для поступающих в базу электронов нет «стока» в соседние области, и они расходуются только на рекомбинацию с дырками, «втекающими» из эмиттерной области (обратным током коллекторного перехода пренебрегаем).

Если предположить, что в какой-то момент времени под действием внешнего источника ток базы I_b скачком изменился на малую величину ΔI_b , то в базу начнется инжекция электронов; для компенсации их объемного заряда из эмиттерной области в базу поступят дырки. Увеличение концентрации дырок и электронов в базе вызовет увеличение скорости их рекомбинации, что обусловит увеличение притока дырок из эмиттерной области. Увеличение притока дырок будет происходить до тех пор, пока эмиттерный ток не достигнет такого значения, при котором убыль дырок за счет рекомбинации и ухода в коллекторную область не будет компенсирована притоком их извне.

Частотные свойства триода в схеме с общей базой определяются диффузионным характером движения носителей в базовой

области, а в схеме с общим эмиттером — процессом рекомбинации носителей.

Целью задачи является экспериментальное измерение и изучение переходных и частотных характеристик плоскостных полупроводниковых триодов в двух схемах включения: с общей базой и общим эмиттером.

§ 2. Теория

Исследование частотных свойств полупроводниковых триодов (ПТ) в настоящей задаче проводится методами частотных и переходных характеристик. Частотные и переходные характеристики ПТ определяются как зависимость между входными и выходными токами при короткозамкнутом выходе. Последнее условие позволяет в чистом виде выделить зависимость между выходными и входными токами, поскольку выходной ток при определенных условиях может сильно зависеть от характера и величины нагрузки.

Коэффициент передачи по току плоскостного триода при коротком замыкании на выходе и при включении триода по схеме с общей базой дается выражением [1, 198]

$$\alpha(\omega) = \frac{\tilde{I}_{\text{вых}}}{\tilde{I}_{\text{вх}}} = \text{sch} \frac{W_0}{L_p} \sqrt{1 + j\omega\tau_p}, \quad (3)$$

где W_0 — толщина базового слоя, L_p — диффузионная длина дырок в n -материале базы [3], τ_p — время жизни дырок в области базы, ω — частота сигнала, $\tilde{I}_{\text{вых}}$ — комплексная амплитуда плотности выходного сигнала при коротком замыкании на выходе, $\tilde{I}_{\text{вх}}$ — комплексная амплитуда плотности входного тока.

Соотношение (3) получено при рассмотрении диффузионного движения дырок в базовой области при учете эффекта рекомбинации [1]. Считается, что полный ток через переходы является током дырок, а электронный базовый ток идет только на рекомбинацию.

Упростим (3), используя связь между переходной характеристикой линейного четырехполюсника $h(t)$ и его коэффициентом передачи (по Лапласу).

Для переходной характеристики приближенно получим [1]

$$h(t) \approx \alpha_0 (1 - e^{-\omega_0 t}). \quad (4)$$

Для коэффициента передачи по току

$$\alpha(\omega) \approx \frac{\alpha_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}. \quad (5)$$

Из (5) видно, что ω_0 является условной граничной частотой, на которой $|\alpha| = 0,7 \alpha_0$. С другой стороны, значение граничной частоты

ты ω_0 можно определить также и из переходной характеристики, определив интервал времени t' , при котором

$$h(t') = \alpha_0 (1 - e^{-1}) \approx 0,63\alpha_0 \quad (\text{при этом } \omega_0 = 1/t').$$

Аналогичным путем, используя (3), можно получить приближенное выражение для переходной характеристики и соответствующего ей коэффициента передачи по току для того же плоскостного триода, включенного по схеме с общим эмиттером:

$$h(t') \approx \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} (1 - e^{-t'/\tau_p}), \quad (6)$$

$$\beta(\omega) \approx \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} \frac{1}{1 + j\omega\tau_p}. \quad (7)$$

Из (4)—(7) следует, что условная граничная частота может быть экспериментально определена как по амплитудно-частотной, так и по переходной характеристикам.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Частотные свойства плоскостных ПТ исследуются методом переходных и частотных характеристик. Принимая во внимание существующую в триодах этого типа линейную зависимость между входным и выходным токами, в качестве генератора сигнала следует использовать так называемый «генератор тока».

В нашем случае сопротивлением нагрузки будет входное сопротивление триода, которое в схеме с общей базой измеряется десятками Ом, а в схеме с общим эмиттером достигает десятков кОм. Поэтому стандартные источники сигналов, имеющие небольшое внутреннее сопротивление, должны подключаться ко входу триода через омические сопротивления, величина которых по крайней мере на порядок превышает соответствующее входное сопротивление триода.

Необходимо создать режим питания ПТ, обеспечивающий линейную зависимость между входным и выходным токами. Параметры, определяющие выбор рабочей точки (ток эмиттера и напряжение на коллекторе), указываются в паспортных данных триода.

Выходной ток триода необходимо наблюдать при условии короткого замыкания на его выходе. Поскольку выходное сопротивление плоскостных триодов велико (порядка сотен кОм), подключение к его выходу омической нагрузки, величина которой много меньше выходного сопротивления триода, обеспечивает с хорошей точностью условия короткого замыкания на выходе, и сигнал напряжения на этой нагрузке будет линейно связан со значением входного тока.

Принципиальные схемы для измерений частотных свойств полупроводниковых триодов показаны на рис. 3, а, б.

При выполнении эксперимента необходимо соблюдать условия достаточной малости переменного сигнала на входе и выходе триода для обеспечения линейной зависимости между ними. Это накладывает дополнительное ограничение на величины R_1 и R_3 .

При включении триода по схеме с общей базой рабочая точка определяется заданием постоянной составляющей тока эмиттера

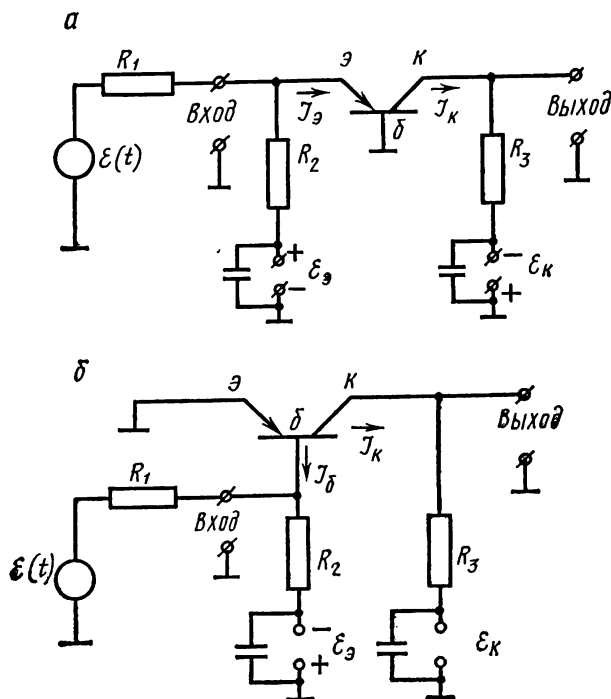


Рис. 3. Включение триода по схеме с общей базой (а) и с общим эмиттером (б): $\mathcal{E}(t)$ — генератор э. д. с. гармонического или импульсного сигналов, R_1 — токозадающее сопротивление во входной цепи по переменной составляющей R_2 — токозадающее сопротивление во входной цепи по постоянной составляющей, R_3 — сопротивление нагрузки

$I_{э0}$ и постоянным напряжением между контактами базы и коллектора. Ток $I_{э0}$ должен быть прямым током, а источник $\mathcal{E}_к$ коллекторного напряжения должен подключаться так, чтобы коллекторный контакт имел отрицательный потенциал относительно контакта базы. Для задания тока $I_{э0}$ источник э. д. с. следует подключить к эмиттерному контакту через сопротивление R_2 , величина которого должна быть много больше, чем входное сопротивление триода на постоянном токе в схеме с общей базой. При выполнении

этого условия ток $I_{э0}$ с хорошей степенью точности определяется из соотношения

$$I_{э0} = \frac{\mathcal{E}_э}{R_2}, \quad \text{где } R_2 \gg r_{вх}.$$

Источник коллекторного смещения подключается к контакту коллектора через сопротивление нагрузки R_3 .

Для нормальной работы триода в режиме линейного усиления потенциал коллекторного контакта должен быть всегда отрицательным по отношению к потенциалу контакта базы. Ввиду этого значение э. д. с. коллекторного напряжения $\mathcal{E}_к$ выбирается из следующих соображений. Во-первых, постоянная составляющая коллекторного напряжения $\mathcal{E}_к$ должна равняться значению, которое соответствует избранной рабочей точке. Как следует из схемы рис. 3,

$$U_к = \mathcal{E}_к - R_3 I_к.$$

Поскольку $I_к \approx I_э$, то $U_к \approx \mathcal{E}_к - R_3 I_э$.

Для обеспечения в цепи коллектора условий, близких к условию короткого замыкания по переменной составляющей, должно быть $R_3 \ll r_{вых}$, где $r_{вых}$ — модуль дифференциального выходного сопротивления, соответствующего рабочей точке.

Определив R_3 , получим

$$\mathcal{E}_к \approx U_к + R_3 I_э,$$

причем в правой части все величины известны.

Итак, расчет параметров схемы для создания режима работы триода, соответствующего определенной рабочей точке, производится с использованием соотношений

$$I_э \approx \frac{\mathcal{E}_э}{R_2}; \quad \mathcal{E}_к \approx U_к + R_3 I_э,$$

причем $R_2 \gg r_{вх}$ ($r_{вх} \sim 10 \text{ Ом}$), $R_3 \ll r_{вых}$ ($r_{вых} \sim 100 \text{ кОм}$).

Значение сопротивления R_1 (рис. 3), обеспечивающего задание переменной составляющей тока эмиттера, определяется из следующих соображений. Амплитуду переменной составляющей следует брать такой величины, чтобы она была примерно на порядок меньше постоянной составляющей тока эмиттера и одновременно обеспечивала сохранение отрицательного потенциала на коллекторном контакте в любой момент времени.

Расчет параметров схемы с общим эмиттером использует те же соображения. Поскольку в данном случае входным током является ток базы, а в паспорте триода рабочая точка определяется заданием тока эмиттера и напряжением коллектора, то для установления рабочей точки в такой схеме следовало бы рассчитать ток покоя базового контакта с помощью статических харак-

теристик триода. Однако при небольших токах эмиттера можно считать, что $I_3 \approx I_6 + \alpha I_6$, где $\alpha = \alpha(\omega|_{\omega=0})$.

Схема установки для экспериментального изучения частотных свойств триода позволяет снимать как частотные ($\alpha(\omega)$) так и переходные ($h(t)$) характеристики триодов при включении их по схеме с общей базой или общим эмиттером. На рис. 4 приведена

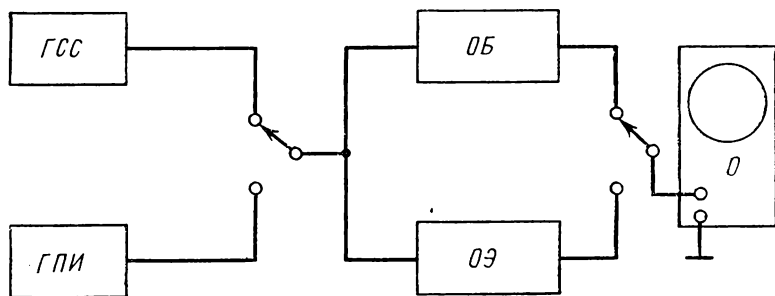


Рис. 4. Блок-схема для определения частотных свойств полупроводниковых триодов (ПТ): ГСС — генератор гармонических сигналов, ГПИ — генератор прямоугольных импульсов, ОБ — цепь исследуемого ПТ по схеме с общей базой, ОЭ — цепь исследуемого ПТ по схеме с общим эмиттером, О — осциллограф

блок-схема установки. Для получения частотных характеристик используется либо генератор гармонических сигналов, либо прибор ИЧХ. Для наблюдения переходных характеристик используется генератор прямоугольных импульсов либо прибор ИПХ. Прямоугольный импульс положительной полярности через катодный повторитель подается в эмиттерную цепь исследуемого триода для получения переходных характеристик при включении триода по схеме с общей базой.

Отрицательный прямоугольный импульс используется для создания отрицательного перепада тока в цепи базы исследуемого триода для получения переходных характеристик при включении триода по схеме с общим эмиттером.

§ 4. Упражнения

1. Снятие частотных характеристик полупроводниковых триодов при включении их по схеме с общей базой и общим эмиттером. Снимается зависимость амплитуды выходного сигнала от частоты при постоянной амплитуде сигнала на входе.

1. Включить триод в исследуемую схему (с общей базой, общим эмиттером).

2. Установить необходимый режим работы ($I_{э0}$, $U_{к0}$) или ($I_{б0}$, $U_{к0}$) в соответствии с паспортными данными исследуемого триода. Типовой режим работы для всех исследуемых триодов указан в таблице, приложенной к установке.

3. Подать на вход исследуемой цепи сигнал от генератора синусоидальных сигналов.

4. Выход цепи подключить к осциллографу.

5. Проверить выполнение неравенств $\Delta I_{э} \ll I_{э0}$ и $\Delta I_{б} \ll I_{б0}$, учитывая значение амплитуды гармонического сигнала, подаваемого на вход схемы с генератора синусоидальных сигналов.

Проверить выполнение неравенства $\Delta U_{к} \ll U_{к0}$ при любой схеме включения триода.

6. При выполнении измерений следует следить за постоянством амплитуды входного сигнала при изменении его частоты.

7. Снять частотные характеристики для двух — трех триодов в двух схемах включения, построить графическую зависимость и определить критическую частоту.

2. Снятие переходных характеристик полупроводниковых триодов при включении их по схеме с общей базой и общим эмиттером. Переходные характеристики триодов наблюдаются на осциллографе. С помощью меток времени измеряется постоянная времени переходного процесса, наблюдаемого в цепи коллектора при подаче прямоугольных импульсов в цепь эмиттера или в цепь базы триода.

1. Установить рабочую точку исследуемого триода (см. п. 2 упр. 1).

2. Подать на вход исследуемой цепи сигнал необходимой полярности с генератора прямоугольных импульсов.

3. Выход цепи подключить к осциллографу.

4. Проверить выполнение неравенств, указанных в п. 5 упр. 1, учитывая значение амплитуды импульсов напряжения, подаваемых на вход цепи от генератора импульсов.

5. Измерить с помощью меток времени длительность переходного процесса, наблюдаемого в цепи коллектора исследуемого триода в двух схемах включения. Рассчитать критическую частоту триода для этих двух схем.

6. Сравнить значения критической частоты триода, полученные двумя способами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Миддлбрук Р. Д. Введение в теорию транзисторов. М., Атомиздат, 1960.
2. Степаненко И. П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем. М., «Энергия», 1973.
3. Исследование электрических характеристик транзисторов с $p-n$ -переходами. — В кн.: Специальный физический практикум, ч. 2. Изд-во Моск. ун-та, 1977.

6. ИЗМЕРЕНИЕ ШУМОВ ЭЛЕМЕНТОВ РАДИОЦЕПЕЙ

Изучаются некоторые наиболее общие шумовые свойства и характеристики элементов радиощепей и методы их измерения.

§ 1. Введение

Чувствительность приборов ограничивается внутренними флукуационными колебаниями (или, как говорят для краткости, шумами), всегда имеющими место в электрических и магнитных системах, а также в различных электронных и ионных приборах.

Основными источниками шумов являются активные сопротивления, полупроводниковые и ламповые диоды, многосеточные лампы и транзисторы. Шумы различны по своей физической природе и статистическому описанию. Важнейшие из них: тепловой, дробовой и избыточный [1].

§ 2. Теория

1. Тепловой шум. Тепловое движение свободных электронов в проводниках вызывает появление микротоков, которые создают на зажимах проводников флукуационное напряжение.

Для оценки величины флукуационного напряжения пользуются его среднеквадратичным значением. Так как мгновенные значения напряжения между собой не коррелированы, а длительность отдельных импульсов, вызванных движением отдельных электронов, очень мала, то плотность спектра флукуаций э. д. с. теплового шума практически постоянна вплоть до ультравысоких частот, если величина «шумящего» сопротивления не зависит от частоты. По этой причине тепловой шум называют «белым шумом», или δ -коррелированным.

С повышением температуры проводника возрастает скорость электронов и увеличивается величина микротоков, которые создают тем большее падение напряжения на его концах, чем больше его сопротивление.

При вычислении шумового напряжения, измеряемого прибором на выходе усилителя, следует принимать в расчет лишь те частотные компоненты флукуационного напряжения, которые лежат в пределах полосы пропускания схемы или в пределах области частот, регистрируемых прибором.

Среднеквадратичное напряжение, которое возникает на проводнике с активным сопротивлением R , находящимся при абсолютной температуре T , в полосе частот Δf , определяется по формуле Найквиста

$$\bar{u}^2 = 4kTR\Delta f, \quad (1)$$

где k — постоянная Больцмана $= 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град. Она справедлива при $hf \ll kT$ и получается из формулы

$$\bar{u}^2 = 4R \left(\frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} \right) \Delta f, \quad (2)$$

где h — постоянная Планка $= 6,62 \cdot 10^{34}$ Дж·с.

При $hf/kT \ll 1$ формула (2) переходит в формулу Найквиста (1) [1]. При комнатной температуре ($T \sim 300$ К) неравенство $hf \ll kT$ практически выполняется даже на миллиметровых волнах. Но оно перестает выполняться для этого диапазона длин волн при температурах жидкого гелия.

Мощность тепловых шумов не зависит от сопротивления

$$P = \frac{\bar{u}^2}{4R} = kT\Delta f. \quad (3)$$

При изучении шумов сложных схем, состоящих из нескольких связанных цепей, удобно пользоваться эквивалентными схемами, в которых реальное шумящее сопротивление представляется в виде либо последовательного соединения «генератора шумового напряжения» и «нешумящего» идеального сопротивления (рис. 1, а), либо параллельного соединения «генератора шумового тока» и «нешумящего» сопротивления (рис. 1, б). Эти схемы эквивалентны.

Рис. 1. Эквивалентные схемы шумящего сопротивления:

а) $\mathcal{E}_{ш} = \sqrt{\bar{u}^2} = \sqrt{4kTR\Delta f},$

б) $I_{ш} = \sqrt{\bar{i}^2} = \sqrt{4kTG\Delta f}$

Важнейшей характеристикой является спектральная плотность мощности шума

$$S(f) = \frac{dP_{ш}}{df}, \quad (4)$$

т. е. мощности шума в единичной полосе частот. Спектральную плотность мощности для стационарного случайного процесса можно определить как преобразование Фурье от соответствующей автокорреляционной функции

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (5)$$

Обратное преобразование Фурье запишется так:

$$K(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (6)$$

Соотношения (5) и (6) носят название формул Винера—Хинчина. Положив в (6) $\tau=0$, найдем выражение для дисперсии

$$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega. \quad (7)$$

Величину σ^2 можно трактовать как среднюю мощность, выделяемую этим напряжением на сопротивлении в 1 Ом. Так как часть этой мощности $S(\omega)d\omega/2\pi$ выделяется составляющими спектра, заключенными в интервале частот ω и $\omega+d\omega$, то величина $S(\omega)$ характеризует распределение мощности по спектру. Она имеет размерность энергии и поэтому называется энергетическим спектром [2].

2. Дробовой шум. Дробовой эффект — один из основных источников шумов в лампах и полупроводниковых приборах. Он связан с дискретной природой электрического заряда и вызывается случайным характером эмиссии электронов, который приводит к беспорядочным флуктуациям анодного тока около его среднего значения. В полупроводниковых приборах он возникает вследствие флуктуаций числа носителей, приходящих на электрод, из-за случайного характера процесса захвата и рекомбинации электронов и дырок внутри полупроводника.

Моменты выхода электронов из катода в электронных лампах случайны и взаимонезависимы. Поэтому результирующий ток, образуемый отдельными перекрывающимися импульсами, представляет собой случайный процесс с нормальным законом распределения, как и в случае теплового шума.

Для простейшей электронной лампы — диода — среднеквадратичное значение флуктуации анодного тока, вызванное дробовым эффектом, определяется формулой Шоттки

$$\bar{i}^2 = 2eI_s\Delta f, \quad (8)$$

где e — заряд электрона, I_s — ток насыщения диода, Δf — полоса частот.

Формула (8) справедлива только для режима насыщения анодного тока (анодный ток не ограничен пространственным зарядом) и в диапазоне частот, где еще не сказывается влияние времени пролета электронов. Пространственный заряд ослабляет дробовой шум. Ослабление шума учитывается введением в формулу Шоттки коэффициента депрессии Γ

$$\bar{i}^2 = \Gamma^2 2eI_s\Delta f; \quad (9)$$

для режимов, далеких от запирающего и насыщения,

$$\Gamma^2 = 1,93 \frac{kT_k}{eU_a}, \quad (10)$$

где k — постоянная Больцмана, T_k — абсолютная температура катода, U_a — анодное напряжение.

В зависимости от конструкции лампы Γ изменяется в пределах от 0,05 до 0,15, благодаря чему ослабление дробового эффекта пространственным зарядом может быть весьма значительным. Механизм депрессии дробового шума объясняется наличием вблизи катода области с минимальным отрицательным потенциалом —

потенциальным барьером, созданным электронным пространственным зарядом. Преодолеть этот барьер и дойти до анода могут лишь электроны, обладающие достаточными скоростями. Случайное увеличение эмиссии катода увеличивает пространственный заряд, что приводит к ослаблению тока, и наоборот, уменьшение эмиссии уменьшает пространственный заряд, что является причиной увеличения тока. Такое автоматическое регулирование флуктуаций тока приводит к уменьшению шума.

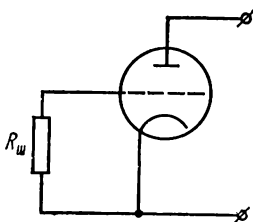


Рис. 2. Эквивалентная схема шумящей лампы

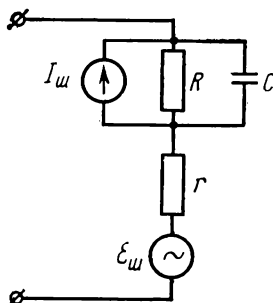


Рис. 3. Эквивалентная шумовая схема полупроводникового диода

$$I_{ш} = \sqrt{2e(I + 2I_0)\Delta f},$$

$$\varepsilon_{ш} = \sqrt{4kTr\Delta f}$$

В многосеточных лампах дробовой эффект выражен сильнее, чем в диодах и триодах. Это связано с тем, что разделение тока эмиссии между отдельными электродами ламп ослабляет депрессию дробового шума пространственным зарядом, поэтому пентоды, как правило, шумят сильнее, чем триоды.

Для количественной оценки шумовых свойств ламп с сетками вводят так называемое эквивалентное шумовое сопротивление ламп $R_{ш}$. Введение $R_{ш}$ означает, что шум лампы эквивалентен тепловому шуму сопротивления $R_{ш}$, и шумящая лампа дает на выходе такую же мощность шума, как и идеальная с подключенным в цепь сетки активным сопротивлением (рис. 2) $R_{ш}$ в интервале частот Δf .

Наиболее удобный способ измерения шумового сопротивления лампы — сравнение шума лампы с тепловым шумом сопротивления R , включенного в цепь сетки.

Шумовое сопротивление (в кОм) триодов и пентодов может быть достаточно точно вычислено по формулам

$$R_{ш} = 2,5 / S — \text{для триодов,} \quad (11)$$

$$R_{ш} = \frac{I_{a0}}{I_{a0} + I_{g0}} \left(\frac{2,5}{S} + 20 \frac{I_{g0}}{S^2} \right) — \text{для пентодов,} \quad (12)$$

где S — крутизна лампы (мА/В), I_{a0} — постоянная составляющая анодного тока (мА), I_{s0} — постоянная составляющая экранного тока (мА).

В полупроводниковых приборах, обладающих p — n -переходами, величина дробового шума зависит от полярности и величины напряжений, приложенных к переходам, поскольку дифференциальные сопротивления переходов в прямом и обратном направлениях разные. В полупроводнике существует также компонента теплового шума, обусловленная объемным сопротивлением материала полупроводника r . В качестве примера приведем эквивалентную шумовую схему полупроводникового диода, обладающего объемным сопротивлением r и дифференциальным сопротивлением R (рис. 3). Дробовой шум представлен генератором шумового тока

$$\bar{i}^2 = 2e(I + 2I_0)\Delta f,$$

где I — ток через диод, а I_0 — ток неосновных носителей. Следовательно, в целом шумовые свойства диода можно представить эквивалентным шумовым генератором тока

$$\bar{i}^2 = \frac{4kTR\Delta f + 2e(I + 2I_0)\Delta fR^2}{(R + r)^2}.$$

Здесь не учтена компонента избыточного шума.

3. Избыточный шум в полупроводниках и полупроводниковых приборах — это специфические флуктуации, возникающие при протекании по ним тока. Основной особенностью этого шума является то, что он характеризуется спектром $aI^\beta df/f^\alpha$, где $\alpha \approx 1$, $\beta \approx 2$, a — коэффициент пропорциональности. Его иногда называют фликкер-шумом, или просто шумом типа $1/f^\alpha$. Аналогичная формула описывает избыточный шум в угольных микрофонах, сопротивлениях зернистого строения (угольных порошках), в некоторых тонких металлических слоях, фотосопротивлениях и фликкер-эффект в лампах. Шум, подчиняющийся такому закону, присущ всем полупроводниковым приборам и наблюдается в области частот от $6 \cdot 10^{-4}$ Гц до МГц. В области низких частот этот шум (вследствие своей обратной пропорциональности частоте) значительно превышает уровень тепловых и дробовых шумов. Понижение верхней границы частот, где еще наблюдается избыточный шум, зависит от свойств образца.

Физическая природа избыточного шума в полупроводниках до сих пор еще не вполне ясна, несмотря на большое число исследований. Шум со спектром $1/f^\alpha$ можно рассматривать как флуктуации активного сопротивления. При этом существует ряд механизмов, которые можно связать с этими флуктуациями, например механизм, связанный со случайным изменением числа носителей, который приводит к флуктуациям плотности носителей и, следовательно, флуктуации тока при наложении внешнего электрического поля. Наибольшее распространение получила теория избыточного шума в полупроводниках, изложенная в [3].

4. Прочие источники шумов. Кроме рассмотренных источников шумов можно указать еще некоторые. Например, в многосеточных лампах к дробовому шуму добавляется шум токораспределения, обусловленный случайностью распределения токов между электродами, и шум, вызванный ионными токами в лампе из-за наличия остатков газов в колбе лампы. Заметный вклад также вносит в общий уровень шумов лампы шум, вызванный вторичной эмиссией электронов.

В реальных приборах все вышерассмотренные компоненты шума всегда присутствуют вместе (в разных соотношениях), и это необходимо иметь в виду при шумовых измерениях.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

В данной работе необходимо измерить среднеквадратичное напряжение шума в заданной полосе частот активного сопротивления R_1 (рис. 4), кристаллического диода \mathcal{D} и однокаскадного лампового усилителя, выполненного на лампе \mathcal{L}_3 (6Ж1П).

Измерения производятся по методу сравнения шумов исследуемых объектов с шумами эталонных источников: шумовым диодом \mathcal{L}_2 (2Д2С) (при измерении шумов кристаллического диода и шумов активного сопротивления R_1) и активным сопротивлением R_3 (при измерении шумов лампового усилителя). Для такого сравнения исследуемые объекты и эталонные источники поочередно подключаются ко входу предварительного усилителя \mathcal{L}_1 (6С15П) с помощью переключателя Π_1 . С выхода усилителя шумовой сигнал поступает на измерительный усилитель с полосой Δf и после соответствующего усиления выводится на стрелочный измерительный прибор или спектр-анализатор, если нужно снять спектральную характеристику шума.

1. При измерении уровня шумов активного сопротивления R_1 необходимо установить такой ток I_0 шумового диода \mathcal{L}_2 , чтобы шумы последнего были равны шумам измеряемого сопротивления при постоянстве всех параметров усилительного тракта. После этого, зная ток I_0 шумового диода, определяют по формуле (8) среднеквадратичное значение флуктуационного тока и находят э. д. с. шумов, создаваемых этим током на заданном сопротивлении активной нагрузки R_2 диода.

Применяя формулы (1) и (8), имеем

$$\sqrt{4kTR_1\Delta f} = \sqrt{2eI_0\Delta f} R_2,$$

откуда

$$R_1 = \frac{eI_0R_2^2}{2kT}, \quad (13)$$

где R_2 — сопротивление нагрузки диода.

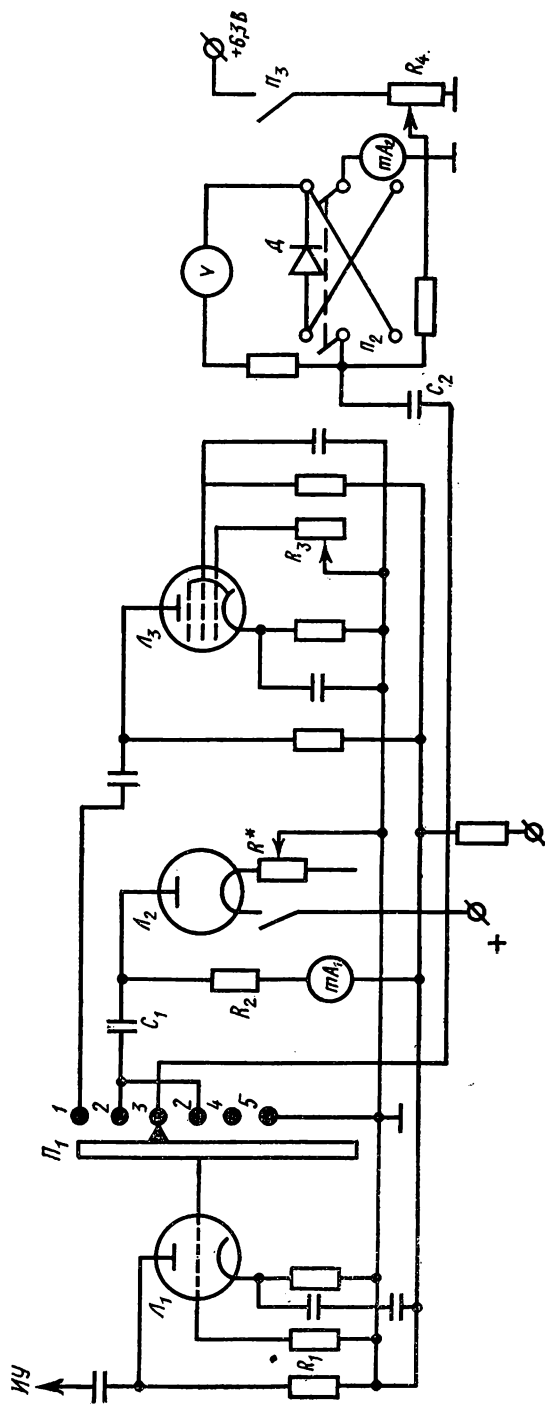


Рис. 4. Электрическая схема установки. ИУ — выход на измерительный усилитель

Таким образом, можно экспериментально проверить формулу Найквиста. При таком методе измерения шумов активного сопротивления R_1 пренебрегают тепловыми шумами сопротивления нагрузки R_2 , так как $R_1 \gg R_2$, а флуктуационное напряжение, создаваемое дробовым током, намного больше тепловых шумов R_2 , поэтому в данной схеме измерений (рис. 5) активное сопротивление R_1 , шумы которого подлежат измерению, остается включенным в цепь сетки лампы 6С15П при сравнении с шумами эталонного шумового диода 2Д2С. В этом случае режим усилителя \mathcal{L}_1 сохраняется неизменным по постоянному току, поскольку шумовой диод присоединен к сетке лампы через конденсатор $C_1 = 1$ мкФ.

По переменной составляющей тепловые шумы параллельно включенных R_1 и R_2 будут определяться сопротивлением, меньшим R_2 (ими пренебрегаем). Шумовой диод при этом играет роль шумового генератора э.д.с., включенного последовательно в цепь усилителя \mathcal{L}_1 .

При этих измерениях необходимую величину анодного тока шумового диода получают изменением напряжения накала. Это достигается изменением низкоомного сопротивления R^* реостата, включенного в цепь накала \mathcal{L}_2 . На монтажной панели имеются гнезда 1 и 2 для присоединения переменного сопротивления R^* . Контроль за уровнем тока в данной схеме производится по миллиамперметру, включенному в анодную цепь диода \mathcal{L}_2 .

2. Методика измерения шума полупроводникового диода \mathcal{D} такая же, как и при измерении шума активного сопротивления, т. е. метод сравнения. Равенство шумов исследуемого диода \mathcal{D} и эталонного шумового диода достигается изменением тока I_0 диода 2Д2С при их поочередном включении в цепь сетки \mathcal{L}_1 . Контроль за режимом диода осуществляется по приборам мА2 и V, включенным в цепь полупроводникового диода.

Изменением сопротивления R_4 можно менять смещение на диоде. В данной задаче измерение шума диода \mathcal{D} производится при двух отрицательных значениях смещения $V_1 = -2$ В, $V_2 = -4$ В.

3. Измерение шума усилительного каскада производится методом сравнения шумов каскада при заземленной сетке с шумами, когда в цепь включено известное сопротивление R_3 . Уровень выходного сигнала при заземленной сетке

$$M_1 = c 4kTR_{\text{ш}} \Delta f,$$

где c — зависящая от коэффициента усиления усилителя величина, $R_{\text{ш}}$ — эквивалентное шумовое сопротивление каскада, а уровень шума при включенном в цепь сетки известном сопротивлении R_3

$$M_2 = c (4kTR_3 \Delta f + 4kTR_{\text{ш}} \Delta f).$$

$R_{\text{ш}}$ определяется из уравнения

$$R_{\text{ш}} = \frac{M_1}{M_2 - M_1} R_3. \quad (14)$$

Если с помощью сопротивления R_3 добиться удвоения уровня шумов, то формула (14) еще упростится:

$$R_{ш} = R_3.$$

В данной работе сопротивление в цепи сетки L_3 , (R_3) снабжено шкалой с лимбом, с помощью которых можно произвести непосредственный отсчет R_3 . Для снижения уровня помех, проникающих из цепей питания, анодные и накалинные цепи питаются постоянным током от аккумуляторных батарей.

На передней панели макета задачи расположены тумблеры включения накала 6,3 В и напряжения 160 В, тумблер включения накала шумового диода 2Д2С; переключатель Π_2 прямого и обратного смещения, подаваемого на диод D ; ручка регулировки сопротивления R_4 ; переключатель Π_3 ; клеммы для присоединения накала 6,3 В; гнездо для присоединения колодки питания (2 В и 160 В); ручка градуированного переменного сопротивления R_3 в цепи сетки усилительного каскада, изменением которого достигается удвоение выходного напряжения по сравнению с шумами при заземленной сетке; переключатель рода работ Π_1 , положения которого соответствуют: 1 — включение в измерительную цепь усилительного каскада на лампе L_3 ; 2 — включение шумового диода 2Д2С; 3 — включение полупроводникового диода; 4 — включение сопротивления R_1 .

Перед включением усилителя в сеть и подачи напряжения на установку внимательно ознакомьтесь с назначением всех органов управления, расположенных на передней панели макета и усилителя. Затем, установив ступенчатым аттенуатором и регулятором усилителя чувствительность усилителя, включите его в сеть. Дальнейшее положение регуляторов усиления будет определяться уровнем входного сигнала, однако надо следить за тем, чтобы не происходило зашкаливания измерительного прибора. Перед подачей напряжения питания на установку необходимо, чтобы регулятор накала диода стоял на минимуме, смещение диода было включено. Без необходимости не держите включенным накал шумового диода (тем более на максимуме) и напряжение смещения полупроводникового диода.

При выполнении работы избегайте ударов, тряски макета, поскольку это приводит к появлению дополнительных помех из-за микрофонного эффекта, что может явиться источником погрешностей при измерениях.

§ 4. Упражнения

1. Определить величину шумового активного сопротивления R_1 . Для этого переключатель Π_1 ставится в положение 4 и фиксируется отсчет стрелки выходного измерительного усилителя. Ручка регулировки усилителя при этом должна находиться в положении

тах. Затем переключатель Π_1 ставится в положение 2, включается тумблер накала диода, изменением сопротивления R^* меняют напряжение накала, а следовательно, и ток I_0 шумового диода. Изменением I_0 добиваются того, чтобы показания прибора выходного измерительного усилителя равнялись показаниям при первом отсчете. Миллиамперметром mA_1 измеряют соответствующий этому анодный ток диода I_0 , по формуле (13) определяют шумовое сопротивление R_2 , а по формуле Найквиста э. д. с. шумов в единичной полосе частот.

Примечание. После измерения анодного тока диода I_0 тумблер накала диода должен быть обязательно выключен.

2. Определить эквивалентное шумовое сопротивление $R_{ш}$ усилительного каскада. Для этого переключатель Π_1 ставится в положение 1 и фиксируется отклонение стрелки выходного прибора измерительного усилителя при заземленной сетке (ручка сопротивления в положении 0). Затем изменением сопротивления в цепи сетки 6Ж1П находят его значение, при котором показания выходного прибора увеличилось в $\sqrt{2}$ раз (по мощности в два раза). Это и будет искомое шумовое эквивалентное сопротивление $R_{ш}$ усилительного каскада.

3. Измерить шумы полупроводникового диода при различных смещениях на нем. Для этого переключатель Π_1 поставить в положение 3 и произвести отсчет выходных шумов по стрелочному прибору измерительного усилителя. Затем сравнить с шумами эталонного диода (переключатель Π_1 в положении 2) и, найдя соответствующий анодный ток диода I_0 , при котором обеспечивается тот же уровень выходного шума, что и для полупроводникового диода, определить по формуле (8) среднеквадратичное значение шумового тока.

Примечание. При измерениях рекомендуется полосу пропускания измерительного усилителя выбирать в конце высокочастотного диапазона, а грубым и плавным аттенуатором на выходе устанавливать такое усиление, чтобы стрелка находилась в средней части шкалы.

4. С помощью анализатора спектра измерить спектральную плотность $S(f)$ низкочастотных шумов полупроводникового диода для различных смещений на нем и построить график $S(f)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ван дер Зил А. Флуктуации в радиотехнике и физике. М., Госэнергоиздат, 1958.
2. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., «Сов. радио», 1966.
3. Ван дер Зил А. Шум, источники, описание, измерение. М., «Сов. радио», 1973.

7. ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ ШУМА

Изучается один из методов измерения коэффициента корреляции стационарного процесса, основанный на визуальном анализе диаграммы разброса.

§ 1. Введение

При изучении широкого круга явлений часто приходится сталкиваться с такой ситуацией, когда исследуемая величина существенно зависит от большого числа параметров, учесть которые невозможно. Если при измерениях таких величин значения параметров не контролируются и могут изменяться в широких пределах, то результаты измерений представляют собой случайную величину, характеризующуюся своими статистическими свойствами. Эти свойства полностью описываются функцией распределения или бесконечной совокупностью ее моментов [1].

Статистическая зависимость между двумя случайными величинами в простейшем случае определяется их коэффициентом корреляции. Для многих практических задач полное описание случайных величин связано со значительными трудностями и не является необходимым. Достаточно менее полная, но более доступная информация о случайных величинах. Если для двух случайных величин найдены их средние значения, дисперсии и коэффициент корреляции, то считается, что статистические свойства случайных величин определены в рамках корреляционной теории. Для расчета коэффициента корреляции широко используется обработка экспериментальных данных на ЭВМ.

Метод, используемый в работе, основан на определении коэффициента корреляции путем визуального анализа диаграммы разброса на экране осциллографа. В работе измеряются автокорреляционные функции случайных сигналов на выходе линейных систем.

§ 2. Теория

Случайным процессом называется такая функция времени, значение которой в каждый фиксированный момент времени является случайной величиной.

В любой фиксированный момент времени t_1 случайный процесс $X(t_1)$ представляет собой случайную величину X_1 . Эта величина может быть полностью описана функцией распределения, которая называется одномерной функцией распределения случайного процесса и определяется формулой

$$F_1(x_1, t_1) = P(X_1 \leq x_1) = P[X(t_1) \leq x_1], \quad (1)$$

где $P(X_1 \leq x_1)$ — вероятность того, что случайная величина X_1 принимает значения, не большие фиксированной величины x_1 .

Как и при описании случайной величины, вводится плотность вероятности

$$f_1(x_1, t_1) = \frac{\partial F_1(x_1, t_1)}{\partial x_1}. \quad (2)$$

Если функция f_1 известна для любого t , то можно найти моменты случайного процесса

$$\alpha_n(t) = \overline{x^n} \quad (3)$$

и центральные моменты

$$\mu_n(t) = \overline{(x - \alpha_1)^n}. \quad (4)$$

Здесь, как и всюду в дальнейшем, черта над величиной означает усреднение

$$\overline{x^n} = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f_1(x_1, t) dx_1. \quad (5)$$

Фиксируя два момента времени t_1 и t_2 , имеем дело с двумя случайными величинами $X_1 = X(t_1)$ и $X_2 = X(t_2)$. Функции распределения этих случайных величин $F_1(x_1, t_1)$ и $F_1(x_2, t_2)$ или, что то же самое, одномерная функция распределения случайного процесса $F_1(x, t)$ полностью описывает эти случайные величины по отдельности. Для полного описания совокупности двух случайных величин вводится совместная (двумерная) функция распределения

$$F_2(x_1, t_1; x_2, t_2) = P[X(t_1) \leq x_1; X(t_2) \leq x_2], \quad (6)$$

соответствующая плотность вероятности

$$f_2(x_1, t_1; x_2, t_2) = \frac{\partial^2 F_2}{\partial x_1 \partial x_2}, \quad (7)$$

моменты

$$\alpha_{ik} = \overline{x^i(t_1) x^k(t_2)}, \quad (8)$$

центральные моменты

$$\mu_{ik} = \overline{[x(t_1) - \alpha_1(t_1)]^i [x(t_2) - \alpha_1(t_2)]^k}. \quad (9)$$

Если зафиксированы три момента, то мы имеем дело с тремя случайными величинами, и т. д. Полное статистическое описание случайного процесса дает бесконечная последовательность F_1, F_2, \dots ¹.

Рассмотрим некоторые моменты первых двух порядков.

$$\alpha_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_1(x, t) dx \quad (10)$$

¹ Если известна F_n , то можно найти $F_i, f_i, i < n$. Следовательно, можно сказать, что случайный процесс описан тем полнее, чем больше индекс известной функции распределения.

называется средним значением случайного процесса и определяет при любом фиксированном t_j среднее значение случайной величины X_j .

$$\begin{aligned}\alpha_{20} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1^2(t_1) f_2(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x_1^2(t_1) f_1(x_1, t_1) dx_1 = \overline{x^2(t_1)} \\ &\text{и } \alpha_{02} = \overline{x^2(t_2)}\end{aligned}$$

определяют одну и ту же функцию времени — среднее квадратичное значение случайного процесса. Точно так же μ_{20} и μ_{02} определяют одну функцию времени, причем, как и в случае описания случайной величины, вводится обозначение $\mu_{20} = \sigma^2(t)$, $\sigma(t)$ — стандартное отклонение случайного процесса, а $\sigma^2(t)$ — его дисперсия.

$$\alpha_{11}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t_1) x_2(t_2) f_2(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2 = \overline{x(t_1) x(t_2)} \quad (11)$$

характеризует корреляционную зависимость случайных величин X_1 и X_2 .

$$\mu_{11}(t_1, t_2) = \overline{[x(t_1) - \alpha_1(t_1)] [x(t_2) - \alpha_1(t_2)]} \quad (12)$$

называется корреляционной функцией процесса. Часто ее обозначают $\Phi_{xx}(t_1, t_2)$ и называют автокорреляционной функцией.

Статистические свойства двух процессов X и Y , протекающих одновременно (или рассматриваемых совместно), определяются совместными функциями распределения вида

$$\begin{aligned}F_{m,n}^{x,y}(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_m, t_m; y_1, t'_1; y_2, t'_2; \dots; y_n, t'_n) = \\ = P[X(t_1) \leq x_1, \dots, X(t_m) \leq x_m; Y(t'_1) \leq y_1, \dots, Y(t'_n) \leq y_n], \quad (13)\end{aligned}$$

из этой функции можно найти

$$\begin{aligned}F_j^x(x_1, t_1; \dots; x_j, t_j), F_i^y(y_1, t'_1; \dots; y_i, t'_i), \\ j = 1, \dots, m; i = 1, \dots, n.\end{aligned}$$

Так,

$$\begin{aligned}F_1^x(x, t) = \lim_{x_i \rightarrow \infty, y_j \rightarrow \infty} F_{m,n}^{x,y}(x, t; \dots; x_i, t_i; \dots; y_j, t_j), \\ i = 2, \dots, m; j = 1, \dots, n.\end{aligned}$$

Совместная плотность вероятности

$$f_{m,n}^{x,y}(x_1, t_1; \dots; x_m, t_m; y_1, t'_1; \dots; y_n, t'_n) = \frac{\partial^{m+n} F_{m,n}^{x,y}}{\partial x_1 \dots \partial x_m \partial y_1 \dots \partial y_n}. \quad (14)$$

По аналогии с (8) и (9) вводятся совместные моменты. Первая совместная плотность вероятности $f_{11}(x_1, t_1; y_1, t_2)$ определяет взаимную корреляционную функцию

$$\Phi_{xy}(t_1, t_2) = \overline{[x(t_1) - \alpha_1^x(t_1)][y(t_2) - \alpha_1^y(t_2)]}. \quad (15)$$

Если $X \equiv Y$, то последняя формула переходит в определение автокорреляционной функции.

Нормированный центральный момент одномерной совместной функции распределения называется коэффициентом взаимной корреляции процессов X и Y

$$\rho_{xy} = \frac{\Phi_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}. \quad (16)$$

Таким образом, коэффициент корреляции случайных процессов определяется аналогично коэффициенту корреляции случайных величин.

Для двух случайных величин X_1 и X_2 всегда $-1 \leq \rho \leq 1$, причем если X_1 и X_2 связаны линейной зависимостью: $X_2 = aX_1 + b$, то $\rho = \text{sign } a/|a|$. Если же X_1 и X_2 — статистически независимы, то $\rho = 0$.

Рассмотрим пример. Пусть имеются две случайные величины X_1 и X_2 , попытаемся определить такую линейную функцию $cX_1 + d$, которая наилучшим образом приближается к величине X_2 в том смысле, что реализуется

$$\min \delta = \min [x_2 - (cx_1 + d)]^2.$$

Расчет показывает, что $\min \delta$ достигается, если

$$d = \bar{x}_2 - c\bar{x}_1 \text{ и } c = \rho\sigma_2/\sigma_1. \quad (17)$$

При этом

$$\min \delta = \sigma_2^2(1 - \rho^2).$$

Таким образом, величина X_2 тем лучше аппроксимируется линейной функцией $cX_1 + d$, чем больше коэффициент корреляции ρ . Если же величины X_1 и X_2 независимы ($\rho = 0$), то $\min \delta = \sigma_2^2$. Это значит, что никакая линейная функция вида $cX_1 + d$ не может служить аппроксимацией случайной величины X_2 . Имея в виду рассмотренные свойства коэффициента корреляции, говорят, что коэффициент корреляции является мерой линейной зависимости двух случайных величин (и процессов).

Как видно из формулы (15), коэффициент взаимной корреляции процессов зависит от начала отсчета времени. Однако для широкого круга явлений можно ожидать, что изменение начала отсчета времени не изменит статистических характеристик процесса. В этом случае процесс называется стационарным. Для стационарного процесса одномерная функция распределения не зависит от времени. Действительно

$$f_1(x, t) = f_1(x, t + \Delta t) = f_1(x, 0) \equiv f_1(x).$$

Моменты α_n и μ_n также не зависят от времени.

Далее,

$$\begin{aligned} f_2(x_1, t_1; x_2, t_2) &= f_2(x_1, t_1 + \Delta t; x_2, t_2 + \Delta t) = \\ &= f_2(x_1, 0; x_2, t_2 - t_1) \equiv f_2(x_1, x_2, \tau), \end{aligned}$$

где $\tau = t_2 - t_1$. Подобным образом легко убедиться, что α_{ih} и μ_{ih} также зависят только от τ . В частности, из (11) вытекает, что $\varphi_{xx}(\tau) = \varphi_{xx}(-\tau)$, т. е. автокорреляционная функция стационарного процесса является четной функцией.

Рассмотрим теперь взаимную корреляционную функцию двух стационарных процессов. Заметим, что в выражении для $f_{11}^{x,y}(x, t_1; y, t_2)$ t_1 — это момент времени, в который зафиксирован процесс X , а t_2 — момент, в который зафиксирован процесс Y . Кроме того, $f_{11}^{x,y}$ характеризует не только свойства отдельных процессов X и Y , но и их связь. Из независимости статистических параметров от начала отсчета для отдельных процессов не следует, что их связь обладает тем же свойством. Таким образом, мы не можем утверждать, что, если процессы X и Y стационарны, то $f_{11}^{x,y}$ не меняется при сдвиге начала отсчета времени.

Два стационарных процесса называются стационарно связанными, если и статистические свойства их совокупности не изменяются при переносе начала отсчета, т. е.

$$\begin{aligned} f_{m,n}^{x,y}(x_1, t_1; \dots; x_m, t_m; y_1, t'_1; \dots; y_n, t'_n) = \\ = f_{m,n}^{x,y}(x_1, t_1 + \tau; \dots; x_m, t_m + \tau; y_1, t'_1 + \tau; \dots; y_n, t'_n + \tau). \end{aligned}$$

Для таких процессов взаимная корреляционная функция (15) и коэффициент корреляции (16) зависят только от разности моментов времени $\tau = t_1 - t_2$, т. е.

$$\varphi_{xy}(t_1, t_2) = \varphi_{xy}(\tau) \quad (18)$$

и

$$\rho(\tau) = \frac{[x(0) - \alpha_1^x][y(\tau) - \alpha_1^y]}{\sigma_x \sigma_y},$$

где $\alpha_1^x, \alpha_1^y, \sigma_x, \sigma_y$ — средние значения и стандартные отклонения процессов X и Y . $\rho_{xy}(\tau)$ достигает своего максимального значения, если $X \equiv Y$ и $\tau = 0$. В этом случае $\rho(0) = 1$. Можно пока-

зять, что всегда $-1 \leq \rho_{xy} \leq 1$. Если X и Y независимы, то, как легко видеть, $\rho_{xy}(\tau) = 0$.

При $X \equiv Y$ ρ_{xy} определяет коэффициент автокорреляции $\rho_{xx}(\tau)$.

Важным свойством, часто используемым при исследовании случайных процессов, является их эргодичность. Говорят, что стационарный процесс эргодический, если среднее по реализациям любой функции от случайного процесса равно среднему по времени от той же функции.

Из сказанного следует, что для стационарного эргодического процесса X его статистические параметры можно определить по одной реализации, заменив усреднение по ансамблю усреднением по времени:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt, \\ \mu_2 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - \alpha_1]^2 dt, \\ \varphi_{xx}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - \alpha_1] [x(t + \tau) - \alpha_1] dt.\end{aligned}\tag{19}$$

Смысл первых моментов процесса поясняет следующий пример. Пусть имеется генератор случайной э. д. с., нагруженный на сопротивление R , величина которого значительно превышает внутреннее сопротивление генератора. Пусть далее напряжение на сопротивлении $V(t)$ является стационарным эргодическим процессом. Тогда α_1^V — среднее значение процесса — представляет собой постоянную составляющую напряжения. Средняя мощность, выделяемая на сопротивлении $\overline{W}_\sim = \overline{V^2}/R = \alpha_2^V/R$. Средняя мощность переменной составляющей

$$\overline{W}_\sim = \mu_2^V/R = \overline{(V - \overline{V})^2}/R = \overline{V^2}/R - \overline{V}^2/R = \overline{W} - \overline{W}_=,$$

где $\overline{W}_=$ — мощность постоянной составляющей.

Рассмотрим теперь воздействие случайного процесса на линейную систему. Пусть на вход некоторой схемы, осуществляющей линейное преобразование сигнала, подается детерминированное напряжение $V(t)$. При исследовании линейных систем широко используется спектральный метод Фурье, следуя которому напряжение $V(t)$ можно представить в виде суммы (или интеграла) гармонических сигналов. Используя комплексное представление гармонических величин, получим

$$V(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} a(\omega) e^{i\omega t} d\omega,$$

где $a(\omega)d\omega$ — вклад спектральной компоненты частоты ω . Комплексная величина $a(\omega)$ называется спектральной плотностью; ее можно найти, применив обратное преобразование Фурье

$$a(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} V(t) e^{-i\omega t} dt.$$

Энергия, выделяемая на сопротивлении R , с одной стороны, определяется выражением $E = \frac{1}{R} \int_{-\infty}^{\infty} V^2(t) dt$. С другой стороны, суммируя (интегрируя) энергии отдельных спектральных компонент $\frac{1}{R} |a(\omega)|^2 d\omega$, получим

$$E = \frac{1}{R} \int_{-\infty}^{\infty} |a(\omega)|^2 d\omega.$$

Так как $|a(\omega)|^2$ — четная функция, то

$$E = \frac{1}{R} \int_{-\infty}^{\infty} V^2(t) dt = \frac{1}{R} \int_0^{\infty} 2 |a(\omega)|^2 d\omega.$$

Величина $\frac{2}{R} |a(\omega)|^2$ определяет спектральную плотность энергии.

Для широкого класса функций $V(t)$ энергия, выделенная на конечном сопротивлении за бесконечное время, будет бесконечной. Поэтому в качестве энергетической характеристики используют среднюю мощность

$$W = \frac{1}{R} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V^2(t) dt.$$

При этом вклад отдельных спектральных компонент выражается через спектральную плотность мощности, которую можно найти следующим образом. Энергия, выделяемая за конечный промежуток времени от $-T$ до $+T$, равна

$$E_T = \frac{1}{R} \int_{-T}^T V^2(t) dt,$$

а средняя мощность

$$W_T = \frac{E_T}{2T} = \frac{1}{R} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V^2(t) dt.$$

Чтобы воспользоваться преобразованием Фурье, введем функцию

$$V_T(t) = \begin{cases} V(t), & |t| \leq T; \\ 0, & |t| > T. \end{cases}$$

Тогда

$$W_T = \frac{1}{2RT} \int_{-\infty}^{\infty} V_T^2 dt = \frac{1}{R} \int_0^{\infty} \frac{|\alpha_T(\omega)|^2}{T} d\omega.$$

Переходя к пределу при $T \rightarrow \infty$, получим $W_T \rightarrow W$, и спектральная плотность мощности

$$S_W(\omega) = \frac{1}{R} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\alpha_T(\omega)|^2}{T} = \frac{1}{R} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-T}^T V(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2.$$

Линейная цепь характеризуется комплексным коэффициентом передачи $K(\omega) = \tilde{V}_{\text{вых}}/\tilde{V}_{\text{вх}}$, где $\tilde{V}_{\text{вых}}$ и $\tilde{V}_{\text{вх}}$ — комплексные амплитуды напряжений на входе и выходе цепи соответственно.

Отсюда следует, что $a(\omega)_{\text{вых}} = K(\omega)a(\omega)_{\text{вх}}$ и $S_W(\omega)_{\text{вых}} = |K(\omega)|^2 S_W(\omega)_{\text{вх}}$, где $a(\omega)_{\text{вых}}$, $a(\omega)_{\text{вх}}$, $S_W(\omega)_{\text{вых}}$ и $S_W(\omega)_{\text{вх}}$ — спектральные плотности и спектральные плотности мощности на выходе и входе цепи.

Аналогичным образом описывается любое линейное преобразование произвольной функции $x(t)$. Спектральной плотностью мощности функции $x(t)$ называется величина

$$S(\omega, x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-T}^T x(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2.$$

Переменная x показывает лишь, что зависимость S от ω определяется видом функции $x(t)$. Справедливы все соотношения, рассмотренные в примере, в частности,

$$S_{\text{вых}}(\omega, y) = |K(\omega)|^2 S_{\text{вх}}(\omega, x), \quad (20)$$

где $S_{\text{вых}}(\omega, y)$ и $S_{\text{вх}}(\omega, x)$ — спектральные плотности мощности величин $y(t)$ и $x(t)$, причем $y(t)$ есть результат линейного преобразования функции $x(t)$.

Для случайного процесса спектральная плотность мощности

$$S_{xx}(\omega) = \overline{S(\omega, x)},$$

здесь $x(t)$ — реализация случайного процесса. Для случайных процессов аналогично (20)

$$S_{yy}(\omega) = |K(\omega)|^2 S_{xx}(\omega). \quad (21)$$

Для стационарных процессов

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{xx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau, \quad (22)$$

автокорреляционная функция

$$\Phi_{xx}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (23)$$

Рассмотрим примеры.

1. В последовательный колебательный контур (рис. 1) включен источник случайной э. д. с. Найдем коэффициент автокорреляции напряжения на конденсаторе контура.

Контур характеризуется двумя параметрами: собственной частотой

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ и добротностью } Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Комплексный коэффициент передачи для такой цепи

$$K(\omega) = \frac{\tilde{V}_{\text{вых}}}{\tilde{V}_{\text{вх}}} = \frac{1}{(1 - \omega^2 LC) + i\omega RC} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + i \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}}.$$

Если на вход контура подан сигнал, представляющий собой белый шум со спектральной плотностью мощности $S(\omega) = S_0 = \text{const}$, то спектральную плотность мощности на выходе цепи $S_{\text{вых}}$ можно найти из (21): $S_{\text{вых}} = S_0 / [(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2]$. Подставив в (23), получим для корреляционной функции сигнала на конденсаторе контура

$$\begin{aligned} \Phi_{xx}(\tau) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_0 e^{i\omega\tau} d\omega}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} = \\ &= \frac{\pi S_0}{2RC} e^{-\frac{R}{2L}\tau} \left(\cos \beta\tau + \frac{R}{2L\beta} \sin \beta\tau \right), \end{aligned}$$

где

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}.$$

Из (16) следует, что коэффициент автокорреляции $\rho(\tau)$ равен $\Phi_{xx}(\tau)/\sigma^2$. Из соотношения (9) следует, что для стационарного процесса

$$\rho(\tau) = \frac{\mu_{11}(\tau)}{\mu_{20}} = \frac{\Phi_{xx}(\tau)}{\Phi_{xx}(0)}. \quad (24)$$

Отсюда

$$\rho(\tau) = e^{-\frac{R}{2L}\tau} \left(\cos \beta\tau + \frac{R}{2L\beta} \sin \beta\tau \right). \quad (25)$$

2. Источник случайной э. д. с. подключен к RC -цепочке (рис. 2).

Аналогично предыдущему

$$K(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega RC}, \quad S_{\text{вых}} = \frac{S_0}{1 + \omega^2 R^2 C^2}.$$

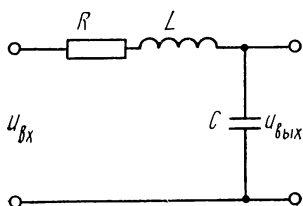


Рис. 1. Схема колебательного контура

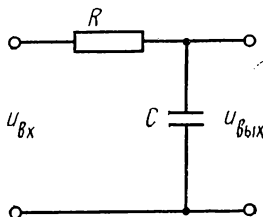


Рис. 2. Схема RC -цепочки

Коэффициент автокорреляции напряжения на конденсаторе

$$\varphi_{xx}(\tau) = S_0 \int_0^{\infty} \frac{\cos(\omega \tau)}{1 + \omega^2 R^2 C^2} d\omega = S_0 \frac{\pi}{2} \tau_0 e^{-\tau/\tau_0},$$

где $\tau_0 = RC$ — постоянная времени цепочки. Из (24) найдем

$$\rho(\tau) = e^{-\frac{\tau}{\tau_0}}. \quad (26)$$

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Для экспериментального определения корреляционной функции применяются устройства, непосредственно реализующие операции над процессами согласно формулам (12) или (19). В данной задаче используется способ, который существенно использует некоторые свойства случайных процессов.

Пусть имеется два процесса X и Y . Введем систему координат xOy . Предположим, что на плоскость xOy нанесены точки $\{x_i(t_1), y_i(t_2)\}$, соответствующие реализациям процессов X и Y в фиксированные моменты времени t_1 и t_2 (индекс i соответствует номеру реализации $i=1, 2, \dots, \infty$). Эти точки будем в дальнейшем называть изображающими точками, а плоскость xOy с нанесенными изображающими точками — диаграммой разброса. Конечная окрестность некоторой точки диаграммы разброса может содержать бесконечное множество изображающих точек. Будем характеризовать каждую такую окрестность отношением числа изображающих точек, попавших в выделенную окрестность, к общему числу изображающих точек на диаграмме разброса. Относительное

число изображающих точек, лежащих в области $X \leq x_1, Y \leq y_1$, равно $P(X \leq x_1; Y \leq y_1)$. Следовательно, относительная плотность изображающих точек равна $f_{11}(x_1, t_1; x_2, t_2)$ (14). Если процессы стационарные и стационарно связанные, то относительная плотность зависит только от $\tau = t_2 - t_1$. Для эргодических процессов диаграмму разброса полезно составлять из значений одной пары реализации при $-\infty < t < \infty$, причем часто без существенного ущерба можно ограничиться конечным интервалом времени $-T \leq t \leq T$.

Рассмотрим некоторые свойства диаграммы разброса для стационарных, стационарно связанных эргодических процессов. Если процессы детерминированы, то на диаграмме разброса будет наблюдаться кривая, параметрическое уравнение которой $y = y(t), x = x(t)$. В случае, если процессы независимы и все значения X и Y равновероятны, вся плоскость xOy будет равномерно покрыта изображающими точками.

Диаграмма для статистически независимых процессов обладает следующим свойством, вытекающим из соотношения

$$f_{11}(x, y) = f_1^*(x) \cdot f_1^*(y).$$

Если зафиксировать x и выделить достаточно узкую полоску $(x, x+dx)$, то распределения относительных плотностей изображающих точек вдоль оси Oy будут подобными для любых x . Аналогично для полосок $(y, y+dy)$. В частности, для функций распределения, симметричных относительно \bar{x} и \bar{y} соответственно, плотность изображающих точек будет симметричной относительно осей $O'x'$ и $O'y'$, проведенных параллельно осям Ox и Oy с началом координат в точке (\bar{x}, \bar{y}) .

Указанное свойство присуще только некоррелированным процессам, поэтому статистическую независимость процессов можно установить по характеру распределения относительной плотности изображающих точек. Так, если $\rho_{xy} = 1$, то изображающие точки расположатся вблизи прямой

$$y = \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y} x + \left(\bar{y} - \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \bar{x} \right),$$

причем среднее квадратичное отклонение равно нулю (17). Чем более коррелированы процессы, тем большее число точек группируется вблизи прямой.

Пусть коэффициент корреляции исследуемых процессов X и Y равен ρ_{xy} . Составим процесс $Z = X + \alpha Y$ и рассмотрим диаграмму разброса процессов Z и Y . Для простоты примем, что $\bar{x} = \bar{y} = 0$, и, следовательно, $\bar{z} = 0$.

Вычислим коэффициент корреляции процессов Z и Y $\rho_{zy} = \varphi_{zy} / (\sigma_z \sigma_y)$. Из (15)

$$\varphi_{zy} = \overline{zy} = \overline{(x + \alpha y)y} = \overline{xy} + \alpha \overline{y^2}.$$

Учитывая (9), получим

$$\sigma_z = \sqrt{\mu_{20}^z} = \sqrt{z^2} = \sqrt{x^2 + 2\alpha xy + \alpha^2 y^2},$$

так как из (9) следует, что $\sigma_x = \sqrt{x^2}$ и $\sigma_y = \sqrt{y^2}$, то, выражая xy через ρ_{xy} , получим

$$\rho_{zy} = \frac{\rho_{xy} + \alpha \sigma_y / \sigma_x}{\sqrt{1 + 2\alpha \rho_{xy} \sigma_y / \sigma_x + (\sigma_y / \sigma_x)^2 \alpha^2}}. \quad (27)$$

Если $\sigma_x = \sigma_y$, то формула (27) упрощается:

$$\rho_{zy} = \frac{\rho_{xy} + \alpha}{\sqrt{1 + 2\alpha \rho_{xy} + \alpha^2}}. \quad (28)$$

Отсюда ясно, что соответствующим подбором коэффициента α можно добиться того, чтобы процессы Z и Y были некоррелированными; при этом $\alpha = -\rho_{xy}$.

На этом и основан метод, применяемый в данной задаче. Для наблюдения диаграммы разброса используется экран осциллографа. На горизонтально отклоняющие пластины подается напряжение, соответствующее процессу Y , а на вертикально отклоняющие — напряжение, соответствующее процессу $Z = X + \alpha Y$, которое формируется специальной установкой. Изменением коэффициента α процессы Z и Y декоррелируются, и тогда $\rho_{xy} = -\alpha$.

Рассмотрим в качестве примера случай, когда величины X и Y распределены по нормальному закону. Как и раньше, положим $x = y = 0$, тогда совместная плотность вероятности

$$f_{11}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho_{xy}^2(\tau)}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{x^2/\sigma_x^2 - 2\rho_{xy}'(\tau)xy/(\sigma_x\sigma_y) + y^2/\sigma_y^2}{1-\rho_{xy}^2(\tau)}\right].$$

Линии равной плотности изображающих точек находятся из условия $f_{11}(x, y) = \text{const}$ и имеют вид

$$x^2/\sigma_x^2 - 2\rho_{xy}xy/(\sigma_x\sigma_y) + y^2/\sigma_y^2 = \text{const}.$$

Таким образом, если на пластины осциллографа подать напряжения, являющиеся случайными гауссовыми процессами, то линии равной яркости будут представлять собой эллипсы, оси которых повернуты относительно осей координат Ox и Oy . Так как гауссова кривая быстро убывает с увеличением аргумента, то на экране будет наблюдаться светящееся пятно, ограниченное эллипсом.

В случае некоррелированных гауссовых процессов оси эллипса совпадают с осями Ox и Oy осциллографической трубки.

Предположим, что в специальном устройстве из сигналов X и Y образован сигнал $Z = X + \alpha Y$. Известно [1], что сигнал Z будет также гауссовым. Поэтому если подать его на пластины вместо сигнала X , то граница светящегося пятна на экране осциллографа будет также иметь форму повернутого относительно осей экрана

эллипса. Изменяя коэффициент α , можно добиться, чтобы оси эллипса совпадали с осями трубки. В этом случае $\rho_{zy}=0$ и из (27) следует, что $\rho_{xy}=-\alpha\sigma_y/\sigma_x$. Если $\sigma_x=\sigma_y$, то $\rho_{xy}=-\alpha$. Легко убедиться, что изменение масштаба сигнала Z не сказывается на соотношениях (27) и (28). Поэтому, меняя усиление осциллографа по вертикали, можно при декорреляции сигналов Z и Y получить на экране окружность. Это увеличит точность измерений.

В данной задаче описанный метод применяется для определения коэффициента автокорреляции. С этой целью на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа подается случайный процесс $X(t)$, на вертикально отклоняющие — сигнал $X(t+\tau)+\alpha X(t)$, сформированный специальной установкой.

Установка состоит из следующих блоков.

1. Набор фильтров « ω » включает четыре колебательных контура и RC -цепочку. Контур настроен на частоту около 80 кГц и имеет разные полосы пропускания. С помощью переключателя на пять положений, установленного на лицевой панели, подключаются различные фильтры и тем самым изменяется спектр сигнала.

2. Линия задержки « τ » осуществляет запаздывание сигнала на время τ . Переключателем « τ » величина задержки меняется в пределах от 0 до ~ 30 мкс ступенями через 1,1 мкс.

3. Усилитель « α » собран по балансной схеме. Усилитель имеет равномерную частотную характеристику в диапазоне 20 Гц \div 250 кГц. Его коэффициент усиления α изменяется с помощью потенциометра, отградуированного в пределах $-1,0 \div 1,0$.

4. В установке применен сумматор на сопротивлениях (рис. 3). Напряжение на входе сумматора пропорционально сумме входных напряжений.

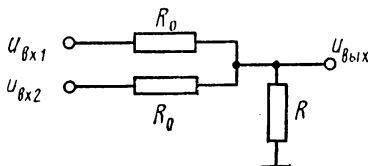


Рис. 3. Принципиальная схема сумматора

§ 4. Упражнения

1. **Определение корреляционной функции сигнала $x=A\sin\omega t$.** Определение корреляционной функции гармонического сигнала может представлять интерес, например, по следующим причинам. Всякий генератор синусоидального напряжения генерирует, строго говоря, узкополосный случайный процесс. Чем уже спектр этого процесса, тем ближе сигнал к гармоническому. Измерив корреляционную функцию, из (22) можно определить спектр сигнала и, например, произвести сравнение различных генераторов гармонического напряжения. Однако следует учесть, что чем уже спектр процесса, тем медленнее убывает корреляционная функция, т. е.

тем больше должно быть время задержки τ , необходимое для удовлетворительного описания корреляционной функции.

В данной задаче параметры блока задержки не позволяют сделать таких измерений. Поэтому определение корреляционной функции гармонического сигнала производится для контроля работоспособности установки. Если для гармонического сигнала формально ввести те же параметры, что и для стационарного случайного процесса

$$\left(\varphi_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T A \sin \omega(t + \tau) A \sin \omega t dt, \dots \text{ и т. д.} \right),$$

то, как легко проверить, данный метод позволяет определить $\rho(\tau)$ и для гармонического сигнала. Для выполнения этого упражнения собирается схема согласно рис. 4. Амплитуда сигнала с генератора выбирается равной 2 В, а частота—80 кГц. Для каждого положения переключателя « τ » изменением « α » добиваются, чтобы эллипс на экране осциллографа занял положение, при котором его

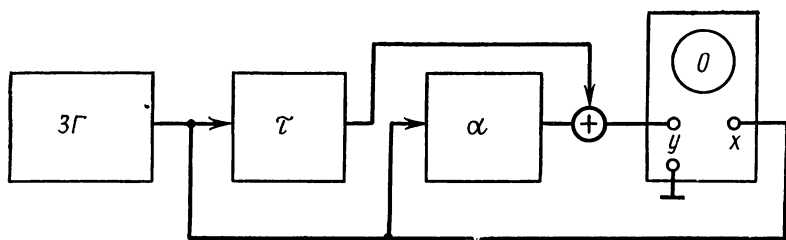


Рис. 4. Блок-схема включения аппаратуры для исследования гармонического сигнала. ЗГ — звуковой генератор

оси совпадают с осями экрана¹. В этом случае $\rho = -\alpha$. Изменяя усиление вертикально отклоняющего сигнала, можно получить на экране окружность, увеличив тем самым точность измерений. Результаты представляются в виде графика функции $\rho = \rho(\tau)$. Точность определения $\rho(\tau)$ возрастает, если учесть, что условие $\sigma_x = \sigma_y$ выполняется нестрого из-за потерь в линии задержки. В этом случае необходимо использовать непосредственно формулу (27), из которой следует, что при декорреляции сигналов выполняется условие $\rho_{xy} = -\alpha \sigma_y / \sigma_x$. Величину σ_y / σ_x можно найти, измерив напряжение на входе и выходе линии задержки $\sigma_y / \sigma_x = u_{вх} / u_{вых}$. Для введения этой поправки необходимо определить зависимость $u_{вх} / u_{вых}$ от τ .

¹ Непосредственным расчетом можно убедиться, что при $\tau = 0, T/2, T \dots$ на экране осциллографа должна получаться прямая.

2. Определение параметров колебательного контура из графика корреляционной функции. Целью упражнения является:

наблюдение изменения характера шумового сигнала при прохождении его через фильтры с разными полосами пропускания;

экспериментальное определение коэффициента автокорреляции $\rho(\tau)$ сигнала на конденсаторе колебательного контура;

определение параметров контура из резонансной кривой и из графика зависимости ρ от τ и сравнение полученных результатов.

1. Для выполнения первого пункта собирают схему согласно рис. 5. Осциллограф включается в режим непрерывной развертки.

Подсоединив самый узкополосный фильтр, настраивают осциллограф так, чтобы на экране наблюдался квазигармонический процесс. Подключая различные фильтры, смотрят, как изменяется характер сигнала.

2. Для экспериментального определения $\rho(\tau)$ собирается схема согласно рис. 6. Переключатель фильтров ставят в одно из поло-

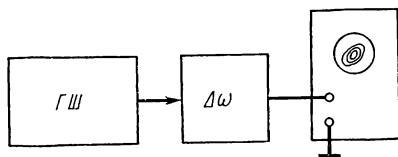


Рис. 5. Блок-схема включения аппаратуры для качественного исследования шумового сигнала, прошедшего через различные фильтры. ГШ — генератор шума

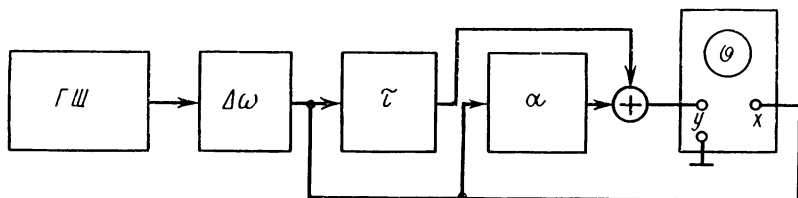


Рис. 6. Блок-схема включения аппаратуры для измерения корреляции

жений. Измерения $\rho(\tau)$ производятся так же, как и в упр. 1. Точность измерений увеличится, если учесть затухание сигнала в линии задержки. При этом следует иметь в виду, что графики $\sigma_y/\sigma_x = \Psi(\tau)$ для гармонического сигнала и для шума не обязаны совпадать. При измерении напряжений шумовых сигналов стрелка вольтметра не должна находиться вблизи максимального отклонения, так как при этом увеличивается погрешность измерений. Это связано с тем, что при измерении гармонических сигналов (для которых и рассчитан вольтметр) усилитель вольтметра должен усиливать без искажений амплитуду сигнала, равную $\sim 1,4 u_{изм.}$

Для гауссового шума эквивалентная «амплитуда» составляет $\sim 3u_{изм.}$ Параметры колебательного контура из графика зависи-

мости ρ от τ можно определить следующим образом. Из формулы для автокорреляционной функции (25) можно вывести, что $\ln \kappa = \pi/Q \sqrt{1 - 1/4Q^2}$, где $\kappa = \rho_{\max j} / \rho_{\max j} + 1 = \rho_{\min j} / \rho_{\min j} + 1$ — отношение последовательных максимумов или минимумов кривой $\rho(\tau)$. Поэтому для нахождения Q измеряют величины максимумов

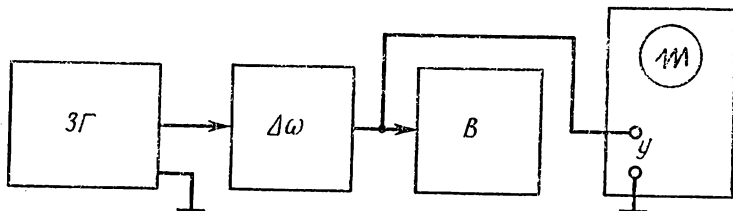


Рис. 7. Блок-схема включения аппаратуры для снятия резонансных кривых. В — вольтметр

и минимумов кривой. Затем составляют отношения κ , находят их среднее значение и вычисляют Q по приведенной выше формуле. Для контуров с большой добротностью ($Q \geq 10$) можно использовать упрощенное соотношение $Q \approx \pi / \ln \kappa$.

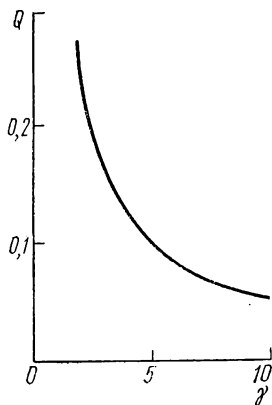


Рис. 8. График для определения добротности

$$\gamma = \sqrt{\frac{Q^2 - 1/2}{2[(Q^2 - 1/2) - \sqrt{(Q^2 - 1)^2 - 1/2}]}}$$

Для определения ω_0 можно воспользоваться тем, что расстояние между соседними минимумами по оси τ связано с ω_0 зависимостью $\Delta\tau = 2\pi/\omega_0 \sqrt{1 - 1/4Q^2}$. Для контуров с большой добротностью $\omega_0 \approx 2\pi/\Delta\tau$.

3. Чтобы снять резонансную кривую контура, собирается схема, приведенная на рис. 7. Напряжение на входе выбирают таким, чтобы максимальное напряжение, снимаемое с выхода фильтра, было равно 2В. Для контуров с большой добротностью ($Q \geq 10$) максимум кривой $V_{\text{вых}}/V_{\text{вх}} = K(f)$ достигается при $f_0 = \omega_0/2\pi$, а

добротность определяется из формулы $Q = f_0 / |f_2 - f_1|$, где f_2 и f_1 — абсциссы точек пересечения кривой $K(f)$ с прямой $V_{\text{вых}} = V_{\text{вых max}} / \sqrt{2}$. Для контуров с малой добротностью из резонансной кривой находят $\gamma = f_0 / |f_2 - f_1|$, затем из графика, приведенного на рис. 8, находят добротность Q . Максимум кривой $V_{\text{вых}} / V_{\text{вх}} = K(f)$ достигается в этом случае при $f_0 = \frac{1}{2\pi} \omega_0 \sqrt{1 - 1/2Q^2}$.

Полученные значения ω_0 и Q нужно сравнить со значениями ω_0 и Q , найденными из графика зависимости ρ от τ .

3. Определение постоянной времени RC-цепочки. Для нахождения постоянной времени RC -цепочки используется соотношение (26).

Экспериментальное определение зависимости ρ от τ производится так же, как и в предыдущем упражнении. Переключатель фильтров ставится в положение Y . На вход подается максимальное напряжение от шумового генератора. Положение ручки регулировки « α », при котором достигается декорреляция сигналов Z и Y , определяется не менее трех раз для каждого значения τ . Из полученных значений α вычисляется среднее значение — $\alpha_{\text{ср}}$. Из экспериментальной кривой $\rho = \rho(\tau)$ находится τ_0 .

Из (26) видно, что кривую $\rho(\tau)$ следует построить в логарифмическом масштабе $y = \ln \rho(\tau) = -\tau/\tau_0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б. Р. Статистическая радиофизика, т. 1. М., «Сов. радио», 1966.
2. Мидлтон Д. Введение в статистическую теорию связи, т. 1. М., «Сов. радио», 1961.
3. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М., Физматгиз, 1961.
4. Ланинг Дж. Х., Бетти Р. Г. Случайные процессы в задачах автоматического управления. М., ИЛ, 1958.

8. ИССЛЕДОВАНИЕ ФЛУКТУАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ МЕТОДОМ СТАТИСТИКИ ФОТООТСЧЕТОВ

В задаче изучается статистика фотоотсчетов лазерного излучения.

§ 1. Введение

Измерение статистики фотоотсчетов заключается в определении распределения вероятности регистрации n фотоэлектронных импульсов на аноде фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) за определенное время.

Электроны, выбиваемые с катода ФЭУ фотонами, «умножаются» в диодной системе ФЭУ и в результате на аноде ФЭУ появляются так называемые фотоэлектронные импульсы тока. Амплитуда фотоэлектронных импульсов определяется коэффициентом усиления ФЭУ.

Если интенсивность светового излучения достаточно мала, то на аноде ФЭУ наблюдается последовательность разделенных во времени фотоэлектронных импульсов. Можно сосчитать число этих импульсов за некоторый интервал времени T , а многократно повторяя эту операцию, измерить статистику фотоотсчетов. Существует метод, позволяющий измерить статистику фотоотсчетов и в том случае, когда фотоэлектронные импульсы не разрешены во времени.

Статистика фотоотсчетов определяется флуктуациями интенсивности исследуемого светового излучения и позволяет получить ин-

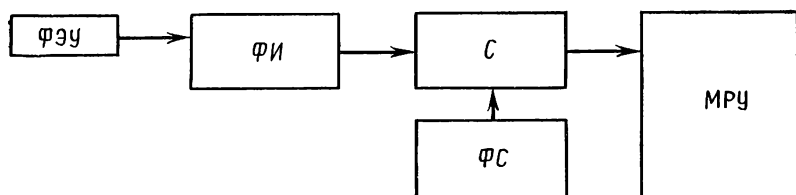


Рис. 1. Блок-схема измерения распределения фотоотсчетов нелинейным методом: ФИ — формирователь импульсов, С — счетчик, ФС — формирователь строба, МРУ — многоканальное регистрирующее устройство

формацию о флуктуациях интенсивности. Зная распределение фотоотсчетов, можно узнать распределение интенсивности.

Развитие методов фотоотсчетов было связано с разработкой методов измерения корреляционных функций интенсивности с помощью корреляции фотоотсчетов [1, дополнение]. Эти методы реализуют предельную чувствительность и дают возможность измерять ширину линий в рассеянном световом излучении, если она не превышает 1 ГГц.

Существуют два метода измерения распределения фотоотсчетов — линейный и нелинейный [2]. На рис. 1 показана блок-схема системы, реализующей нелинейный метод. Этот метод может быть применен только в том случае, когда интенсивность светового потока достаточно мала и фотоэлектронные импульсы разрешены во времени.

Фотоэлектронные импульсы флуктуируют и по амплитуде и по длительности, что обусловлено статистической природой умножения электронов в диодной системе ФЭУ. Чтобы избежать влияния этих флуктуаций на работу дальнейших устройств, импульсы стандартизируются по амплитуде и длительности в формирователе импульсов, обязательно содержащем нелинейный дискриминирующий элемент, отбрасывающий импульсы, амплитуда которых ниже некоторого порога. Импульсы с выхода формирователя считаются в счетчике, который открывается на время, задаваемое стробом, приходящим с формирователя строба.

Число импульсов, сосчитанных за время выборки, фиксируется в многоканальном регистрирующем устройстве следующим образом: если за время выборки было сосчитано n импульсов, то в n -й канал многоканального регистрирующего устройства добавляется 1. Таким образом, при достаточно большом числе выборок в каналах регистрирующего устройства фиксируется распределение фотоотсчетов.

Недостаток нелинейного метода заключается в том, что формирователь импульсов вносит «мертвое» время. Это значит, что

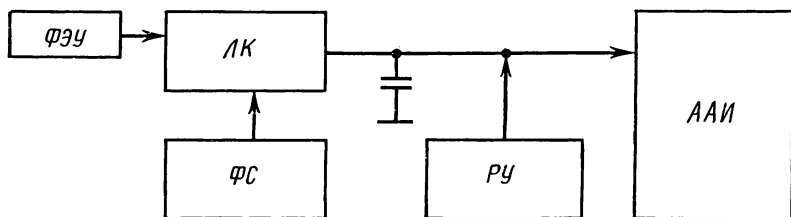


Рис. 2. Блок-схема измерения распределения фотоотсчетов линейным методом: ЛК — линейный ключ, РУ — разрядное устройство, ААИ — амплитудный анализатор импульсов

если интервал времени между двумя импульсами ФЭУ меньше, чем «мертвое» время, то они будут сосчитаны как один импульс. Влияние «мертвого» времени может быть учтено путем введения поправок в распределение фотоотсчетов.

Блок-схема системы, реализующей линейный метод измерения распределения фотоотсчетов, показана на рис. 2. В линейном методе отсутствует формирователь импульсов. Ток фотоумножителя через линейный ключ, открываемый на время выборки, заряжает конденсатор C . Далее конденсатор разряжается с помощью разрядного устройства. Таким образом, на конденсаторе C формируется импульс, амплитуда которого определяется зарядом, поступившим с ФЭУ за время выборки ($u = q/C$). Если каждый фотоэлектронный импульс несет в среднем заряд q_0 , то $q \approx nq_0$, где n — число импульсов. В силу статистической природы «умножения» электронов в диодной системе ФЭУ заряд, который несет с собой каждый фотоэлектронный импульс, флуктуирует по величине. Это приводит к тому, что распределение числа фотоотсчетов n несколько отличается от распределения заряда q , фактически измеряемого в данном методе.

Отсутствие в данном методе формирователя импульсов позволяет избежать просчета импульсов за счет «мертвого» времени. Поэтому допустимо значительно большее число импульсов в единицу времени, чем в нелинейном методе.

В работе с помощью линейного метода производится измерение распределения фотоотсчетов. Измеряется распределение фотоот-

счетов непосредственно для лазерного излучения и лазерного излучения, прошедшего через вращающееся матовое стекло, при различных значениях средней интенсивности. Распределение фотоотсчетов фиксируется в анализаторе импульсов (АИ-128) и выводится на цифропечать или самописец.

§ 2. Теория

В полуклассической теории фотоэлектрических отсчетов [3] распределение фотоотсчетов находится с помощью формулы Манделя:

$$P(n, T) = \int_0^{\infty} \frac{(\alpha U)^n}{n!} \exp(-\alpha U) p(U) dU, \quad (1)$$

где T — время выборки; α — чувствительность катода, $U = \int_t^{t+T} I(t') dt'$, где $I(t)$ — интенсивность светового поля, $p(U)$ — распределение вероятности величины U .
Если $T \ll \tau_{\text{кор}}$, где $\tau_{\text{кор}}$ — время корреляции для флуктуаций интенсивности, то

$$U = I(t)T,$$

$$P(n, T) = \int_0^{\infty} \frac{(\alpha I T)^n}{n!} \exp(-\alpha I T) p(I) dI, \quad (2)$$

где $p(I)$ — распределение вероятности величины интенсивности.

С помощью (2) находим

$$\bar{n} = \sum n P(n, T) = \alpha T \langle I \rangle,$$

$$\bar{n}^2 = \sum n^2 P(n, T) = \alpha T \langle I \rangle + \alpha^2 T^2 \langle I^2 \rangle = \bar{n} + \alpha^2 T^2 \langle I^2 \rangle.$$

Следовательно, дисперсия

$$\sigma^2 = \bar{n}^2 - \bar{n}^2 = \bar{n} + \alpha^2 T^2 (\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2). \quad (3)$$

В случае нефлуктуирующей интенсивности $p(I) = \delta(I - I_0)$,

$$\langle I \rangle = I_0, \quad \langle I^2 \rangle = \langle I \rangle^2,$$

и получаем пуассоновское распределение (рис. 3)

$$P_0(n, T) = \frac{(\alpha I_0 T)^n}{n!} \exp(-\alpha I_0 T),$$

для которого $\sigma^2 = \bar{n}$.

Если интенсивность флуктуирует, то дисперсия согласно (3) будет больше дисперсии пуассоновского распределения на величину,

пропорциональную дисперсии флуктуаций интенсивности $\sigma_I^2 = \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2$:

$$\sigma^2 = \bar{n} + \alpha^2 T^2 \sigma_I^2.$$

Для гауссовой статистики поля излучения распределение интенсивности имеет вид: $p(I) = \frac{1}{I_0} \exp(-I/I_0)$. Используя его, получаем для распределения фотоотсчетов [3]

$$P(n, T) = \frac{\bar{n}^n}{(1 + \bar{n})^{n+1}} = \frac{(1 + 1/\bar{n})^{-n}}{1 + \bar{n}}. \quad (4)$$

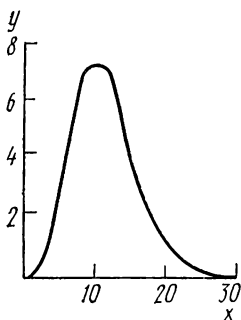


Рис. 3. Распределение фотоотсчетов (Пуассона) для излучения с постоянной интенсивностью: x — номер канала, y — число фотоотсчетов $\times 10^{-3}$

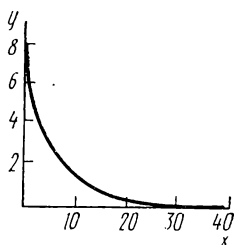


Рис. 4. Распределение фотоотсчетов (Бозе — Эйнштейна) для излучения с гауссовой статистикой поля

Это распределение Бозе—Эйнштейна (рис. 4), имеющее вид геометрической прогрессии с показателем $(1 + 1/\bar{n})^{-1}$. При $\bar{n} \gg 1$

$$P(n, T) = \frac{1}{1 + \bar{n}} \exp(-n/\bar{n}).$$

При $T \gg \tau_{\text{кор}} \bar{n}$ и $p(I) = \frac{1}{I_0} \exp(-I/I_0)$ $P(n, T)$ переходит в пуассоновское распределение, а его дисперсия $\sigma^2 = \bar{n}(1 + \bar{n}\tau_{\text{кор}}/T)$ переходит в $\sigma^2 = \bar{n}$, что характерно для пуассоновского распределения. Для правильной передачи информации о флуктуациях интенсивности необходимо, чтобы время выборки было меньше $\tau_{\text{кор}}$. Аналогично обстоит дело и с пространственной переменной. Для неискаженного измерения статистики фотоотсчетов перед катодом ФЭУ должна стоять диафрагма, размер которой $d \ll r_{\text{ког}}$ — радиуса когерентности для флуктуаций интенсивности. При нарушении этого условия, т. е. при $d \gg r_{\text{ког}}$, но $T \ll \tau_{\text{кор}}$, распределение Бозе—Эйнштейна переходит в распределение Пуассона.

Если в исследуемом световом излучении имеются флуктуации интенсивности с временем корреляции $\tau_{\text{кор}}$ и $T/\tau_{\text{кор}} \gg n$, то статистика фотоотсчетов будет пуассоновской, т. е. такой, какой бы она была в отсутствие флуктуаций интенсивности.

Источником светового излучения с нефлуктуирующей интенсивностью является работающий в непрерывном режиме одночастотный лазер, т. е. лазер, генерирующий на одной продольной и одной поперечной моде. Если в лазере возбуждается несколько мод, продольных или поперечных, то за счет биений между модами интенсивность излучения непостоянна. В работе используется He—Ne-лазер типа ЛГ-38, работающий на одной поперечной и нескольких продольных модах. Время корреляции $\tau_{\text{кор}} = 1/\Delta\nu$, $\Delta\nu$ — общая ширина генерируемого спектра; $\Delta\nu = Nc/2L$, где N — число генерируемых продольных мод, L — длина лазерного резонатора, $c/2L$ — расстояние по частоте между продольными модами. Для ЛГ-38 $N=6$, $L=2$ м и $\tau_{\text{кор}}=2$ нс. Время выборки в задаче $T=1$ мкс, поэтому, если $n < 500$, флуктуации интенсивности, обусловленные биениями между продольными модами, не будут проявляться в статистике фотоотсчетов.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Основными элементами установки являются He—Ne-лазер и система регистрации, состоящая из фотоумножителя, схемы преобразования сигнала ФЭУ и амплитудного анализатора АИ-128 (рис. 5).

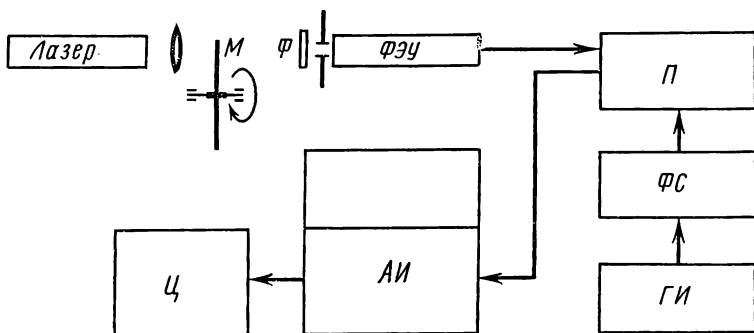


Рис. 5. Блок-схема экспериментальной установки: М — вращающееся матовое стекло, Ф — светофильтр, П — преобразователь, АИ — анализатор импульсов, ГИ — генератор импульсов, ФС — формирователь стро-ба, Ц — цифропечатающая машина

Оптическая система. Излучение лазера проходит либо через вращающееся матовое стекло, либо минуя его. Кроме того, на пути луча могут быть поставлены нейтральные светофильтры. Излучение лазера фокусируется линзой с фокусным расстоянием $F=6,5$ см. Линзу можно передвигать вдоль луча.

При прохождении лазерного излучения через матовое стекло световое поле за стеклом представляет собой суперпозицию полей, приходящих от различных неоднородностей матового стекла, расположенных в пределах освещенного пятна. Если число неоднородностей в пределах освещенного пятна велико, то статистика светового поля гауссова. Вращающееся матовое стекло позволяет имитировать световое поле с гауссовой статистикой. Скорость вращения матового стекла такова, что $\tau_{\text{кор}} \approx 1$ мс. Так как $T = 1$ мкс, то условие $T \ll \tau_{\text{кор}}$ выполняется очень хорошо.

Если фокус линзы находится на поверхности матового стекла, то диаметр светового пятна $D \approx F\lambda/a$, где a — диаметр луча лазера на линзе, F — ее фокусное расстояние; следовательно, $r_{\text{кор}} \approx \lambda L/D \approx aL/F$, где L — расстояние между матовым стеклом и катодом ФЭУ [3].

В нашем случае $a = 0,2$ см, $F = 6,5$ см, $L = 100$ см и $r_{\text{кор}} = 2$ см. Перед катодом ФЭУ стоит диафрагма диаметром $d = 0,1$ см, так что и условие $d \ll r_{\text{кор}}$ выполняется, если фокальная плоскость находится на поверхности матового стекла. При изменении расстояния между линзой и матовым стеклом растет диаметр светового пятна D и уменьшается радиус когерентности. Если $D = 0,2$ см, т. е. равно диаметру луча, то $r_{\text{кор}} = 0,02$ см и условие $d \ll r_{\text{кор}}$ нарушается. Распределение фотоотсчетов приближается при этом к пуассоновскому. Если матовое стекло неподвижно, то картина поля за стеклом представляет собой как бы мгновенную фотографию флуктуационной картины при вращающемся матовом стекле. На экране можно наблюдать чередование темных и светлых пятен, средний размер которых равен радиусу пространственной когерентности. При изменении расстояния между линзой и матовым стеклом меняется диаметр светового пятна; легко видеть, как при этом меняется радиус когерентности.

Система регистрации. В качестве фотодетектора используется ФЭУ-79. Перед ФЭУ стоит диафрагма диаметром 1 мм. Отрицательный сигнал с анода ФЭУ поступает на преобразователь. Преобразователь служит для формирования импульса, амплитуда которого пропорциональна заряду, поступившему с анода ФЭУ за время выборки.

Блок-схема преобразователя показана на рис. 6. Ток фотоумножителя проходит через токовый повторитель на линейный ключ, управляемый стробирующим импульсом. В нормальном состоянии ключ закрыт, и только при поступлении стробирующего импульса входной ток заряжает конденсатор. Затем конденсатор разряжается с помощью источника тока разряда. Таким образом на нем формируется отрицательный импульс, амплитуда которого пропорциональна заряду, поступившему с ФЭУ за время строба. Этот импульс переворачивается по фазе в усилителе с коэффициентом усиления $K = 2$ и через эмиттерный повторитель поступает на вход амплитудного анализатора АИ-128.

Импульсы строба и блокировки поступают на преобразователь с формирователя, который запускается генератором импульсов. Частоту следования импульсов можно изменять ступенями от 30 Гц до 2 кГц, меняя тем самым число выборок в единицу времени.

Амплитудный анализатор фиксирует распределение по амплитудам поступающих на его вход импульсов. Память анализатора

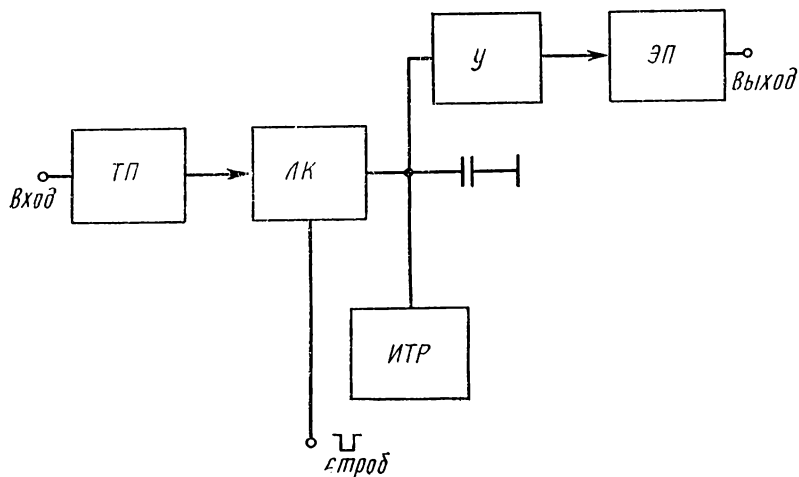


Рис. 6. Блок-схема преобразователя: ТП—токовый повторитель, ЛК—линейный ключ; ИТР—источник тока разряда, У—усилитель, ЭП—эммитерный повторитель

АИ-128 разбита на 128 каналов. Каждому каналу соответствует амплитуда входных импульсов от $(n-1)\Delta U$ до $n\Delta U$, где ΔU — ширина канала, а n — номер канала. Если амплитуда входного импульса попадает в n -й интервал, то в n -й канал записывается единица. Таким образом в памяти анализатора запоминаются амплитуды входных импульсов.

§ 4. Упражнения

Включить блоки питания системы регистрации, анализатор и цифрочек. Включить тумблер «сеть» на пульте управления лазером. После прогрева блока питания лазера в течение трех минут включить тумблер «высокое напряжение», затем нажать на кнопку «поджиг». Трубка лазера должна засветиться по всей длине. Если этого не произошло, то еще раз нажать на кнопку «поджиг». Возможно, что сразу после поджига генерация отсутствует, однако через некоторое время после прогрева она возникает. Прогреть лазер в течение 30 мин. Пробные измерения распределения фотоотсчетов можно проводить, не дожидаясь окончательного прогрева лазера.

После выполнения каждого упражнения необходимо переключателем «высокое напряжение» на высоковольтном блоке питания ФЭУ отключить высокое напряжение.

1. Измерение статистики фотоотсчетов непосредственно для лазерного излучения.

а. Передвинуть мотор с матовым стеклом так, чтобы луч лазера проходил, минуя матовое стекло. Линзу передвинуть в правое крайнее положение. Включить тумблер «сеть» высоковольтного блока питания ФЭУ. Установить на нем напряжение 900 В. После трехминутного прогрева переключателем «высокое напряжение» блока питания ФЭУ включить высокое напряжение.

Произвести контроль за работой измерительной системы. Для этого необходимо включить в анализаторе режим «измерение». Нажать кнопку «пуск» и на экране электронно-лучевой трубки анализатора наблюдать экспериментальную кривую функции распределения (набор статистики). Регулируя напряжение на ФЭУ, вывести кривую распределения на середину развертки по каналам.

Для удобства контроля за набором статистики можно пользоваться переключателем «разряды числа». Нажать кнопку «стоп» анализатора. Переключив анализатор в режим «вывод» и затем нажав кнопку «сброс», стереть записанное. Переключить анализатор в режим «измерение» и при выбранном напряжении на ФЭУ, нажав кнопку «пуск», начать набор статистики. С помощью кнопки «стоп» остановить набор статистики.

Следует учесть, что, когда кривая на экране анализатора превысит при положении переключателя «разряды числа» 9—16 половину диаметра экрана электронно-лучевой трубки, происходит переполнение памяти анализатора.

Вывести распределение на ЦПМ и построить график функции распределения. Переключателем «высокое напряжение» на блоке питания ФЭУ отключить высокое напряжение.

б. Поставить на пути луча нейтральный светофильтр Ф1. Включить высокое напряжение на блоке питания ФЭУ и повысить напряжение на ФЭУ до 1400 В. Произвести контроль за набором статистики в этом случае и подбором напряжения на ФЭУ вывести распределение на середину развертки по каналам. Записать распределение, вывести его на ЦПМ и построить график функции распределения. Отключить высокое напряжение на блоке питания ФЭУ.

в. Поставить на пути луча два нейтральных светофильтра Ф1 и Ф2. Включить высокое напряжение на блоке питания ФЭУ и повысить напряжение на ФЭУ до 2000 В. Повторить операции п. б в этом случае. После вывода информации на ЦПМ снизить напряжение на ФЭУ до 1400 В. Отключить высокое напряжение на блоке питания ФЭУ. Построить график функции распределения.

2. Измерение статистики фотоотсчетов для излучения с гауссовой статистикой поля.

а. Передвинуть мотор с матовым стеклом так, чтобы луч про-

ходил над осью вращения матового стекла. При напряжении на ФЭУ 1400 В снять нейтральные светофильтры Ф1 и Ф2. Включить высокое напряжение на блоке питания ФЭУ. Наблюдать на экране чередование темных и светлых пятен. Сдвигая линзу, наблюдать изменение размеров этих пятен. Передвинуть линзу в положение, в котором размер пятен максимален. Включить мотор, вращающий матовое стекло. Произвести контроль за набором статистики и подобрать напряжение на ФЭУ так, чтобы набор статистики происходил в основном в 30—40 каналов. Стереть записанное; при выбранном напряжении на ФЭУ записать распределение и вывести его на ЦПМ. Построить график функции распределения в логарифмическом масштабе. Повторить эти операции при трех других положениях линзы относительно матового стекла. Построить графики функций распределения, снятых при четырех различных положениях линзы, в обычном масштабе.

б. Передвинуть линзу в положение, при котором размер пятен максимален. Поставить нейтральный светофильтр Ф1. Увеличить напряжение на ФЭУ до 2000 В. Произвести контроль за набором статистики и подобрать напряжение на ФЭУ так, чтобы набор статистики происходил в основном в 30—40 каналов. Записать распределение и вывести его на ЦПМ. Построить график функции распределения в логарифмическом масштабе. Отключить высокое напряжение на блоке питания ФЭУ. Тумблером «сеть» отключить блок питания ФЭУ, отключить анализатор ЦПМ. Выключить блоки питания системы регистрации. Выключить тумблер «высокое напряжение», а после этого тумблер «сеть» на пульте управления лазером.

ЛИТЕРАТУРА

1. Перина Я. Когерентность света. М., «Мир», 1974.
2. Ареки Ф., Скалли М., Хакен Г., Вайдлих В. Квантовые флуктуации излучения лазера. М., «Мир», 1974.
3. Клаудер Д., Сударшан Э. Основы квантовой оптики. М., «Мир», 1970.

9. ЯДЕРНЫЙ МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС В ЖИДКОСТЯХ

Работа знакомит с методикой наблюдения спектров ядерного магнитного резонанса высокого разрешения.

§ 1. Введение

Ядерный магнитный резонанс (ЯМР) относится к гиромагнитным явлениям, в которых основную роль играют частицы, обладающие собственным моментом количества движения (спином) и магнитным моментом. Простейшей моделью такой частицы может служить магнитный волчок, намагниченный вдоль оси вращения.

Пусть μ — магнитный момент, $p = \mu/\gamma$ — момент количества движения частицы, γ — гиромагнитное отношение. В магнитном поле H на частицу действует момент сил $\mu \times H$

$$\frac{d\mu}{dt} = \gamma (\mu \times H).$$

Если H постоянно, это уравнение описывает либо состояние равновесия, когда момент μ ориентирован по полю H , либо прецессию μ относительно H с ларморовой частотой $\omega = \gamma H$. Приложим перпендикулярно к постоянному вращающемуся магнитному полю. Если направление вращения этого поля совпадает с направлением прецессии μ , а частота вращения близка к ларморовой, угол прецессии и поперечная по отношению к постоянному полю составляющая μ резко возрастают. Это явление носит название магнитного резонанса.

В экспериментах по ЯМР образец содержит большое число ядер. Однако намагниченность M , обусловленная магнитными моментами ядер, мала. Это объясняется слабым взаимодействием ядерных магнитных моментов, имеющих малую величину, с полем H . Так, например, диамагнитная восприимчивость воды в 10^4 раз больше парамагнитной восприимчивости протонов в воде при тех же условиях. Из этого примера становятся ясными преимущества метода ЯМР, позволяющего изучать слабый ядерный парамагнетизм на фоне значительно более сильного электронного диамагнетизма.

Важную роль в ЯМР играет характер взаимодействия между магнитными моментами ядер, который зависит от агрегатного состояния вещества, вязкости, температуры и других факторов. В твердых телах ширина резонансных линий велика, так как она определяется диполь-дипольным взаимодействием ядерных моментов; в жидкостях и газах линии узки, поскольку диполь-дипольное взаимодействие усредняется благодаря быстрому хаотическому движению молекул исследуемого вещества. Поэтому в жидкостях и газах удается наблюдать малые изменения резонансных частот ЯМР, обусловленные электронным экранированием ядер и косвенным спин-спиновым взаимодействием между ядрами в молекуле.

Явление ЯМР в настоящее время получило широкое применение в разных областях физики, химии и биологии. Ядерный резонанс используется для измерения ядерных констант (спин, магнитный момент), определения структуры молекул и кристаллов, прецизионного измерения и стабилизации постоянных магнитных полей и т. п.

Работа знакомит с методикой наблюдения спектров ЯМР на лабораторном варианте спектрометра с разрешающей способностью $\sim 2 \cdot 10^{-6}$. В работе производится наблюдение сигналов ЯМР, изучается влияние условий опыта на форму и интенсивность сигналов, измеряются сдвиги между линиями в спектрах ЯМР.

§ 2. Теория

Согласно классической теории ЯМР действие поперечного высокочастотного поля на ядерную намагниченность заключается в возбуждении прецессии вектора намагниченности \mathbf{M} относительно направления постоянного магнитного поля (рис. 1). По аналогии с намагниченностью M_0 , возникающей в постоянном поле H_0 , удобно ввести намагниченность, вызываемую поперечным высокочастотным полем $H(t)$.

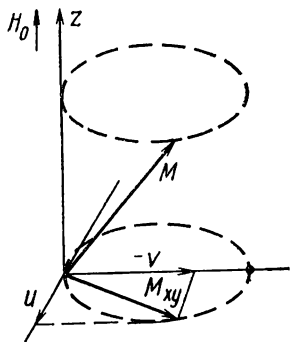


Рис. 1. Изменение вектора намагниченности во вращающейся системе координат, вызванное тем, что поле H_0 , медленно возрастаая, проходит через резонансное значение

Пусть H_1 — амплитуда высокочастотного поля с круговой поляризацией. Будем считать, что направление вращения высокочастотного поля совпадает с направлением ларморовой прецессии.

Обычно в экспериментах по ЯМР используется не вращающееся, а осциллирующее высокочастотное поле. Однако осциллирующее поле можно представить как суперпозицию двух вращающихся в разные стороны полей с частотой, равной частоте осциллирующего поля, и вдвое меньшей амплитудой. Соотношение между амплитудами намагниченности и высокочастотного поля можно записать в виде $M_1 = \chi_1 H_1 = (\chi' - j\chi'')H_1$, где $\chi_1 = \chi' - j\chi''$ — бловская восприимчивость. Представление χ_1 в комплексной форме дает возможность учесть то, что M_1 отстает по фазе от H_1 . Компонента M_1 , вращающаяся в фазе с высокочастотным полем H_1 , т. е. $\chi'H_1$, в теории ЯМР, развитой Блохом, обозначается u и называется дисперсией. Сдвинутая на $\pi/2$ относительно H_1 компонента $\chi''H_1$ обозначается v и называется поглощением.

В экспериментах по ЯМР образец исследуемого вещества, помещенный в постоянное магнитное поле, обычно находится внутри катушки индуктивности колебательного контура, ось которой располагается в плоскости, перпендикулярной постоянному магнитному полю. В катушке возбуждается высокочастотное магнитное поле частоты $\omega \approx \omega_0$. Возбужденная при этом прецессия вектора ядерной намагниченности приводит к изменению эквивалентных параметров катушки индуктивности. Импеданс катушки индуктивности $Z_L = R_0 + j\omega L_0$, где L_0 — индуктивность в вакууме, R_0 — активное сопротивление катушки. Индуктивность катушки в магнитной среде с проницаемостью $\mu_1 = 1 + 4\pi\chi_1$

$$L = \mu_1 L_0 = [1 + 4\pi(\chi' - j\chi'')] L_0,$$

$$Z_L = R_0 + 4\pi\omega L_0\chi'' + j\omega L_0(1 + 4\pi\chi').$$

Это означает, что при ядерном резонансе одна из поперечных компонент намагниченности M_1 (дисперсия) вызывает изменение индуктивности на величину $4\pi\omega L_0\chi'$, а другая (поглощение) — активного сопротивления катушки с образцом на величину $4\pi\omega L_0\chi''$. В соответствии с этим изменяются резонансная частота и затухание колебательного контура. Изменение напряжения на контуре, обусловленное M_1 , регистрируется в качестве сигнала ЯМР.

Форма сигналов ЯМР определяется уравнениями Блоха

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma\mathbf{M} \times \mathbf{H} - \mathbf{i} \frac{M_x}{T_2} - \mathbf{j} \frac{M_y}{T_2} - \mathbf{k} \frac{M_z - M_0}{T_1}. \quad (1)$$

Здесь γ — гиромагнитное отношение; T_1 и T_2 — времена релаксации, характеризующие скорость возвращения \mathbf{M} к равновесному положению; $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ — орты прямоугольной системы координат; M_0 — равновесное значение намагниченности (в отсутствие высокочастотного поля $H_1(t)$).

Решение уравнений Блоха наиболее просто в случае, когда $H_x = 2H_1 \cos \omega t$, $H_y = 0$, $H_z = H_0$.

Перейдем к системе координат, вращающейся относительно оси z с угловой скоростью ω . Поперечные компоненты вектора намагниченности в лабораторной системе координат M_x, M_y связаны с соответствующими компонентами во вращающейся системе координат u, v соотношениями $u = M_x \cos \omega t - M_y \sin \omega t$, $v = M_x \sin \omega t + M_y \cos \omega t$. Дифференцируя u и v по времени и учитывая (1), приходим к системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} + \frac{u}{T_2} + (\omega_0 - \omega)v &= 0, \\ \frac{dv}{dt} + \frac{v}{T_2} - (\omega_0 - \omega)u + \gamma H_1 M_z &= 0, \\ \frac{dM_z}{dt} + \frac{M_z - M_0}{T_1} - \gamma H_1 v &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Если расстройка $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$ изменяется во времени медленно, так что $\xi = (d\Delta\omega/dt)^{1/2} T_2 \ll 1$, достаточно рассмотреть стационарные решения системы (2)

$$u = \frac{\gamma H_1 M_0 T_2^2 \Delta\omega}{1 + \Delta\omega^2 T_2^2 + (\gamma H_1)^2 T_1 T_2}, \quad (3)$$

$$v = \frac{-\gamma H_1 M_0 T_2}{1 + \Delta\omega^2 T_2^2 + (\gamma H_1)^2 T_1 T_2}, \quad (4)$$

$$M_z = \frac{1 + \Delta\omega^2 T_2^2}{1 + \Delta\omega^2 T_2^2 + (\gamma H_1)^2 T_1 T_2}. \quad (5)$$

Из выражения для v следует, что сигнал поглощения имеет форму резонансной кривой с максимумом при $\Delta\omega = 0$. Ширина этой кри-

вой в единицах круговой частоты, определенная на уровне $v_{\max}/2$, равна

$$\Delta\omega_{1/2} = 2(\omega_0 - \omega_{1/2}) = \frac{2}{T_2} (1 + (\gamma H_1)^2 T_1 T_2)^{1/2}. \quad (6)$$

Таким образом, ширина линии поглощения зависит от времен релаксации T_1 и T_2 и от амплитуды высокочастотного магнитного поля H_1 . При $(\gamma H_1)^2 T_1 T_2 \ll 1$, т. е. при малых амплитудах H_1 , ширина линии поглощения зависит только от T_2 и равна $2/T_2$.

Из выражений (3), (4) следует, что интенсивность сигналов ЯМР также зависит от величины $(\gamma H_1)^2 T_1 T_2$. В предельном случае при $(\gamma H_1)^2 T_1 T_2 \gg 1$ интенсивность сигнала поглощения стремится к нулю. Уменьшение амплитуды сигнала ЯМР с ростом напряженности высокочастотного поля получило название «насыщения». Чтобы избежать насыщения и уширения сигналов, необходимо использовать достаточно слабые высокочастотные поля H_1 , для которых $(\gamma H_1)^2 T_1 T_2 \ll 1$.

На практике скорость прохождения через резонанс не всегда бывает настолько малой, чтобы можно было использовать выражения (3), (4). На рис. 2, 3 приведен вид сигналов поглощения v и дисперсии u для нескольких значений параметра ξ при $(\gamma H_1)^2 T_1 T_2 \ll 1$ (слабое высокочастотное поле). Из рис. 3 видно, что форма сигнала v при увеличении ξ все больше отличается от стационарной: максимальные значения v с ростом ξ уменьшаются, максимумы v смещаются относительно обычного резонансного условия $\Delta\omega = 0$ в направлении прохождения через резонанс. Кроме того, после прохождения через резонанс возникают затухающие колебания. Эти изменения формы сигнала связаны с тем, что при достаточно быстром прохождении через резонанс прецессия вектора \mathbf{M} не успевает устанавливаться, и вместо статической резонансной кривой наблюдается динамическая резонансная кривая [8]. Затухающие колебания, возникающие после прохождения через резонанс, есть не что иное, как биения между колебаниями поперечной составляющей \mathbf{M}_1 с мгновенной частотой $\omega_0(t) = \gamma H_z(t)$ и внешним высокочастотным полем с постоянной частотой ω .

Форма сигналов ЯМР существенным образом зависит от неоднородности постоянного магнитного поля H_0 в объеме образца. Представим образец исследуемого вещества разделенным на множество элементарных объемов, в каждом из которых поле H_0 можно считать однородным. Наблюдаемый суммарный сигнал от всего образца уширяется и деформируется, поскольку он представляет собой наложение сигналов от отдельных элементарных объемов. Колебания после прохождения через резонанс (рис. 2, 3) при увеличении неоднородности поля исчезают. Этим обстоятельством пользуются на практике для отыскания в зазоре магнита места, где неоднородность поля H_0 минимальна.

Магнитное поле, действующее на ядро, складывается из поляризующего магнитного поля H_0 и локальных полей $H_{\text{лок}}$, созда-

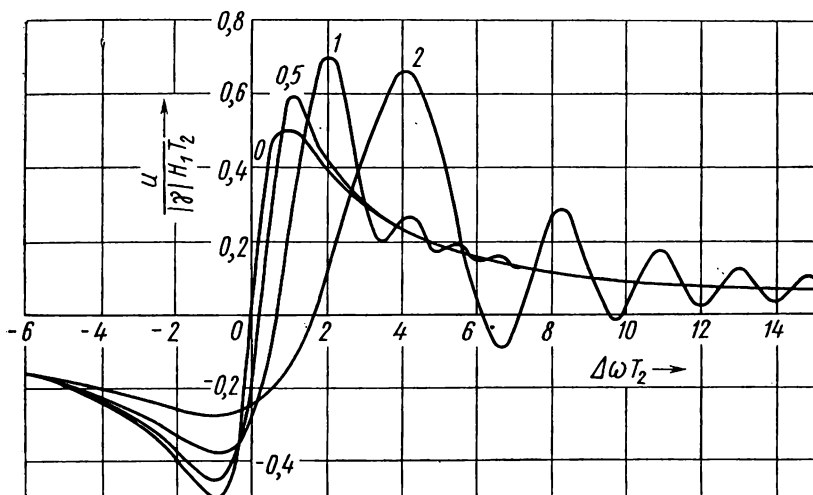


Рис. 2. Форма сигнала дисперсии u и ее изменение при увеличении скорости прохождения через резонанс. Цифры над кривыми соответствуют значениям ξ

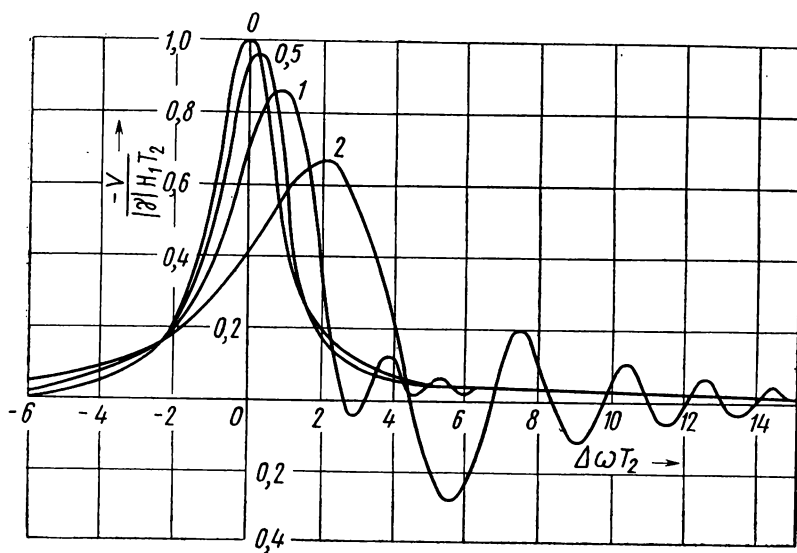


Рис. 3. Форма сигнала поглощения v в зависимости от значения ξ

ваемых электронами, окружающими ядро. В результате резонансная частота $\omega_{0i} = \gamma (H_0 + H_{\text{лок}}^{(i)})$ становится зависимой от электронного окружения. При развертке внешнего магнитного поля H_0 (или частоты ω) наблюдается спектр резонансных линий. Количество и положение резонансных линий в спектре определяется набором значений $H_{\text{лок}}^{(i)}$, характерным для молекул исследуемого вещества, и позволяет судить о его структуре. Отношение интенсивности отдельных линий определяется относительным числом ядер, находящихся в соответствующих локальных полях $H_{\text{лок}}^{(i)}$. Величина локального поля прямо пропорциональна напряженности внешнего магнитного поля H_0 , т. е. $H_{\text{лок}}^{(i)} = -\sigma_i H_0$. Коэффициент пропорциональности σ_i называют постоянной электронного экранирования ядра. На практике для определения σ_i заданной линии спектра измеряют ее смещение в единицах частоты или поля относительно линии ЯМР в соединении, условно принятом за эталонное. Пусть для эталонного соединения $\sigma_i = \sigma_{\text{эт}}$. Тогда разность частот (химический сдвиг) между линиями эталонного и измеряемого соединений в одном и том же поле H_0

$$\omega_i - \omega_{\text{эт}} = \gamma (\sigma_{\text{эт}} - \sigma_i) H_0. \quad (7)$$

Измеренный таким образом химический сдвиг зависит от напряженности поля магнита. Для сравнения между собой химических сдвигов, измеренных при разных значениях H_0 , удобно пользоваться относительным химическим сдвигом

$$\delta_i = \frac{\omega_i - \omega_{\text{эт}}}{\omega_{\text{эт}}} \cdot 10^6 \approx (\sigma_{\text{эт}} - \sigma_i) \cdot 10^6, \quad (8)$$

который уже не зависит от напряженности поляризирующего поля и пропорционален разности констант экранирования. В качестве эталонных соединений используют вещества, спектр ЯМР которых содержит одну узкую интенсивную линию. Эталонным соединением для протонных спектров служит обычно тетраметилсилан $(\text{CH}_3)_4\text{Si}$, для спектров фтора — трифторуксусная кислота CF_3COOH .

Наиболее простым спектром ЯМР, состоящим из одной линии, обладают молекулы, все ядра которых находятся в одном и том же локальном поле. Для молекул, имеющих, например, две разные группы эквивалентных ядер, спектр содержит две линии, если взаимодействие между группами отсутствует. В противоположном случае каждый из сигналов может расщепиться на несколько компонент вследствие взаимодействия между спинами неэквивалентных ядер. Это взаимодействие осуществляется через электронные оболочки молекулы и потому называется косвенным спин-спиновым взаимодействием в отличие от прямого взаимодействия, например диполь-дипольного. Величина расщепления линий ЯМР, обусловленная спин-спиновым взаимодействием, не зависит от напряженности внешнего поля H_0 и не превышает обычно десятков

герц. Постоянные магнитного экранирования и спин-спинового взаимодействия являются важнейшими параметрами спектров ЯМР, измеряя которые, получают информацию о структуре исследуемых веществ [1—4].

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

В спектрометрах ЯМР в качестве датчиков сигналов применяются компенсационные схемы, позволяющие сбалансировать начальное ВЧ-напряжение на контуре с образцом и усилить малые изменения напряжения, обусловленные поперечной составляющей ядерной намагниченности M_1 .

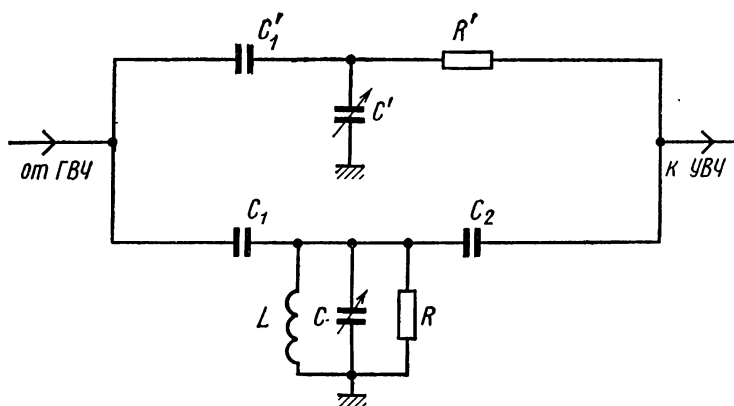


Рис. 4. Схема мостового датчика сигналов

Применяются две разновидности компенсационных датчиков: со скрещенными катушками и мостового типа [4].

Мостовые датчики сигналов ЯМР. Принципиальная схема мостового датчика, используемого в работе, изображена на рис. 4. Он представляет собой двойной Т-образный мост высокой частоты, в одну из ветвей которого включен колебательный контур LCR с образцом. Другая ветвь состоит из двух емкостей C_1' и C' и активного сопротивления R' . Для настройки моста используются переменные конденсаторы C и C' . Условия баланса

$$\omega^2 C_1 C_2 (1 + C'/C_1') R' R = 1,$$

$$C + C_1 + C_2 (1 + C_1/C_1') = 1/\omega^2 L$$

могут быть выполнены независимой настройкой конденсаторов C и C' . Из второго условия следует, что частота ω , на которой балансируется мост, лежит ниже резонансной частоты контура LCR . Таким образом, на рабочей частоте ω импеданс контура LCR носит индуктивный характер. Если при $\omega \neq \omega_0$ полностью сбаланси-

ровать мост, то при выполнении резонансного условия $\omega \approx \omega_0$ баланс нарушится, поскольку импеданс катушки контура Z_L получит приращение

$$\Delta Z_L = 4\pi\omega L_0 (\chi'' + j\chi') = \frac{2\pi\omega L_0}{H_1} (v + ju).$$

Напряжение на выходе моста будет пропорционально $(u^2 + v^2)^{1/2}$, т. е. будет наблюдаться смесь сигналов дисперсии и поглощения. Изменяя C или C' , можно ввести небольшой начальный разбаланс. При этом изменение C приводит к появлению на выходе моста опорного напряжения $V_{оп}$ в фазе с напряжением сигнала, обусловленного компонентой намагнитченности u ; изменение C' создает опорное напряжение в фазе с напряжением сигнала, обусловленного компонентой v . В первом случае будет наблюдаться сигнал дисперсии, во втором — сигнал поглощения.

Выходное напряжение датчика сигналов усиливается по высокой частоте, детектируется и подается на регистрирующее устройство: самописец или осциллограф. Поскольку для правильного воспроизведения формы сигналов ЯМР скорость развертки поля H_0 выбирается достаточно малой, сигнал ЯМР представляет собой медленно изменяющуюся функцию времени. Это означает, что для усиления сигнала после детектора нужно применять усилитель постоянного тока, который обладает значительным дрейфом выходного напряжения. Чтобы обойти эту трудность, в спектрометрах ЯМР применяется модуляционный метод регистрации, и сигналы усиливаются на звуковой частоте. Этот метод удобен также для измерения расщеплений в спектрах ЯМР и определения химических сдвигов и постоянных спин-спиновых взаимодействия.

Модуляционный метод регистрации сигналов ЯМР [7]. Если постоянное магнитное поле H_0 промодулировать переменным полем звуковой частоты Ω , то в частотном спектре сигнала на выходе первого детектора будет содержаться частота Ω . Усилив сигнал на этой частоте и применив синхронное детектирование, можно практически полностью избавиться от дрейфа нуля спектрометра. В то же время перенос спектра сигнала от нулевых частот к звуковым уменьшает вклад в отношение «сигнал/шум» низкочастотных шумов, интенсивность которых изменяется по закону $1/\Omega$.

Если частота модуляции поля Ω велика по сравнению с шириной линии поглощения ЯМР, то кроме основного на частоте $\omega \approx \gamma H_0$ наблюдаются боковые сигналы, отстоящие от основного на $\pm k\Omega$, где k — целое число. С помощью этих сигналов, зная частоту модуляции, можно измерить расстояние между любой парой линий в спектре ЯМР в единицах частоты или магнитного поля. С этой целью подбирают частоту модуляции Ω таким образом, чтобы первый боковой сигнал от одной из линий совпал с другой линией. Тогда расстояние между линиями численно равно частоте модуляции. Форма сигналов ЯМР в случае модуляции H_0 полем звуковой частоты Ω , значительно превышающей ширину линии

ЯМР, т. е. при $\Omega \gg 1/T_2$, может быть найдена с помощью уравнений Блоха, если задать внешнее поле $H_x = 2H_1 \cos \omega t$, $H_y = 0$, $H_z = H_0 + H_M \cos \Omega t$, где H_M — амплитуда модулирующего поля. Применение модуляционной методики не приводит к искажению формы наблюдаемых сигналов ЯМР. Ширина сигналов сохраняется. Условие резонанса: $\omega \approx \gamma H_0 \pm k\Omega$.

На практике чаще всего выделяют сигнал на основной частоте модуляции путем узкополосной фильтрации напряжения на выходе первого детектора и синхронного детектирования на этой частоте.

Решение уравнения Блоха [7] в этом случае

$$v = (v_{10} + v_{12}) \cos \Omega t + (u_{10} - u_{12}) \sin \Omega t, \quad (9)$$

где

$$u_{1n} = \frac{\gamma H_{11} M_{0n} T_2^2 \Delta \omega_1^2}{1 + \Delta \omega_1^2 T_2^2 + (\gamma H_{11})^2 T_1 T_2}, \quad v_{1n} = \frac{u_{1n}}{T_2 \Delta \omega_1}, \quad (10)$$

$$H_{11} = H_1 I_1(\beta), \quad M_{0n} = M_0 I_n(\beta), \quad \Delta \omega_1 = \gamma H_0 - \omega \pm \Omega,$$

$\beta = \gamma H_M / \Omega$ — индекс модуляции, $I_n(\beta)$ — функции Бесселя первого рода, $n=0,2$.

Таким образом, первый боковой сигнал на частоте Ω содержит две компоненты: косинусную и синусную. Амплитуда первой компоненты зависит от $\Delta \omega_1$ как сигнал поглощения, а второй — как сигнал дисперсии. Следовательно, настроив датчик спектрометра по высокой частоте на сигнал поглощения (или дисперсии), можно, применив фазовый детектор на звуковой частоте Ω , выделить либо сигнал поглощения, либо сигнал дисперсии. Если индекс модуляции $\beta \ll 1$, то $I_0(\beta) \approx 1$, $I_1(\beta) \approx \beta/2$, $I_2(\beta) \approx 0$ и формула (9) упрощается:

$$v = \frac{\gamma H_1 \beta}{2} T_2 M_0 \frac{\cos \Omega t + \Delta \omega_1 T_2 \sin \Omega t}{1 + \Delta \omega_1^2 T_2^2 + (\gamma H_1 \beta/2)^2 T_1 T_2}. \quad (11)$$

Используя введенные ранее обозначения, можно записать

$$v = v_{10} \cos \Omega t + u_{10} \sin \Omega t. \quad (12)$$

Фазовый детектор представляет собой шестиполосник, к одной паре зажимов которого подводится напряжение сигнала, к другой — опорное напряжение и с третьей пары снимается выходной сигнал.

Фазовый детектор осуществляет перемножение входного сигнала и опорного напряжения и усреднение результата перемножения по времени. Пусть опорное напряжение $V_{оп} = A \cos(\Omega t + \varphi)$. Тогда

$$v V_{оп} = \frac{A}{2} [v_{10} (\cos \varphi + \cos(2\Omega t + \varphi)) + u_{10} (-\sin \varphi + \sin(2\Omega t + \varphi))].$$

После усреднения по времени на выходе фазового детектора получим

$$\overline{v}_{\text{от}} = A/2 (v_{10} \cos \varphi - u_{10} \sin \varphi).$$

Устанавливая сдвиг фаз φ равным 0, π на выходе фазового детектора, получаем напряжение, пропорциональное v_{10} . При $\varphi = \pi/2$; $3\pi/2$ это напряжение пропорционально u_{10} .

Описание экспериментальной установки (рис. 5). В установке применяется постоянный магнит с напряженностью магнитного

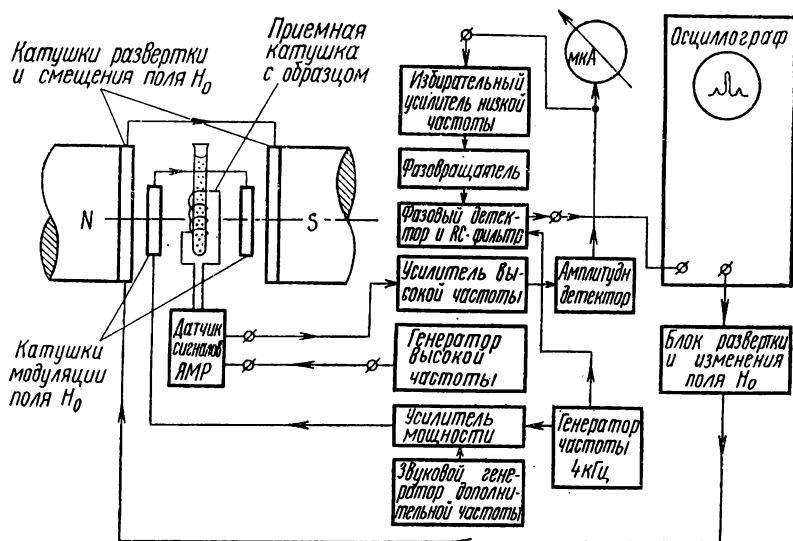


Рис. 5. Блок-схема экспериментальной установки

поля в центре зазора $4 \cdot 10^5$ А/м. На полюсах магнита находятся катушки, которые служат для магнитной развертки спектров ЯМР и изменения поля H_0 при поиске сигналов ЯМР. В качестве датчика сигналов ЯМР применяется двойной Т-образный мост, схема которого приведена на рис. 4. В катушку контура моста, находящуюся в зазоре магнита, помещается исследуемый образец в стеклянной запаянной ампуле с наружным диаметром 5 мм. Датчик укреплен на координатнике с микрометрическими подачами, что позволяет перемещать катушку с образцом внутри зазора для отыскания места с однородным полем H_0 .

На головке датчика расположены две системы катушек, служащих для компенсации линейного и квадратичного z -градиентов магнитного поля H_0 . Эти катушки носят название шиммирующих, и изменением тока в них можно получить более однородное поле в объеме образца. Кроме того, одна из катушек используется для

модуляции магнитного поля H_0 с частотой 4 кГц и для дополнительной модуляции этого поля в диапазоне частот 20 Гц—3 кГц. Для получения частоты 4 кГц применен отдельный генератор, подключенный к усилителю мощности. Регулировка выходного напряжения генератора частоты 4 кГц производится ступенчатым аттенуатором и контролируется прибором, показывающим величину индекса модуляции β . Дополнительная модуляция поля H_0 создается вторым генератором, а ее амплитуда устанавливается ручкой с надписью «выходное напряжение дополнительной частоты».

На вход моста подается ВЧ-напряжение от генератора высокой частоты (ГВЧ). Этот генератор состоит из задающего кварцевого генератора частоты 3250 кГц, умножителя частоты в 6 раз и усилителя высокой частоты 19,5 МГц с регулируемым коэффициентом усиления. Потенциометр, изменяющий коэффициент усиления, снабжен надписью «регулировка выходного напряжения ГВЧ». Амплитуда выходного напряжения ГВЧ контролируется стрелочным прибором, снабженным переключателем масштаба шкалы с надписью $\times 10$ и $\times 1,0$. Следует помнить, что от правильной установки уровня ВЧ-напряжения на выходе генератора существенно зависит вид сигналов ЯМР.

При очень больших амплитудах эффективного поля $\beta H_{1/2}$ сигнал поглощения ν насыщается: его амплитуда падает, а ширина возрастает. При малых значениях поля $\beta H_{1/2}$ интенсивность сигналов тоже уменьшается. С выхода датчика ВЧ-напряжение поступает на приемник — резонансный усилитель (УВЧ), настроенный на ту же частоту 19,5 МГц, которая соответствует резонансу ядер фтора в данном магнитном поле. Приемник имеет полосу пропускания 200 кГц и коэффициент усиления до 10^4 , регулируемый ручкой «Усиление ВЧ». На выходе приемника стоит амплитудный детектор и стрелочный прибор, показывающий уровень ВЧ-напряжения, подаваемого на детектор. Прибор снабжен надписью «индикатор выходного напряжения УВЧ». После детектора напряжение сигнала на частоте 4 кГц подается на избирательный усилитель низкой частоты (УНЧ) с полосой пропускания 1 кГц. Коэффициент усиления УНЧ устанавливается от 0 до 10^3 ручкой с надписью «усиление НЧ».

Далее сигнал поступает на фазовращатель, позволяющий изменить сдвиг фазы сигнала ЯМР на низкой частоте в диапазоне $0-\pi/2$ с помощью регулировки с надписью «фаза НЧ». Установка фазы дает возможность получить на выходе фазового детектора НЧ требуемую компоненту сигнала ЯМР.

С выхода фазовращателя сигнал поступает на фазовый детектор (ФД). Опорное напряжение на ФД подается от генератора частоты 4 кГц. Для выделения постоянной составляющей сигнала ЯМР и подавления высокочастотных компонент сигнала и шума к выходу ФД подключен трехзвенный интегрирующий RC-фильтр. Частота среза RC-фильтра регулируется переключателем с надписью «постоянная времени RC-фильтра».

Следует иметь в виду, что включение больших постоянных времени при значительной скорости прохождения через резонанс (большая амплитуда развертки, или высокая скорость развертки осциллографа, или то и другое вместе) также приводит к значительному искажению формы сигнала ЯМР. С выхода RC-фильтра сигнал ЯМР поступает на низкочастотный осциллограф. Для наблюдения сигнала ЯМР на экране осциллографа применяется «блок развертки и изменения поля H_0 », представляющий собой мощный усилитель постоянного тока, на который подается пилообразное напряжение развертки осциллографа. Выход блока развертки соединен с катушками развертки на ярме магнита. Тем самым осуществляется синхронность изменения поля и движения луча осциллографа, что позволяет наблюдать сигнал ЯМР в одном и том же месте экрана. Таким образом, частота развертки магнитного поля определяется частотой развертки осциллографа; амплитуда развертки регулируется с помощью двух ручек («грубо» и «плавно»). Максимальная амплитуда развертки H_0 , измеренная в единицах частоты по формуле $\nu = \gamma H_0 / 2\pi$, составляет примерно 20 кГц и контролируется по стрелочному прибору, расположенному в блоке развертки, масштаб шкалы которого можно изменять в 10 раз.

Для поиска сигнала ЯМР и установки его в центре экрана осциллографа в блоке развертки имеется устройство для изменения постоянного поля H_0 на ± 50 кГц. Регулировать поле можно грубо и плавно ручками «изменение поля H_0 ». Переключение знака изменения произвести тумблером «полярность изменения поля H_0 ».

Порядок работы. Включите установку и дайте ей прогреться в течение 5—10 мин. Вставьте ампулу с трифторуксусной кислотой в датчик. Сбалансируйте мост датчика. Для этого

а) установите ручки «усиление ВЧ» и «выходное напряжение генератора ВЧ» на минимум;

б) поочередным плавным вращением ручек «амплитуда» и «фаза» на датчике установите на минимум отклонение стрелки прибора «индикатор выходного напряжения усилителя ВЧ». Повторите эту процедуру, постепенно увеличивая «усиление ВЧ» до максимума. Мост хорошо сбалансирован, если показание индикатора не превышает 5 мкА при максимальной чувствительности усилителя ВЧ и минимальном напряжении генератора ВЧ (увеличение показаний индикатора свыше 30 мкА недопустимо, так как при этом происходит перегрузка амплитудного детектора и его коэффициент преобразования уменьшается).

Найдите сигнал ЯМР. Для этого

а) установите луч осциллографа в центре экрана, частоту развертки 1 Гц и максимальную чувствительность вертикального усилителя;

б) ручку «усиление ВЧ» установите в такое положение, чтобы амплитуда шумов на экране осциллографа составляла 5—10 мм при постоянной времени RC-фильтра 10^{-2} с;

в) ручку регулировки амплитуды звукового генератора дополнительной частоты установите на минимум, аттенуатор выходного напряжения генератора частоты 4 кГц установите таким образом, чтобы $\beta=0,1$;

г) установите максимальный размах развертки поля H_0 по индикатору в блоке развертки;

д) вращая ручку регулировки напряженности поля H_0 , найдите сигналы ЯМР и установите их в центре экрана (при необходимости следует переключить тумблер «полярность изменения поля H_0 » и уменьшить чувствительность осциллографа);

е) постепенно уменьшая размах развертки поля H_0 , установите правый или левый боковой сигнал ЯМР в центре экрана при амплитуде тока развертки 10—30 мкА и частоте развертки 0,2—0,5 Гц;

ж) установите требуемую чувствительность осциллографа при максимальном усилении УНЧ.

§ 4. Упражнения

1. Изучение формы и интенсивности сигнала ЯМР. В этом упражнении используется образец трифторуксусной кислоты. Спектр ЯМР этого соединения состоит из одной линии от группы CF_3 , в которой все три ядра фтора находятся в одинаковых локальных полях. После настройки спектрометра и обнаружения сигнала изучается зависимость формы сигнала от установки фазы по высокой и низкой частотам (выделение сигналов дисперсии и поглощения), степени однородности поля магнита (искажение формы сигнала неоднородным полем), скорости прохождения через резонанс (динамическое искажение формы сигнала), величины действующего на образец высокочастотного поля (насыщение сигнала), постоянной времени RC -фильтра (искажение формы линии за счет уменьшения полосы пропускания тракта спектрометра), дополнительной модуляции поля H_0 (появление модуляционных боковых сигналов).

1. Изучение формы сигнала ЯМР в зависимости от сдвига фазы на низкой частоте:

а) установите амплитуду тока развертки 10 мкА и частоту развертки 0,2 Гц (при этом выполняются условия «медленного» прохождения через резонанс);

б) выходное напряжение генератора ВЧ установите на минимум; с помощью аттенуатора установите индекс модуляции $\beta \approx 0,05$. В этом случае насыщение сигнала ЯМР на боковом резонансе мало, т. е. $(\gamma H_1 \beta / 2)^2 T_1 T_2 < 1$;

в) изменяя сдвиг фазы на частоте 4 кГц с помощью ручки «сдвиг фазы НЧ», получите чистый сигнал дисперсии и чистый сигнал поглощения. При необходимости можно слегка подстроить регулировки мостового датчика: «амплитуда» и «фаза»;

г) зарисуйте сигналы дисперсии и поглощения. Посмотрите,

какую форму имеет сигнал ЯМР при промежуточных настройках фазы. Объясните, чем вызвано искажение формы сигналов в последнем случае.

2. Изучение влияния неоднородности поля H_0 и скорости прохождения через резонанс на форму сигналов ЯМР:

а) получите чистый сигнал поглощения;

б) плавно вращая регулировку z -градиента поля, наблюдайте, как влияет неоднородность поля H_0 на форму сигнала ЯМР; регулируя z -градиент, установите максимальную амплитуду сигнала поглощения на экране осциллографа;

в) установите переключатель «постоянная времени RC -фильтра» в положение 10^{-3} с;

г) увеличивая скорость прохождения через резонанс, для чего следует увеличить частоту и амплитуду развертки поля H_0 , добейтесь появления затухающих колебаний после прохождения через резонансный сигнал. (Для удобства наблюдения можно увеличить амплитуду модуляции поля H_0 .) Длительность этих колебаний тем больше, чем выше однородность поля H_0 ;

д) зарисуйте форму сигнала поглощения с колебаниями и объясните их происхождение.

3. Изучение влияния амплитуды эффективного ВЧ поля на форму и интенсивность сигналов ЯМР. Установите:

а) ручку регулировки z -градиента поля H_0 в положение, соответствующее максимальной однородности поля,

б) «медленное» прохождение через боковой резонанс,

в) переключатель постоянной времени RC -фильтра в положение 10^{-2} с,

г) индекс модуляции $\beta = 0,1$;

д) получите чистый сигнал поглощения;

е) увеличивая выходное напряжение ВЧ-генератора, наблюдайте изменение амплитуды и ширины сигнала поглощения. При увеличении выходного напряжения ВЧ-генератора показания индикатора выходного напряжения ВЧ-усилителя не должны превышать 30 мкА. Поэтому при больших уровнях H_1 следует уменьшать усиление по ВЧ или добиваться лучшей балансировки моста датчика;

ж) постройте графики зависимости амплитуды сигнала поглощения и его ширины на половине высоты от уровня выходного напряжения генератора ВЧ;

з) объясните поведение полученных кривых.

4. Наблюдение боковых сигналов при дополнительной модуляции поля H_0 . Установите:

а) «медленное» прохождение через боковой резонанс при малом насыщении,

б) частоту модуляции ~ 100 Гц на лимбе звукового генератора дополнительной частоты,

в) плавно увеличивая выходное напряжение генератора дополнительной частоты, наблюдайте появление боковых сигналов ЯМР

по обе стороны от первоначально наблюдаемого сигнала. Для удобства наблюдения переключатель постоянной времени RC -фильтра установите в положение 10^{-1} с. Учитывая, что сдвиг между основным и боковыми сигналами равен частоте дополнительной модуляции, определите цену деления (в герцах) индикатора тока пилообразной развертки H_0 ;

г) определите ширину линии поглощения на половине ее высоты в герцах. (При правильной настройке z -градиента она должна быть порядка 30—60 Гц.) При больших значениях ширины необходимо подстроить регулировку z -градиента поля H_0 .

5. Изучение влияния постоянной времени RC -фильтра на форму сигнала ЯМР при быстром прохождении через резонанс.

а) Установите выходное напряжение генератора дополнительной частоты модуляции на нуль, переключатель «постоянная времени RC -фильтра» — в положение 10^{-3} с;

б) увеличьте скорость прохождения через резонанс;

в) постепенно увеличивая постоянную времени RC -фильтра, наблюдайте за изменением формы сигнала поглощения и отношения «сигнал/шум». Зарисуйте наблюдаемые сигналы и объясните полученные результаты.

II. Измерение расстояния между линиями в спектрах ЯМР с помощью модуляции поля H_0 дополнительной частотой.

а) Вставьте образец, спектр ЯМР которого будет изучаться, в датчик и найдите сигналы поглощения на первой боковой полосе методом, описанным в упражнении 1;

б) зарисуйте наблюдаемый спектр ЯМР;

в) с помощью модуляции поля H_0 дополнительной частотой определите расстояния между линиями в спектре образца в герцах. Повторите эти измерения несколько раз и определите погрешность результатов;

г) по формуле (8) в § 2 определите относительные химические сдвиги, считая самую интенсивную линию в спектре ЯМР эталонной. Рабочая частота спектрометра 19,5 МГц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эндрю Э. Ядерный магнитный резонанс. М., ИЛ, 1957.
2. Робертс Дж. Д. Ядерный магнитный резонанс. Применение в органической химии. М., ИЛ, 1961.
3. Попл Дж., Шнейдер В., Бернштейн Г. Спектры ЯМР высокого разрешения. М., ИЛ, 1962.
4. Эмсли Дж., Финей Дж., Сатклиф Л. Спектроскопия ЯМР высокого разрешения, т. I. М., «Мир», 1968.
5. Абрагам А. Ядерный магнетизм. М., ИЛ, 1963.
6. Леше А. Ядерная индукция. М., ИЛ, 1960.
7. ЯМР- и ЭПР-спектроскопия. М., «Мир», 1964.
8. Харкевич А. А. Спектры и анализ. М.—Л., ГИТТЛ, 1952.

II. НЕЛИНЕЙНЫЕ И АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ С МАЛОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

1. ГЕНЕРАТОР ТОМСОНА

Изучаются виды генерации автоколебательной системы томсоновского типа.

§ 1. Введение

Генератором томсоновского типа называется автоколебательная система, состоящая из высокочастотного колебательного контура, источника энергии и механизма, регулирующего поступление энергии из источника в колебательную систему.

Автоколебательные системы томсоновского типа генерируют колебания, по форме и частоте мало отличающиеся от собственных колебаний в линейной консервативной системе, и называются поэтому автоколебательными системами почти гармонических колебаний. На рис. 1 изображена схема лампового генератора Томсона.

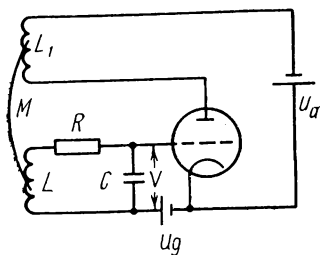


Рис. 1. Схема лампового генератора

Случайные толчки (флуктуации) возбуждают в контуре собственные колебания. Возникающие вследствие этого колебания анодного тока лампы, играющей роль усилителя, оказывают, благодаря индуктивной связи между L и L_1 , обратное воздействие на колебания в контуре. При правильном выборе знака и величины коэффициента взаимной индукции M убыль колебательной энергии в контуре восполняется. Такое обратное воздействие — обратная связь — обязательный элемент автоколебательной системы.

Если обратная связь достаточно велика, то подкачка энергии в контуре может превысить потери в нем. В этом случае колебания в контуре нарастают. При достижении определенной амплитуды количество энергии, поступающей в контур из анодной цепи, точно компенсирует убыль энергии в нем, и в системе устанавливается режим стационарных автоколебаний.

Нелинейный элемент, ограничивающий амплитуду автоколебаний, является неотъемлемой частью всякой автоколебательной системы. В зависимости от характера нелинейности наблюдается мягкий или жесткий режим возбуждения автоколебаний.

Целью работы является определение зависимости амплитуды

автоколебаний от величины обратной связи для мягкого и жесткого режимов генерации и сравнение их с результатами расчета методом колебательных характеристик, определенных экспериментально.

§ 2. Теория

Уравнение для колебательного контура генератора (рис. 1) при обычных предположениях имеет вид [1, 2]

$$CL\ddot{V} + C \left[R - \frac{|M|S(V_g)}{C} \right] \dot{V} + V = 0. \quad (1)$$

Здесь V — напряжение на емкости колебательного контура, $S(V_g)$ — крутизна ламповой характеристики, являющаяся нелинейной функцией напряжения на сетке V_g . Уравнение (1) отличается от уравнения линейного консервативного контура членом

$$\alpha \dot{V} = [CR - |M|S(V_g)] \dot{V}, \quad (2)$$

учитывающим затухание и действие обратной связи. Для томсоновской автоколебательной системы член $\alpha \dot{V}$ значительно меньше остальных слагаемых уравнения (1). Поэтому решение этого уравнения можно искать в виде гармонической функции с частотой $\omega = 1/\sqrt{LC}$.

Условия самовозбуждения системы получим, подставляя в α значение $S=S_0$ — дифференциальную крутизну характеристики лампы в рабочей точке. Если $\alpha < 0$, т. е. $CR < |M|S_0$, то в генераторе возникают нарастающие колебания. Амплитуда автоколебаний находится из приближенного решения нелинейного уравнения (1). В стационарном режиме генератор можно считать в среднем за период эквивалентным линейной консервативной системе, колебания в которой имеют амплитуду V_0 [3]. Это равносильно тому, что усредненный за период коэффициент α равен нулю.

Для усреднения коэффициента α необходимо знать среднее значение крутизны характеристики лампы для данной амплитуды колебаний. Из-за нелинейности характеристики лампы анодный ток I_a не является чисто гармоническим. Однако на энергетический баланс в контуре благодаря его резонансным свойствам влияние оказывает лишь первая гармоническая составляющая I_{a1} . Это позволяет определять среднюю крутизну ламповой характеристики как отношение амплитуды первой гармонической составляющей анодного тока I_{a1} к амплитуде напряжения V_0 на сетке лампы

$$\bar{S}(V_0) = I_{a1}/V_0. \quad (3)$$

Уравнение лампового генератора (1) может быть заменено квазилинейным уравнением вида [3]

$$LC\ddot{V} + [RC - |M|\bar{S}(V_0)] \dot{V} + V = 0. \quad (4)$$

Знание зависимости $\bar{S} = \bar{S}(V_0)$ позволяет на основании уравнения (4) решить вопрос о режиме возбуждения автоколебаний, определить стационарную амплитуду и решить вопрос о ее устойчивости.

Возможны два режима работы лампы и соответственно два вида зависимости $\bar{S}(V_0)$ (рис. 2, а, б). В первом случае $\bar{S}(V_0)$ — монотонно убывающая функция, во втором — зависимость немонотонна: при некоторой амплитуде $V_0 = V_{cp} \neq 0$ $\bar{S}(V_0)$ имеет мак-

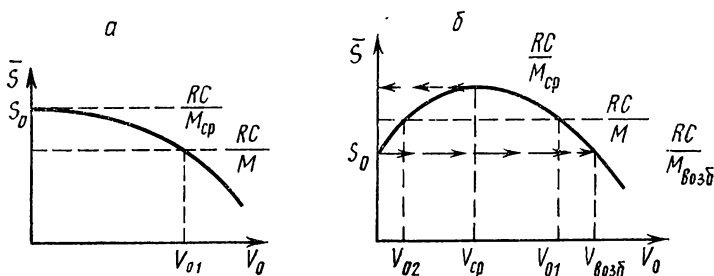


Рис. 2. Зависимость средней крутизны от амплитуды

симум. Значения стационарных амплитуд колебаний получают графически, нанося на рис. 2, а, б прямую RC/M . Точки пересечения этой прямой с функцией $\bar{S}(V_0)$ дают значения стационарной амплитуды автоколебаний.

В первом случае (рис. 2, а) колебания с единственно возможной здесь стационарной амплитудой V_{01} являются устойчивыми. Действительно, если по какой-либо причине амплитуда колебаний возрастает, то при данных величинах RC и M коэффициент при \dot{V} в уравнении (4) становится положительным. Следовательно, колебания будут затухать до тех пор, пока не установится стационарное значение амплитуды V_{01} . При уменьшении амплитуды коэффициент при \dot{V} в (4) становится отрицательным, и колебания будут нарастать до установления стационарной амплитуды V_{01} . При уменьшении M амплитуда колебаний V_{01} плавно уменьшается до нуля. Соответствующее значение M обозначим M_{cp} . В случае, изображенном на рис. 2, а, $M_{cp} = RC/S_0$. При увеличении M колебания в генераторе возникают при $M_{возб}$, равном M_{cp} . Каждому значению $M > M_{cp}$ соответствует одна определенная амплитуда устойчивых колебаний. Такой режим генерации получил название мягкого режима.

Другой случай изображен на рис. 2, б. Здесь возможны два значения стационарной амплитуды автоколебаний, причем колебания с амплитудой V_{01} устойчивы, а колебания с амплитудой V_{02} — неустойчивы. Если автоколебания установились с амплитудой V_{01} , то при уменьшении M амплитуда их уменьшается. Срыв колеба-

ний происходит при $M = M_{\text{ср}}$, соответствующем касанию пунктирной прямой в максимуме кривой $\bar{S}(V_0)$. Амплитуда колебаний скачком от значения $V_{\text{ср}}$ падает до нуля. При увеличении M колебания самопроизвольно возникают не сразу, а лишь при $M = M_{\text{возб}} = RC/S_0$. $M_{\text{ср}}$ и $M_{\text{возб}}$ различны. В области $M_{\text{возб}} > M > M_{\text{ср}}$ наличие или отсутствие колебаний в системе зависит от ее предыстории. В этой области для возбуждения колебаний недостаточно малых флуктуационных толчков в колебательной системе, так как в окрестности $V_0 = 0$ $M < RC/S_0$ и положение равновесия системы устойчиво. Колебания могут быть возбуждены лишь достаточно большим толчком, при котором напряжение на конденсаторе превышает значение V_{02} . В результате толчка устанавливаются устойчивые колебания с амплитудой V_{01} . Такой режим генерации, при котором колебания возбуждаются и срываются скачком, называется жестким режимом.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Принципиальная схема установки приведена на рис. 3. Исследуемый генератор собран на лампе Л1 (6К4). Колебательный контур включен в цепь сетки и индуктивно связан с катушкой обратной связи. Величина связи регулируется изменением расстояния между катушками контура и обратной связи. Изменение режима работы генератора осуществляется путем подачи на сетку генераторной лампы отрицательного напряжения от внешнего источника. Кроме того, в режиме генерации образуется автоматическое смещение на сопротивлении R_1 . Полное смещение таково, что в стационарном режиме сеточные токи отсутствуют.

Для уменьшения влияния внешних цепей на колебательную систему измерение амплитуды в контуре производится на выходе катодного повторителя (клемма 1), собранного на лампе Л2 (6ЖЗП). Для исследования колебательной характеристики генераторной лампы в различных режимах работы производится измерение первой гармоники анодного тока лампы с помощью резонансного усилителя, собранного на лампе ЗЛ (6Ж8). При замкнутом выключателе Π_2 на вход усилителя подается сигнал с малого сопротивления $R_2 = 27$ Ом, включенного в анодную цепь генераторной лампы.

Измерения с резонансным усилителем должны проводиться при подаче на сетку генераторной лампы (клеммы 2—3) напряжения от внешнего генератора (ГЗ-34) с незаземленным выходом. Частота колебаний внешнего генератора должна совпадать с резонансной частотой усилителя. При подаче внешнего напряжения на клеммы 2—3, контур генератора закорачивается переключателем Π_1 . Определение значений обратной связи M , при которых происходит возбуждение ($M_{\text{возб}}$) и срыв ($M_{\text{ср}}$), производится с помощью осциллографа (С1-5), включенного на выход катодного повторителя (клемма 1). При больших отрицательных

смещениях на сетке лампы $M_{\text{возб}}$ оказывается больше максимума достижимой в схеме обратной связи $M_{\text{макс}}$. В этом случае может быть измерено только $M_{\text{ср}}$. Для этого при $M=M_{\text{макс}}$ генератор возбуждается уменьшением смещения на сетке. В возбужденной

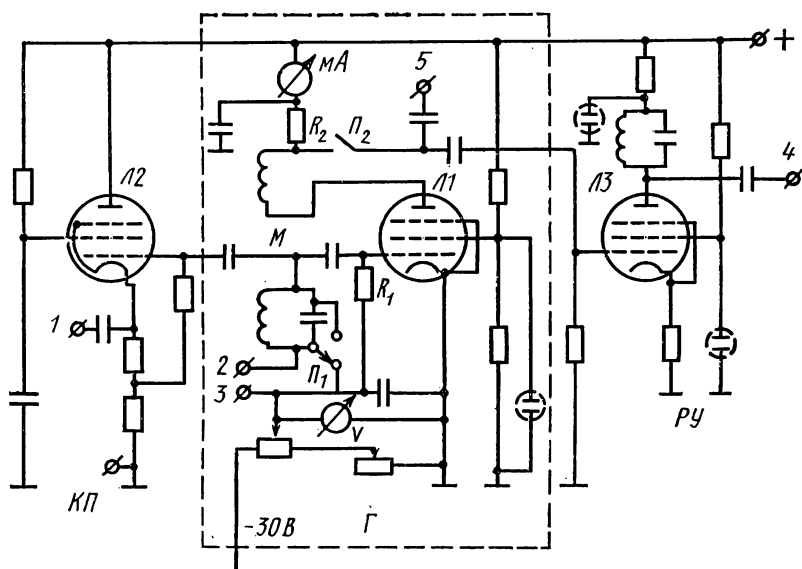


Рис. 3. Принципиальная схема установки: КП — катодный повторитель, Г — генератор, РУ — резонансный усилитель

системе устанавливается необходимое смещение, а затем отыскивается $M_{\text{ср}}$ обычным способом.

Амплитуда генерации измеряется катодным вольтметром (ВК7-9) на выходе катодного повторителя. Тот же вольтметр используется и для определения амплитуды первой гармоники анодного тока, усиленной резонансным усилителем. В этом случае вольтметр включается на выход усилителя (клемма 4). При замкнутом выключателе Π_2 на клемме 5 с помощью осциллографа (С1-5) можно наблюдать форму анодного тока лампы Л1.

§ 4. Упражнения

1. С помощью миллиамперметра (мА) и вольтметра (V) снять по точкам статическую сеточную характеристику анодного тока генераторной лампы Л1. Во избежание возникновения генерации катушка колебательного контура при этом измерении должна быть закорочена переключателем Π_1 . Полученная статическая характеристика позволяет качественно определить области мягкого и жесткого режимов генерации.

2. Определить зависимость $M_{\text{ср}}$ и $M_{\text{возб}}$ от положения рабочей точки на характеристике лампы. Колебательный контур должен быть разомкнут. Наличие колебаний определяется по осциллографу, включенному на выход катодного повторителя (клемма 1). Построить график зависимости $M_{\text{ср}}$ и $M_{\text{возб}}$ от величины отрицательного смещения на сетке лампы. Найти области мягкого и жесткого режимов генерации.

3. Определить зависимость амплитуды генерации от величины обратной связи M в мягком и жестком режиме. Рабочие точки, соответствующие мягкому и жесткому режимам, выбрать с помощью графика, полученного в упр. 2. Амплитуда генерации измеряется катодным вольтметром (ВК7-9), включенным на выходе катодного повторителя (клемма 1) (коэффициент передачи катодного повторителя равен 0,9).

4. Определить резонансную частоту и коэффициент усиления резонансного усилителя. На вход усилителя (клемма 5) подается сигнал от звукового генератора (ГЗ-34). Спротивление R_2 отключается переключателем P_2 . Выходной сигнал усилителя измеряется вольтметром ВК7-9 на клемме 4. При фиксированной амплитуде входного сигнала ($\sim 0,2$ В) изменяется частота звукового генератора для получения максимального напряжения на выходе усилителя. Максимум выходного сигнала достигается на резонансной частоте усилителя. На этой частоте измеряется коэффициент усиления усилителя по отношению выходного и входного сигналов. Для уменьшения нелинейных искажений коэффициент усиления измеряется при входном сигнале не более 0,3 В.

5. Определить зависимость средней крутизны характеристики лампы от амплитуды колебаний на сетке. На сетку лампы (клеммы 2 и 3) подается напряжение от звукового генератора с частотой, равной резонансной частоте резонансного усилителя.

Контур генератора должен быть закорочен, переключатель P_2 — замкнут. С помощью осциллографа, подключенного к клемме 5, наблюдать и зарисовать форму анодного тока лампы. С помощью резонансного усилителя измерить зависимость первой гармонической компоненты анодного тока от напряжения на сетке лампы. Амплитуду входного напряжения изменять от 1 до 20 В. Измерения произвести для тех же рабочих точек лампы, которые использовались в упр. 3.

На основании проделанных измерений построить зависимость средней крутизны от амплитуды напряжения на сетке для мягкого и жесткого режимов. Используя эти графики, рассчитать зависимость амплитуды колебаний от величины обратной связи в мягком и жестком режимах. Полученные расчетные точки нанести на экспериментальные графики зависимости амплитуды колебаний от M , полученные при выполнении упр. 3. Градуировочная кривая величины обратной связи M и значение RC контура приводятся на установке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. М., «Наука», 1964.
2. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. М., ГТТИ, 1952.
3. Капчинский И. М. Методы теории колебаний в радиотехнике. М., Госэнергоиздат, 1954.
4. Харкевич А. А. Нелинейные и параметрические явления в радиотехнике. М., ГТТИ, 1956.

2. ЯВЛЕНИЕ ЗАХВАТЫВАНИЯ И РЕЗОНАНС ВТОРОГО РОДА

Исследуется явление принудительной синхронизации (захватывания) внешней гармонической силой автоколебаний в системе томсоновского типа и явление резонанса второго рода.

§ 1. Введение

Любая автоколебательная система нелинейна; поэтому при воздействии на нее внешней силы возникает ряд своеобразных нелинейных явлений.

В линейной системе, находящейся под воздействием внешней периодической силы, всегда устанавливается колебание с частотой p внешнего воздействия. В автоколебательной системе при действии на нее внешней гармонической силы также могут устанавливаться колебания с частотой p внешнего воздействия. Генератор при этом генерирует колебания с частотой p несмотря на то, что он настроен на частоту ω_0 . Это явление носит название принудительной синхронизации (захватывания) автоколебаний. Такой синхронный режим существует лишь в определенной полосе расстройек $|p - \omega_0|$, называемой областью захватывания.

Процесс захватывания при достаточно больших расстройках между частотой внешнего воздействия p и собственной частотой ω_0 автоколебательной системы можно объяснить следующим образом.

Вне области захватывания колебание в сеточном контуре генератора (рис. 1) при действии внешней э. д. с. состоит из вынужденного колебания с частотой p и автоколебания с частотой ω_0 , между которыми, как в линейной системе, происходит биения с периодом $T = 2\pi/|p - \omega_0|$ (рис. 2). Наличие биений приводит к тому, что средняя за период $T_0 = 2\pi/\omega_0$ крутизна сеточной характеристики анодного тока периодически с частотой $|p - \omega_0|$ меняет свою величину.

Автоколебательная система обладает конечной инерционностью, определяемой временем τ установления малых отклонений от стационарной амплитуды автоколебаний в отсутствие действия внешней э. д. с. Если период биений $T = 2\pi/|p - \omega_0| < \tau$, то из-за инерционности системы происходит усреднение по времени «средней крутизны» (рис. 2). В результате устанавливается некоторая средняя крутизна тем меньшая, чем больше амплитуда вынужден-

ных колебаний. Величиной этой стационарной средней крутизны определяется амплитуда автоколебаний, существующих вместе с вынужденными колебаниями частоты p .

По мере уменьшения расстройки $|p - \omega_0|$ амплитуда вынужденных колебаний нарастает, а величина стационарной средней крутизны уменьшается. Следовательно, уменьшается амплитуда автоколебаний. Вынужденные колебания как бы подавляют автоколебания в системе (асинхронно гасят автоколебания). При не-

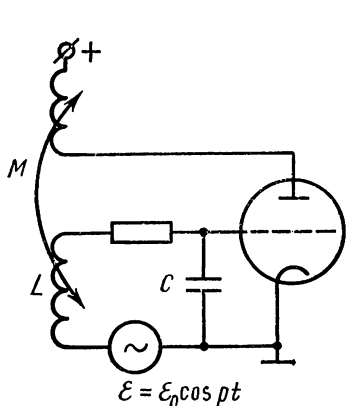


Рис. 1. Схема установки

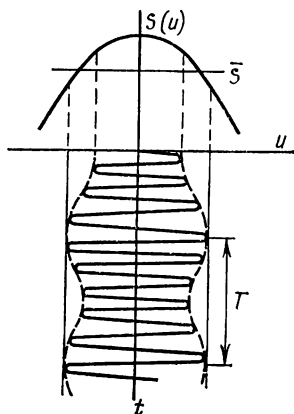


Рис. 2. Усреднение крутизны по периоду биений

которой конечной расстройке $|p - \omega_0|_{\text{захв}}$ амплитуда автоколебаний падает до нуля и в системе остаются колебания только частоты p , т. е. наступает захватывание. Переход к синхронному режиму при этих условиях происходит, очевидно, путем уменьшения глубины биений до нуля (рис. 3). Форма биений при этом такая, как на рис. 2.

Захватывание при больших расстройках $|p - \omega_0|$ наблюдается, когда амплитуда внешней силы достаточно велика. При действии на автоколебательную систему внешней э.д.с. малой амплитуды также имеет место явление захватывания, но установление синхронного режима происходит иначе. Захватывание при малых внешних э.д.с. наступает при очень малых расстройках $|p - \omega_0|$, таких, что период биений между вынужденными колебаниями частоты внешней силы и автоколебаниями больше τ . В этом случае автоколебательная система малоинерционна по отношению к периоду биений $T = 2\pi/|p - \omega_0|$, и средняя крутизна оказывается не постоянной, а медленно меняется во времени.

Изменение средней крутизны вызывает изменение амплитуды автоколебаний. В результате такого самосогласованного воздействия на амплитуду автоколебаний форма биений искажается: изменение амплитуды результирующего колебания со временем пе-

рестает быть синусоидальным. Кроме того, это воздействие, эквивалентное введению в сеточный контур положительного и отрицательного сопротивления в соответствующие части периода биений, замедляет изменение амплитуды результирующего колебания. В итоге частота биений при приближении частоты p к частоте свободных автоколебаний ω_0 убывает не по линейному закону, а быстрее (сплошная кривая на рис. 4). Частота автоколебаний при этом «притягивается» к частоте внешней силы. Это явление называется частичным увлечением частоты. При некоторой конечной

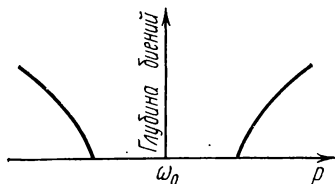


Рис. 3. Зависимость глубины биений от расстройки

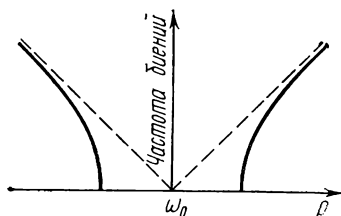


Рис. 4. Зависимость частоты биений от расстройки

расстройке $|p - \omega_0|_{\text{захв}}$ частота биений обращается в нуль — наступает захватывание.

Форма биений результирующего колебания вблизи границы полосы захватывания, приближающаяся к форме пилообразного колебания, свидетельствует о том, что спектр колебания включает в себя целый ряд частот $p \pm n\Omega$ (где Ω — частота биений, n — целые числа), а не две гармонические составляющие — вынужденное колебание с частотой p и автоколебание с частотой ω_0 , как в случае больших внешних э. д. с. При приближении частоты внешней силы к границе полосы захватывания весь спектр сливается в одну линию, так как $\Omega \rightarrow 0$.

Захваченный генератор ведет себя как некоторый контур с регулируемой полосой пропускания, равной полосе захватывания. Это свойство захваченного генератора можно использовать для эффективной фильтрации сигналов. При действии на генератор амплитудно-модулированного сигнала захваченный генератор будет генерировать почти гармоническое колебание с очень незначительной глубиной модуляции, если полосу захватывания сделать малой, меньше частоты модуляции воздействующего сигнала. Изменяя амплитуду внешнего сигнала, можно управлять величиной полосы захватывания и тем самым менять степень фильтрации входного сигнала. При малой частоте модуляции, когда спектр сигнала воздействующего на генератор, укладывается внутри полосы захватывания, имеет место воспроизведение воздействующего сигнала почти без искажения.

Явление захватывания имеет место, когда частоты p и ω_0 не только близки, но и удовлетворяют условию

$$p \approx n\omega_0/m,$$

где m и n — небольшие целые числа. Особенно легко это явление наблюдается при $p \approx n\omega_0$. В этом случае имеет место синхронизация на гармонике автоколебаний.

Синхронизацию на гармонике автоколебаний можно использовать для деления частоты. Однако деление частоты может быть осуществлено и несколько иным способом, используя явление резонанса второго рода.

При действии на потенциально автоколебательную систему (недовозбужденный генератор) внешней э. д. с. с частотой $p \approx 2\omega_0$

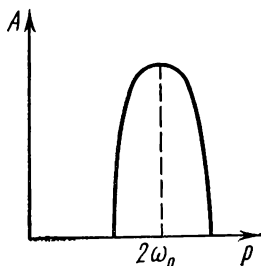


Рис. 5. Изменение амплитуды при резонансе второго рода

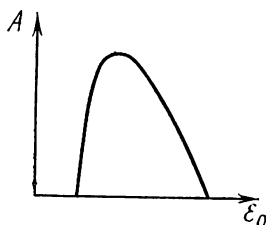


Рис. 6. Зависимость амплитуды колебаний A от амплитуды внешней э. д. с. ϵ_0 при резонансе второго рода

в системе при определенных условиях наряду с вынужденными колебаниями, имеющими частоту p внешней силы, могут возникнуть интенсивные колебания с частотой, точно в два раза ниже частоты внешней силы. В этом случае наступает резонанс второго рода.

Резонанс второго рода имеет ряд существенных отличий от обычного резонанса. Во-первых, возбуждение колебаний с частотой, в два раза меньшей частоты внешнего воздействия, происходит в четко ограниченной области расстрой частоты внешней силы относительно удвоенной частоты системы (рис. 5), во-вторых, возбуждение происходит лишь в определенной области значений амплитуд э. д. с. Существует как минимальная амплитуда внешнего воздействия, соответствующая «порогу» возбуждения, так и максимальная, начиная с которой уже не удастся возбудить колебания частоты $p/2$. Типичная амплитудная характеристика при резонансе второго рода представлена на рис. 6.

§ 2. Теория

Величина области захватывания. Уравнение колебаний для напряжения в сеточном контуре автогенератора при действии внешней э. д. с. $\epsilon = \epsilon_0 \cos pt$ имеет вид

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = M\omega_0^2 \dot{x} (S_0 - S_2 x^2) + \varepsilon_0 \omega_0^2 \cos pt, \quad (1)$$

здесь $\delta = R/2L$, $\omega_0^2 = 1/LC$, сеточная характеристика анодного тока генераторной лампы аппроксимирована многочленом

$$i_a = i_0 + S_0 x - S_2 x^3/3.$$

Когда период биений $T = 2\pi/|p - \omega_0| < \tau$, движение в системе можно представить как сумму автоколебаний и вынужденных колебаний

$$x = A \cos \omega_0 t + B \cos (pt + \psi), \quad (2)$$

где A и B — амплитуды автоколебания и вынужденного колебания соответственно, ψ — сдвиг фаз между вынужденными колебаниями и внешней силой.

Подставляя (2) в (1), получим уравнение для амплитуды автоколебаний A :

$$-2\delta(B) \equiv M\omega_0^2(S_0 - S_2 B^2/2) - 2\delta = M\omega_0^2 S_2 A^2/4, \quad (3)$$

$$\text{или } A^2 = A_0^2 - 2B^2,$$

где $A_0 = 2 \sqrt{\frac{M\omega_0^2 S_0 - 2\delta}{M\omega_0^2 S_2}}$ — амплитуда автоколебаний в отсут-

ствии внешней э. д. с. Из (3) видно, что наличие вынужденных колебаний B приводит к уменьшению амплитуды автоколебаний A .

Амплитуда вынужденных колебаний B при большой расстройке $|p - \omega_0|$ с достаточной точностью определяется из уравнения (1), в котором опущены диссипативные члены (затухание оказывает существенное влияние на ход резонансной кривой лишь при малых расстройках $|p - \omega_0|$)

$$B \approx \frac{\varepsilon_0 \omega_0^2}{\omega_0^2 - p^2} \approx \frac{\varepsilon_0 \omega_0}{2|\omega_0 - p|}. \quad (4)$$

С помощью соотношений (3) и (4) можно вычислить ширину полосы захватывания $2|p - \omega_0|$. На границе области захватывания амплитуда A автоколебаний обращается в нуль:

$$B_{\text{гран}}^2 = \frac{A_0^2}{2}, \quad \frac{2|p - \omega_0|_{\text{захв}}}{\omega_0} = \sqrt{2} \frac{\varepsilon_0}{A_0}. \quad (5)$$

В случае малых амплитуд внешнего воздействия решение уравнения (1) вблизи границы захватывания следует искать в виде

$$x = A \sin (pt + \varphi),$$

где A и φ — медленно меняющиеся по сравнению с периодом $T_0 = 2\pi/\omega_0$ функции. Тогда уравнение (1) с точностью до членов $(\delta/\omega_0)^2$ можно заменить уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{A} &= -\delta(A)A + \frac{\varepsilon_0\omega_0}{2}\cos\varphi, \\ \dot{\varphi} &= p - \omega_0 - \frac{\varepsilon_0\omega_0}{2A}\sin\varphi.\end{aligned}\quad (6)$$

Уравнения (6) не могут быть решены в квадратурах в общем виде. Но в случае малых внешних э. д. с. амплитуда автоколебания незначительно отличается от амплитуды A_0 свободных автоколебаний и $\dot{A} \approx 0$. Учитывая, что $\delta(A_0) = 0$, из (6) получаем

$$a(t) = \frac{\varepsilon_0\omega_0}{2A_0 \left| \frac{d\delta}{dA} \right|_{A=A_0}} \cos\varphi, \quad \dot{\varphi} = p - \omega_0 - \frac{\varepsilon_0\omega_0}{2A_0} \sin\varphi. \quad (7)$$

Здесь $a(t) = A - A_0$ определяет форму биений вне области захватывания. Интегрируя второе уравнение в (7), получаем, что $\cos\varphi$, а следовательно, и форма биений $a(t)$ является периодической функцией времени с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{(p - \omega_0)^2 - \left(\frac{\varepsilon_0\omega_0}{2A_0} \right)^2}}. \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что частота биений с уменьшением расстройки $|p - \omega_0|$ убывает не по линейному закону, а быстрее (рис. 4). При

$$|p - \omega_0| = |p - \omega_0|_{\text{захв}} = \varepsilon_0\omega_0/2A_0 \quad (9)$$

наступает захватывание.

На основании (5) и (9) можно утверждать, что для любых амплитуд внешнего воздействия полоса захватывания равна

$$\frac{2|p - \omega_0|_{\text{захв}}}{\omega_0} = k \frac{\varepsilon_0}{A_0},$$

причем множитель $k=1$ в случае малых амплитуд внешней э. д. с. и $\sqrt{2}$ — в случае больших амплитуд.

Резонанс второго рода описывается уравнением

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = M\omega_0^2 \dot{x}(S_0 + S_1x - S_2x^2) + \varepsilon_0\omega_0^2 \cos 2pt. \quad (10)$$

При описании резонанса второго рода в многочлене, аппроксимирующем сеточную характеристику анодного тока

$$i_a = i_0 + S_0x + \frac{S_1}{2}x^2 - \frac{S_2}{3}x^3,$$

необходимо учитывать квадратичный член.

Так как условие самовозбуждения не выполнено, то

$$2\delta_0 = 2\delta - M\omega_0^2 S_0 > 0.$$

Амплитуда B вынужденных колебаний с частотой $2p$ внешней силы с достаточной точностью определяется выражением

$$B \approx \frac{\omega_0^2 \varepsilon_0}{\omega_0^2 - 4p^2}. \quad (11)$$

Предположим, что помимо вынужденных колебаний в системе возникли и колебания с частотой, точно в два раза ниже частоты внешней э. д. с. Тогда

$$x = A \sin(pt + \varphi) + B \cos 2pt = a \sin pt - b \cos pt + B \cos 2pt. \quad (12)$$

Подставляя (12) в уравнение (10), получаем для определения стационарной амплитуды колебаний частоты p

$$\begin{aligned} a \left[2\delta_0 + M\omega_0^2 \left(\frac{BS_1}{2} + \frac{B^2S_2}{2} + A^2S_2 \right) \right] + \frac{p^2 - \omega_0^2}{p} b &= 0, \\ -a \frac{p^2 - \omega_0^2}{p} + b \left[2\delta_0 + M\omega_0^2 \left(-\frac{BS_1}{2} + \frac{B^2S_2}{2} + A^2S_2 \right) \right] &= 0. \end{aligned}$$

Приравнивая детерминант системы нулю, находим

$$A^2 = \frac{\sqrt{\left(\frac{M\omega_0^2 S_1 B}{2} \right)^2 - \left(\frac{p^2 - \omega_0^2}{p} \right)^2} - 2\delta_0 - \frac{B^2 M \omega_0^2 S_2}{2}}{M\omega_0^2 S_2}. \quad (13)$$

Из (13) следует, во-первых, что резонанс второго рода возможен только при наличии квадратичного члена в характеристике сеточного тока ($S_1 \neq 0$); во-вторых, амплитуда B вынужденных колебаний, с одной стороны, в качестве множителя при S_1 содействует возбуждению колебаний с половинной частотой, а, с другой стороны, в качестве множителя при S_2 гасит их. При этом стимулирующее влияние пропорционально первой степени, а гасящее — квадрату амплитуды вынужденных колебаний. Поэтому резонанс второго рода возникает лишь в ограниченной как сверху, так и снизу области значений амплитуд внешней э. д. с.

С помощью (11) и (13) нетрудно рассчитать величину области расстройк $|p - \omega_0|$, внутри которой имеет место возбуждение колебаний поделенной частоты и зависимость этой полосы возбуждения от амплитуды внешней э. д. с.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

В экспериментальной установке (рис. 7):

1. Генератор почти гармонических колебаний с контуром в цепи сетки и трансформаторной обратной связью собран на половине лампы $Л_2$ (6НЗП). Меняя величину обратной связи M , можно переводить генератор из потенциально автоколебательного ре-

жима в режим генерации. Потенциально автоколебательный режим работы генератора используется при изучении резонанса второго рода. Величину связи M при этом следует устанавливать лишь немного меньше M , соответствующей порогу самовозбуждения генератора.

2. Усилитель сигнала внешнего воздействия собран на левой половине лампы Λ_1 (6НЗП). Необходимость использования этого усилителя вызвана тем, что максимального сигнала (~ 1 В) от генератора стандартных сигналов Г4-18 недостаточно при изуче-

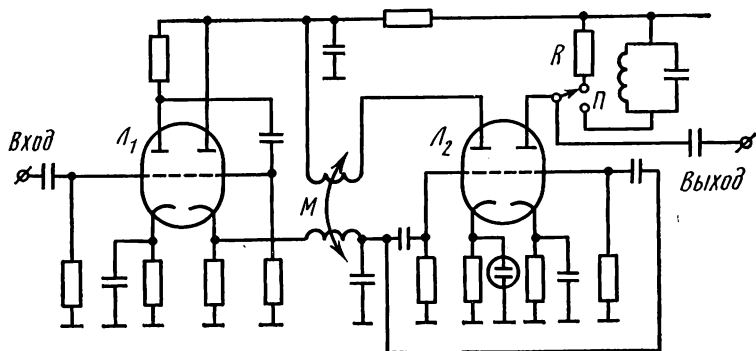


Рис. 7. Принципиальная схема экспериментальной установки

нии резонанса второго рода. После усиления синхронизирующий сигнал через катодный повторитель Λ_1 (правая половина лампы) подается в контур генератора. Величина внешнего воздействия определяется амплитудой сигнала, поступающего с калиброванного выхода 0—0,1 В генератора Г4-18.

3. Усилитель на правой половине лампы Λ_2 , анодной нагрузкой которого служит или сопротивление R (переключатель Π на лицевой панели — в положении R), или резонансный контур, настроенный на частоту генератора (переключатель Π — в положении LC). Усилитель с нагрузкой R служит развязкой между измерительными приборами (вольтметр, осциллограф) и генератором. Резонансный усилитель служит для выделения первой гармоники при изучении резонанса второго рода.

Установление синхронного режима определяется наблюдением на экране осциллографа формы огибающей результирующего колебания исследуемого генератора при действии на него внешней э. д. с. Для этого сигнал с гнезда «выход» на передней панели макета подается на вход Y осциллографа. По форме биений вблизи границы области захватывания определяется величина внешнего воздействия, соответствующая «большой» и «малой» амплитуде внешней э. д. с. Измерение амплитуды синхронизированного колебания осуществляется с помощью катодного вольтметра.

Отсчет частоты при измерении величины области захватывания проводится с помощью дополнительного лимба частоты на генераторе Г4-18. Сдвиг фаз между внешним воздействием и синхронизированным автоколебанием внутри полосы захватывания измеряется по фигурам Лиссажу при подаче на вход Y осциллографа синхронизированного автоколебания, а на вход X — сигнала от Г4-18 с выхода 0,1—1 В. С помощью фигур Лиссажу можно также наблюдать и процесс захватывания.

При наблюдении захватывания амплитудно-модулированным сигналом генератор Г4-18 переводится в режим внутренней амплитудной модуляции с частотами модуляции 400 Гц или 10 кГц. Частота модуляции 10 кГц используется в случае, когда полоса захватывания меньше ширины спектра внешнего сигнала, а частота модуляции 400 Гц — когда спектр воздействующего сигнала укладывается внутри полосы захватывания.

§ 4. Упражнения

При выполнении упражнений 1—6,8 переключатель П должен быть в положении R , в упражнении 7 — в положении LC .

1. Установить режим генерации. Подать внешний сигнал и найти область захватывания. Качественно проследить процесс перехода к режиму захватывания при больших и малых амплитудах внешнего воздействия.

2. Снять график зависимости полосы захватывания от амплитуды внешнего воздействия.

3. Снять зависимость амплитуды колебаний в области захватывания от частоты при малом и большом внешнем воздействии.

4. Снять зависимость разности фаз между колебаниями внешнего воздействия и синхронизированными автоколебаниями от частоты внутри полосы захватывания для случая большого внешнего воздействия. Для малого внешнего воздействия качественно проследить указанную зависимость.

5. Наблюдать с помощью осциллографа картину колебаний при воздействии на генератор амплитудно-модулированного сигнала в случаях, когда полоса захватывания: а) больше ширины спектра внешнего сигнала, б) меньше ширины спектра внешнего сигнала.

6. Наблюдать процесс захватывания при воздействии на генератор сигнала удвоенной частоты с помощью фигур Лиссажу.

7. Наблюдать явление резонанса второго рода. Снять зависимость амплитуды колебаний основной гармоники:

а) от амплитуды внешнего воздействия,

б) от частоты внешнего воздействия.

Примечание. Переключатель на лицевой панели макета должен быть в положении LC .

8. Наблюдать форму выходного сигнала в середине полосы

резонанса второго рода и на ее краях при оптимальной величине входного сигнала.

Примечание. Переключатель на лицевой панели макета должен быть в положении R .

ЛИТЕРАТУРА

1. Капчинский И. М. Методы теории колебаний в радиотехнике. М., Госэнергоиздат, 1954.
2. Харкевич А. А. Нелинейные и параметрические явления в радиотехнике. М., ГИТТЛ, 1956.
3. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. М., ГТТИ, 1952.
4. Хохлов Р. В. К теории захватывания при малой амплитуде внешней силы. ДАН, 47, 411, 1954.

3. ЭФФЕКТ «ЗАТЯГИВАНИЯ» В АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Изучается нелинейный эффект «затягивания» в автоколебательной системе с двумя степенями свободы.

§ 1. Введение

В автоколебательной системе с двумя степенями свободы в области синхронизма парциальных систем ($n_1 \sim n_2$) наблюдается явление «затягивания», которое состоит в том, что при одних и тех же значениях параметра расстройки (n_1/n_2), но в зависимости от того, подходят к данным значениям со стороны больших или меньших значений расстройки, в системе возникают различные колебания, отличающиеся частотами и амплитудами. Несмотря на то что в этой области условие самовозбуждения выполняется для обеих допустимых частот, устанавливаются автоколебания лишь для одной из них [1].

«Затягивание» в технике обычно нежелательно, и принимают специальные меры, чтобы от него избавиться. Так, в смесительных каскадах радиолокационных приемников, где напряжение сигнала и напряжение гетеродина подается на одну и ту же сетку лампы, для устранения затягивания гетеродина с сеткой соединяют через малую емкость, ослабляющую связь между контурами.

Цель работы состоит в экспериментальном изучении явления «затягивания» в генераторе с двумя индуктивно связанными контурами, измерении частоты и амплитуды автоколебаний в зависимости от связи и расстройки парциальных систем.

§ 2. Теория

Обозначим индексом 1 параметры контура генератора и индексом 2—резонансного нагружающего контура (рис. 1). Для установившегося режима автоколебаний в рамках квазилинейного метода запишем связь между комплексными амплитудами токов \tilde{I}_1 и \tilde{I}_2 :

$$\tilde{I}_2 = -i\omega M \tilde{I}_1 / [R_2 + i(\omega L_2 - 1/\omega C_2)], \quad (1)$$

где M — коэффициент индуктивной связи контура генератора и нагружающего контура. Ток \tilde{I}_2 наводит в контуре генератора напряжение

$$\tilde{v}_H = i\omega M \tilde{I}_2 = M^2 \omega^2 \tilde{I}_1 / [R_2 + i(\omega L_2 - 1/\omega C_2)]. \quad (2)$$

Отношение \tilde{V}_H/\tilde{I}_1 определяет величину нагрузки, вносимой в контур генератора. Связь между контуром генератора и нагружающим контуром удобно оценивать отношением энергии колебаний в них. При резонансе из (1) получим $(\tilde{I}_2/\tilde{I}_1)^2 = n_1^2 M^2 / R_2^2$, поэтому параметр связи

$$\gamma = L_2 I_2^2 / L_1 I_1^2 = (n_1^2 M^2 / R_2^2) (L_2 / L_1). \quad (3)$$

1. При слабой связи ($\gamma \ll 1$) систему, изображенную на рис. 1, можно рассматривать как обычный генератор с одной степенью свободы, нагруженный контуром 2. Обратная реакция контура 2

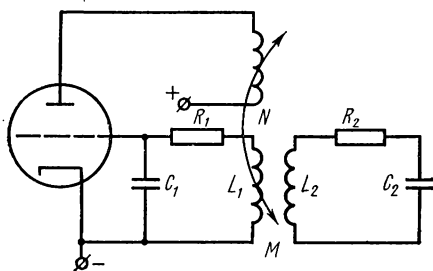


Рис. 1. Схема установки

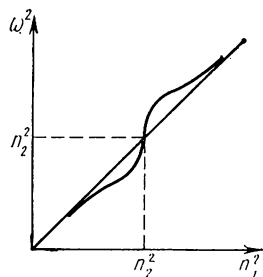


Рис. 2. Зависимость частоты автоколебаний от частичной частоты резонансного контура при слабой связи

на генератор становится заметной только вблизи резонанса. В случае, когда частота генерации $\omega \sim n_1 = (L_1 C_1)^{-1/2}$ ниже резонансной частоты $n_2 = (L_2 C_2)^{-1/2}$, реактивная нагрузка $\text{Im} \{ \tilde{V}_H / \tilde{I}_1 \} > 0$ имеет индуктивный характер и уменьшает частоту генератора, уводя ее от значения n_1 . Когда частота генератора больше частоты контура n_2 , реактивная нагрузка отрицательна, имеет емкостной характер, уводя частоту генерации от значения n_1 в сторону увеличения.

При равенстве $n_1 = n_2$ реакция контура эквивалентна активной нагрузке. Зависимость генерируемой частоты от настройки контура генератора при слабой связи с нагружающим контуром показана на рис. 2. Затягивание частоты в этом случае отсутствует.

Взаимодействие между парциальными системами в области синхронизма ($n_1 \sim n_2$) увеличивается по мере уменьшения сопротивления в нагружающем контуре. Это связано с тем, что при малом сопротивлении амплитуда колебаний в нагружающем контуре возрастает и его реакция на генератор увеличивается.

2. При сильной связи ($\gamma \gg 1$) нецелесообразно разбивать систему на генератор и резонансный контур, а следует рассматривать их

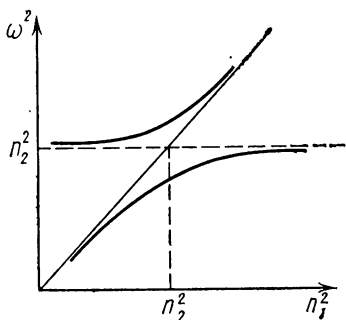


Рис. 3. График Вина

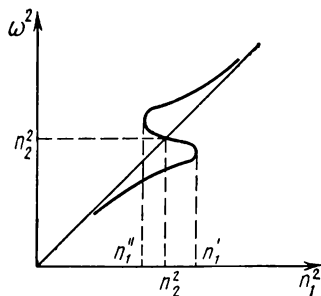


Рис. 4. Зависимость частот автоколебаний от парциальной частоты сеточного контура при связи, превосходящей критическую

как единое целое. Если для нагружающего контура $R_2=0$, то генерируемая частота приближенно равна одной из нормальных частот консервативной системы. Зависимость нормальных частот от парциальной частоты контура генератора n_1 определяется графиком Вина (рис. 3). Сравнивая рис. 2 (слабая связь) и 3 (сильная связь), можно представить ход зависимости для промежуточного случая (рис. 4). Критическое значение связи $\gamma=1$.

Приравняв нулю реактивную составляющую полного сопротивления контура генератора, получаем зависимость частот автоколебаний от параметров:

$$L_1\omega - 1/\omega C_1 + \text{Im}(\tilde{V}_n/\tilde{I}_1) = 0. \quad (4)$$

Здесь $\text{Im}(\tilde{V}_n/\tilde{I}_1)$ — мнимая часть вносимого сопротивления. Учитывая (2), получим

$$(\omega^2 - n_1^2)(\omega^2 - n_2^2) - (M^2\omega^4/L_1L_2) + (R_2^2/L_2^2)\omega^2(\omega^2 - n_1^2)/(\omega^2 - n_2^2) = 0. \quad (5)$$

Это уравнение и определяет зависимость между парциальной частотой n_1 и частотой автоколебаний системы.

3. Анализ явления затягивания.

а. Связь немного превышает критическое значение ($\gamma \gtrsim 1$). На рис. 4 видно, как происходит затягивание. При увеличении парци-

альной частоты n_1 контура генератора частота системы непрерывно увеличивается, пока $n_1^2 < (n')^2$, (n') — значение парциальной частоты n_1 в точке, где кривая имеет вертикальную касательную. Когда $n_1^2 = (n')^2$, происходит перескок частоты от значений $\omega^2 < n_2^2$ к значениям $\omega^2 > n_2^2$. При дальнейшем увеличении частоты сеточного контура генератора частота системы снова непрерывно увеличивается. Если теперь уменьшать частоту генератора, то при $n_1^2 = (n')^2$ никакого скачка частоты не произойдет. Перескок частоты произойдет при $n_1^2 = (n'')^2$ (другая точка с вертикальной касательной), причем этот скачок произойдет от значений $\omega^2 > n_2^2$ к значениям $\omega^2 < n_2^2$.

б. Связь много больше критического значения ($\gamma \gg 1$). Перескоки частот будут происходить раньше, чем в случае «а». Это связано с нарушением устойчивости по амплитуде, которая наступает в этом случае раньше частотной неустойчивости.

Действительно, амплитуда автоколебаний [1, 2] определяется из равенства

$$\bar{S} = (C_1/M) R_{эфф}(\omega), \quad (6)$$

где

$$R_{эфф} = R_1 + \operatorname{Re}(\tilde{u}_n / \tilde{I}_1). \quad (7)$$

Средняя крутизна \bar{S} определяется как отношение амплитуды гармонической составляющей тока в анодной цепи к амплитуде той же составляющей сеточного напряжения. Значения средней крутизны различны для различных частот.

Допустим, что на сетке лампы в области синхронизма действует напряжение

$$x = a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos \omega_2 t, \quad (8)$$

где ω_1 и ω_2 — нормальные частоты системы (связь между парциальными системами велика). Значение \bar{S}_1 , относящейся к частоте ω_1 , и значение \bar{S}_2 , относящейся к частоте ω_2 , являются функциями a_1 и a_2 :

$$\bar{S}_1 = \bar{S}_1(a_1, a_2), \quad \bar{S}_2 = \bar{S}_2(a_1, a_2). \quad (9)$$

При работе генератора в мягком режиме эти функции монотонно уменьшаются при увеличении каждого аргумента. Это значит, что колебания с различными частотами взаимно ухудшают условия генерации. Средняя крутизна для колебания с частотой ω_1 зависит сильнее от амплитуды колебания с частотой ω_2 , чем от своей собственной. Это обстоятельство определяет неустойчивость колебаний по амплитуде.

Аппроксимируем характеристику лампы полиномом третьей степени

$$\bar{S} = s_0 x - (1/3) s_2 x^3. \quad (10)$$

Подставляя сюда (8), получим

$$\bar{S}_1(a_1, a_2) = s_0 - (1/4)s_2(a_1^2 + 2a_2^2), \quad \bar{S}_2(a_1, a_2) = s_0 + (1/4)s_2(a_2^2 + 2a_1^2). \quad (11)$$

Амплитуда колебаний с частотой ω_1 определяется из условия

$$\bar{S}_1(a_1, 0) = (C_1/M) R_{эфф}(\omega_1). \quad (12)$$

Это колебание устойчиво до тех пор, пока не выполняются условия самовозбуждения для другой частоты

$$\bar{S}_2(a_1, 0) < (C_1/M) R_{эфф}(\omega_2). \quad (13)$$

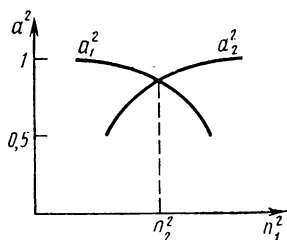


Рис. 5. Зависимость амплитуды автоколебаний от парциальной частоты сеточного контура

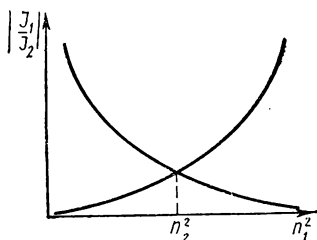


Рис. 6. Зависимость амплитуд колебаний от парциальной частоты сеточного контура

Как только это неравенство нарушится, начнут «раскачиваться» колебания частоты ω_2 , которые подавят колебания частоты ω_1 . Процесс закончится установлением колебания частоты ω_2 с амплитудой, определяемой равенством

$$\bar{S}_2(0, a_2) = (C_1/M) R_{эфф}(\omega_2). \quad (14)$$

Таким образом, при непрерывном изменении параметров системы происходит скачкообразное изменение генерируемой частоты. Этот скачок произойдет при достижении равенства

$$\bar{S}_2(a_1, 0) = (C_1/M) R_{эфф}(\omega_2) \quad \text{или} \quad \bar{S}_2(a_1, 0) = \bar{S}_2(0, a_2). \quad (15)$$

Для характеристики (10) условие (15) принимает вид

$$a_1^2 = (1/2) a_2^2. \quad (16)$$

Процесс скачка амплитуды показан на рис. 5. Уменьшение амплитуды колебания частоты ω_2 при увеличении частоты сеточного контура связано с ростом амплитуды колебаний в нагружающем контуре (рис. 6). Рассеяние энергии в нем возрастает. Точно так же происходит падение амплитуды колебаний частоты ω_2 при уменьшении частоты n_1 .

Условие (15) при большой связи между парциальными контурами определяет ширину области затягивания.

Если условие самовозбуждения генератора выполнено с небольшим превышением, увеличение $R_{\text{эфф}}$ вблизи синхронизма парциальных частот может вообще привести к подавлению автоколебаний при частотах, близких к резонансу.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерения

Основной частью установки является генератор (на лампе 6Н1П) с двумя индуктивно связанными контурами. Один контур (L_1C_1) включен в цепь сетки генератора и связан индуктивно с катушкой (рис. 7) обратной связи L_3 в анодной цепи. Второго кон-

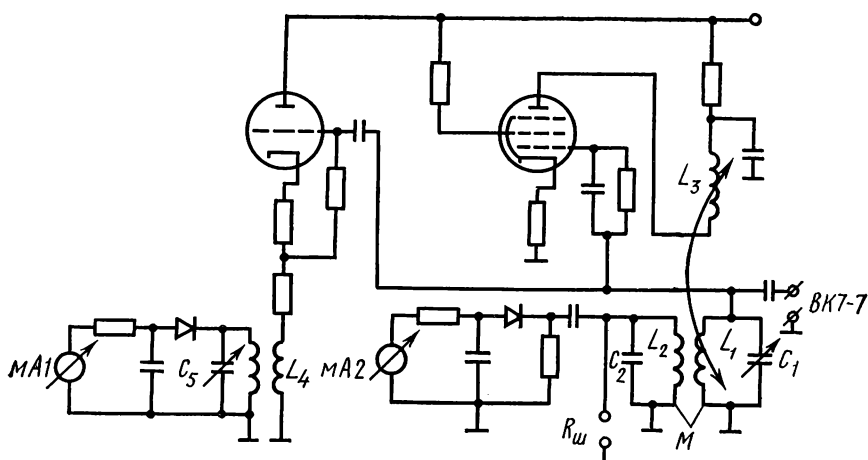


Рис. 7. Принципиальная схема установки

тур (L_2C_2) индуктивно связан с первым. Коэффициент взаимной индукции M регулируется ручкой «регулировка связи». Собственные частоты системы можно изменить, меняя емкость первого контура C_1 (частота генератора). Амплитуда колебаний генератора измеряется катодным вольтметром (ВК7-7), который подключается к клеммам А на передней панели установки. Амплитуда колебаний во втором нагружающем контуре измеряется прибором $\mu A2$ («амплитуда нагружающего контура»).

Волномер предназначен для измерения частоты колебательной системы. Он подключается к контуру генератора через разделительный каскад (катодный повторитель, собранный на лампе 6Н1П), что исключает влияние контура волномера на автоколебательную систему. Колебания генератора подаются на управляющую сетку лампы 6Н1П и через индуктивность L_4 , включенную

в катодную цепь, возбуждает колебания в контуре волномера. Изменяя емкость C_5 («частота волномера»), настраивают контур волномера в резонанс с частотой колебаний генератора. Настройка волномера фиксируется прибором $\mu A1$ («амплитуда волномера»). При настройке в резонанс наблюдается максимальная амплитуда колебаний в контуре волномера (шкала конденсатора волномера отградуирована по частотам, график градуировки прилагается).

§ 4. Упражнения

1. Произвести градуировку частоты генератора при минимальной связи с дополнительным контуром.

2. Определить критическую связь $M_{кр}$, отвечающую началу скачков. Снять семейство частотных характеристик системы при двух значениях связи выше критической $M_1 > M_2 > M_{кр}$ (сильная и промежуточная связь). Снять семейство частотных характеристик при слабой связи $M_3 \leq M_{кр}$. Для этих же значений связи снять амплитудные зависимости в контуре генератора и в нагружающем контуре. Особенно тщательно снимать зависимости около точек перескока с одной частной ветви на другую.

3. Снять семейство частотных и амплитудных характеристик генератора при сильной связи с нагружающим контуром при двух значениях шунтирующего сопротивления в дополнительном контуре ($R_{ш} \approx 50$ кОм, 10 кОм).

4. Определить значение критической связи при $R_{ш} \approx 50$ кОм, 10 кОм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. М., ГТТИ, 1952.
2. Капчинский И. М. Методы теории колебаний в радиотехнике. М., Госэнергоиздат, 1954, с. 243—250.
3. Кобзарев Ю. В. К теории лампового генератора с двумя степенями свободы. — «Радиотехника», 1950, № 2, с. 41—60.

4. НЕЛИНЕЙНЫЙ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС

Исследуются резонансные и параметрические явления в контуре с нелинейной емкостью.

§ 1. Введение

Вынужденные колебания в линейном контуре описываются линейным дифференциальным уравнением:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = P_0 \cos pt, \quad (1)$$

где q — заряд на емкости C , P_0 — амплитуда внешней силы, p — частота внешней силы.

В линейной системе частота колебаний совпадает с частотой вынуждающей силы и при воздействии на систему нескольких сигналов, отклик системы равен сумме откликов на каждый из сигналов (принцип суперпозиции). Из принципа суперпозиции следует, что при увеличении внешней силы в несколько раз амплитуда колебаний возрастает во столько же раз.

Если какой-либо из параметров контура зависит от величины сигнала в нем, то уравнение (1) становится нелинейным. При вынужденных колебаниях в нелинейном контуре нарушаются оба свойства, характерные для линейных систем. Вынужденные колебания в нелинейном контуре происходят не только на частоте внешней силы, но и на ее гармониках и субгармониках. Поэтому резонанс в нелинейном контуре может применяться для целей умножения и деления частоты.

Резонансные кривые в нелинейном контуре могут наклоняться и становиться неоднозначными (реактивная нелинейность) либо приобретают (широко используемые в ограничителях) плоские вершины (нелинейные потери), когда амплитуда колебаний почти не зависит от амплитуды вынуждающей силы.

В нелинейных системах нет принципиального различия между воздействием на систему внешней э. д. с. и параметрическим воздействием. Действительно, если токи и напряжения в схеме периодически меняются, то появляется периодическое изменение нелинейных параметров схемы. Периодическое изменение реактивного параметра при достаточной интенсивности и соответствующей частоте приводит к параметрическому возбуждению колебаний в системе.

Целью данной задачи является изучение резонансных кривых нелинейного контура при нелинейном резонансе (частота внешнего воздействия близка к частоте собственных колебаний контура) и при параметрическом резонансе (частота внешнего воздействия близка к удвоенной частоте собственных колебаний контура).

§ 2. Теория

Нелинейный резонанс. Общий вид дифференциального уравнения, описывающего вынужденные колебания в нелинейном контуре,

$$\ddot{x} + F(x, \dot{x}) = P_0 \cos pt. \quad (2)$$

Рассмотрим уравнение с нелинейной емкостью

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + f(x) = P_0 \cos pt. \quad (3)$$

Положим $f(x) = \omega_0^2(x + \gamma x^3)$ (такое приближение всегда верно при нечетной характеристике возвращающей силы и не слишком боль-

ших x ; предполагается, что $\gamma x^2 \ll 1$). Тогда уравнение вынужденных колебаний нелинейного контура принимает вид

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2(x + \gamma x^3) = P_0 \cos pt. \quad (4)$$

За счет нелинейности контура кроме колебаний частоты p будут существовать и колебания частот $2p$, $3p$ и т. д. Однако при достаточно высокой добротности контура и условии, что $p \approx \omega_0$, гармоники выражены слабо, поэтому решение уравнения (4) можно искать в виде

$$x = a \cos pt + b \sin pt.$$

Подставляя это решение в (4) и отбрасывая гармоники, получаем

$$(\omega^2 - p^2)a + 2\delta pb = P_0, \quad (5)$$

$$(\omega^2 - p^2)b - 2\delta pa = 0,$$

где

$$\omega^2 = \omega_0^2 \left(1 + \frac{3}{4} \gamma A^2 \right) \quad (6)$$

— частота собственных колебаний нелинейного контура, зависящая от амплитуды колебаний $A = \sqrt{a^2 + b^2}$. Собственная частота нелинейного контура (6), равная при малых амплитудах ω_0 , возрастает с амплитудой при $\gamma > 0$ и падает при $\gamma < 0$ (рис. 1). Знак γ определяется поведением средней величины нелинейного параметра контура при увеличении амплитуды. Так, если с увеличением амплитуды колебаний средняя емкость контура увеличивается, то $\gamma < 0$, если же средняя емкость падает с ростом амплитуды, то $\gamma > 0$. Решение уравнений (5) наиболее просто при отсутствии затухания ($\delta = 0$) [1]. В этом случае $b = 0$, $A = a$.

Амплитуда колебаний определяется из кубического уравнения

$$(\omega_0^2 - p^2)a + \frac{3}{4} \gamma \omega_0^2 a^3 = P_0, \quad (7)$$

которое можно решить графически.

Точки пересечения прямой $y = P_0 + (p^2 - \omega_0^2)a$ и полукубической параболы $y = \frac{3}{4} \gamma \omega_0^2 a^3$ определяют амплитуду вынужденных колебаний (рис. 2). С помощью рис. 2 на рис. 3, а построена резонансная кривая, т. е. зависимость a от p для случая $\gamma > 0$.

Отличие этой резонансной кривой от аналогичной кривой для линейного контура состоит в наклоне кривой вправо (при $\gamma < 0$ — влево). Характерной особенностью является неоднозначность зависимости амплитуды от частоты внешней силы. Одному значению p соответствует одно или три значения a . При наличии потерь в контуре резонансная кривая, как и в линейном случае, не будет уходить в бесконечность. Для случая малых потерь резонансная кри-

вая изображена на рис. 3, а пунктиром. Исследование устойчивости показывает, что в области, где резонансная кривая является трехзначной, среднее значение амплитуды неустойчиво. Поэтому при экспериментальном исследовании резонансной кривой она имеет вид, изображенный на рис. 3, б.

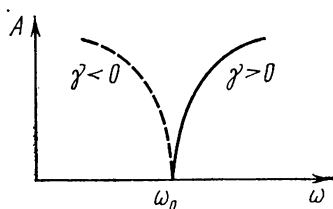


Рис. 1. Зависимость собственной частоты нелинейного контура от амплитуды

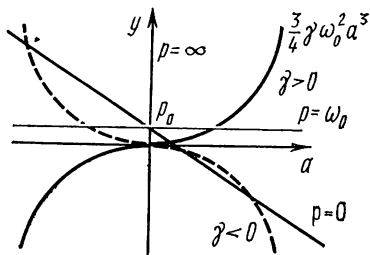


Рис. 2. Графическое определение амплитуды колебаний

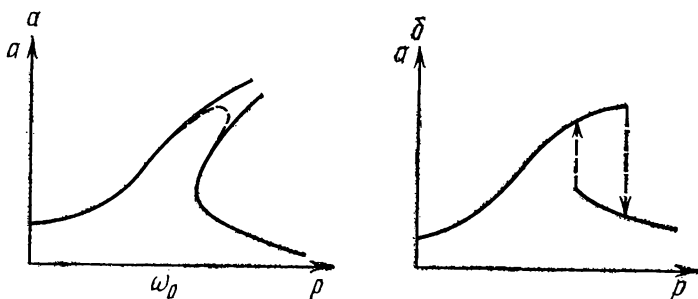


Рис. 3. Резонансная кривая нелинейного контура: а — теория, б — эксперимент

Таким образом, определив, на каком из склонов резонансной кривой происходят скачки амплитуды, можно сделать вывод о характере изменения средней величины нелинейного параметра при изменении амплитуды колебаний в контуре.

В реальных контурах с нелинейными элементами (например полупроводниковыми диодами) могут одновременно меняться активные и реактивные параметры. По форме полученной экспериментально резонансной кривой можно судить о том, какой из нелинейных параметров играет в схеме большую роль.

Параметрический резонанс в нелинейном контуре. В нелинейном контуре под действием внешней э. д. с. можно возбудить параметрические колебания, связанные с тем, что нелинейный параметр периодически меняется под действием напряжения. Параметрический резонанс возможен лишь при наличии реактивного

нелинейного элемента. Периодическое изменение потерь не может привести к возбуждению колебаний.

Наиболее легко параметрический резонанс получается при частоте внешней силы, близкой к удвоенной собственной частоте нелинейного контура ω_0 . При этом параметрическая регенерация возникает за счет квадратичного члена нелинейной характеристики, не учтенного в уравнении (4).

Уравнение параметрического резонанса при воздействии на линейный контур сигнала с частотой $2p$, где $p \approx \omega_0$, имеет вид

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2(x + \alpha x^2 + \gamma x^3) = P_0 \cos 2pt. \quad (8)$$

Квадратичный член нелинейности αx^2 ответственен за параметрическое возбуждение системы, а кубичный γx^3 приводит к зависимости собственной частоты контура от амплитуды колебаний в нем. Решение уравнения (8) будем искать в виде

$$x = a \cos 2pt + b \cos pt + c \sin pt.$$

Подставляя эту сумму в уравнение (8), получаем уравнения для a , b и c . Наиболее простым является уравнение для a . Это слегка измененное уравнение вынужденных колебаний в контуре, на который действует внешняя сила с частотой, далекой от резонанса (действует сила частоты $2p$, а резонансная частота $\omega_0 \approx p$). Но вдали от резонанса нелинейными членами и потерями можно пренебречь. Поэтому

$$a = \frac{P_0}{4p^2 - \omega_0^2} \approx \frac{P_0}{3\omega_0^2}.$$

Уравнения для b и c могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} [(\omega^2 - p^2) + \alpha\omega_0^2 a] b + 2\delta pc &= 0, \\ [(\omega^2 - p^2) - \alpha\omega_0^2 a] c - 2\delta pb &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\omega^2 = \omega_0^2 \left(1 + \frac{3}{2} \gamma a^2 + \frac{3}{4} \gamma B^2 \right);$$

$B = \sqrt{b^2 + c^2}$ — амплитуда параметрических колебаний. Если из первого уравнения (9) найти b/c и подставить во второе, то получится уравнение

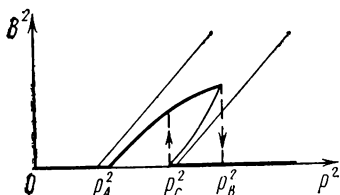
$$(\omega^2 - p^2)^2 - \alpha^2 \omega_0^4 a^2 + 4\delta^2 p^2 = 0. \quad (10)$$

Отсюда получается резонансная кривая параметрического резонанса

$$B^2 = \frac{4}{3\gamma\omega_0^2} \left[p^2 - \omega_0^2 - \frac{\gamma P_0^2}{6\omega_0^2} \pm \sqrt{\frac{\alpha^2 P_0^2}{9} - 4\delta^2 p^2} \right]. \quad (11)$$

Из уравнений (9) видно, что кроме решения, описываемого соотношением (11), всегда существует решение вида $b=c=0$.

На рис. 4 приведена резонансная кривая, описываемая соотношением (11). В области трехзначности кривой ее средняя ветвь является неустойчивой. Устойчивые ветви изображены жирной линией. Из соотношения (11) можно найти частоты внешней силы, соответствующие точкам (рис. 4), определяющим полюсу параметрического резонанса:



$$\rho_A^2 = \omega_0^2 + \frac{\gamma P_0^2}{6\omega_0^2} - \sqrt{\frac{\alpha^2 P_0^2}{9} - 4\delta^2 \omega_0^2},$$

$$\rho_C^2 = \omega_0^2 + \frac{\gamma P_0^2}{6\omega_0^2} + \sqrt{\frac{\alpha^2 P_0^2}{9} - 4\delta^2 \omega_0^2},$$

$$\rho_B^2 = \frac{\alpha^2 P_0^2}{36\delta^2}.$$

Рис. 4. Резонансная кривая при параметрическом резонансе

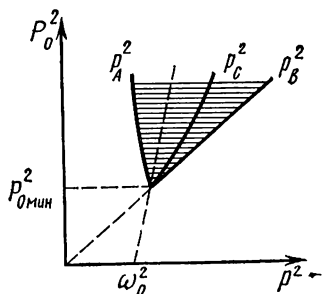


Рис. 5. Область параметрического возбуждения

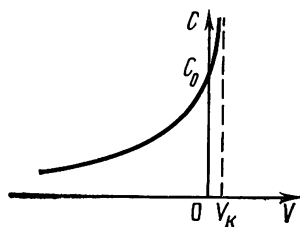


Рис. 6. Зависимость емкости ρ - n -перехода от приложенного напряжения

При уменьшении амплитуды внешнего воздействия ρ_A и ρ_C сближаются, и при $P_0 \leq 6\delta\omega_0/\alpha = P_{\text{мин}}$ параметрическое возбуждение становится невозможным. Область параметрического возбуждения изображена на рис. 5.

В качестве нелинейной емкости контура обычно применяется емкость запертого ρ - n -перехода полупроводникового диода. Изменения напряжения, приложенного к переходу, приводят к изменению объемного заряда в переходе, т. е. ρ - n -переход действует как емкость. Расчет показывает, что величина этой емкости зависит от напряжения (рис. 6):

$$C = C_0 \left(1 - \frac{V}{V_K}\right)^\beta,$$

где V_k — контактная разность потенциалов, V — приложенное напряжение. Обычно $\frac{1}{3} \leq \beta \leq \frac{1}{2}$. Наиболее сильно C меняется при напряжении, равном нулю, или даже при положительных напряжениях. Однако полупроводниковый диод при положительных напряжениях начинает пропускать ток, поэтому емкость p — n -перехода оказывается зашунтированной нелинейным сопротивлением. При использовании полупроводникового диода в качестве нелинейной емкости необходимо так выбирать рабочую точку, чтобы не заходить в области малого активного сопротивления и получать максимальные изменения емкости. Возможны два способа создания необходимого смещения на диоде: подача смещения от внешней батареи и создание автоматического смещения, использующего ток самого диода. В задаче используются оба способа.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Цепи для исследования нелинейного и параметрического резонанса собираются из отдельных элементов, смонтированных на общей панели. При внешней коммутации элементов все соединения должны осуществляться с помощью коротких, не пересекающих друг друга проводников.

В работе используются приборы: генератор стандартных сигналов (Г4-18А), катодный вольтметр (ВК7-9) и осциллограф (С1-5). Исследуемый в задаче нелинейный контур образуется параллельным соединением барьерной емкости плоскостного полупроводникового диода Д-808 и катушки самоиндукции ($L=0,6$ мГн). Зависимость амплитуды колебаний в этом контуре от частоты внешней силы является неоднозначной. Поэтому все измерения должны проводиться дважды — при увеличении частоты внешней силы и при ее уменьшении. Характер получаемых кривых существенно зависит от амплитуды внешней силы, поэтому при выполнении отдельных упражнений необходимо выбирать амплитуды в пределах, указанных в соответствующем упражнении.

При изучении параметрического резонанса необходимо следить с помощью осциллографа за формой колебаний в контуре и убедиться, что колебание происходит с частотой в два раза ниже частоты внешней силы. Для установки рабочей точки диода используется либо внешняя батарея с потенциометром, либо автоматическое смещение, которое образуется с помощью цепочки RC .

§ 4. Упражнения

1. Вольт-амперная характеристика диода. Собирают цепь, изображенную на рис. 7. Напряжение на диод подают как положительное, так и отрицательное. Ток через диод рассчитывают по известному напряжению V_1 и сопротивлению $R_1=2$ кОм. Исходя из полученного графика, определить область работы диода как нелинейной емкости.

2. Изучение зависимости емкости $p-n$ -перехода полупроводникового диода от приложенного к переходу напряжения. Собирается схема, изображенная на рис. 8. При каждом заданном значении напряжения на диоде определяется резонансная частота контура,

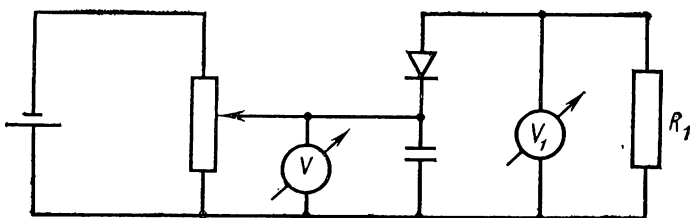


Рис. 7. Схема измерения вольт-амперной характеристики диода

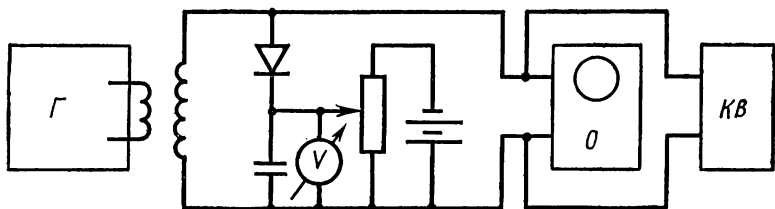


Рис. 8. Схема измерения емкости $p-n$ -перехода и исследования параметрического резонанса: Г — генератор, О — осциллограф, КВ — катодный вольтметр

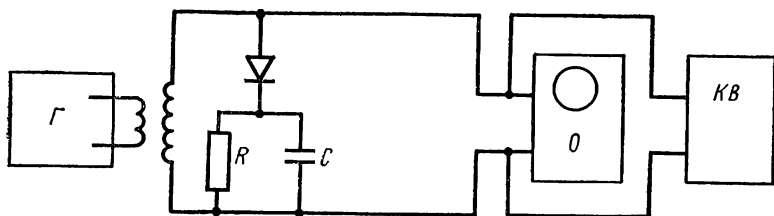


Рис. 9. Схема для исследования нелинейного резонанса при автоматическом смещении

образованного индуктивностью и емкостью диода. По известной резонансной частоте и индуктивности рассчитывается емкость контура. Строится график зависимости дифференциальной емкости диода от приложенного к нему напряжения. Для уменьшения влияния нелинейности измерения производятся при минимальной возможной величине входного сигнала (< 1000 мкВ).

3. Резонанс в контуре с нелинейной емкостью при подаче внешнего смещения от батареи. Собирается схема, изображенная на рис. 8. При постоянном напряжении на диоде (-3 В) снимаются резонансные кривые нелинейного контура при входных сигналах 0,1, 0,2 В.

4. Резонанс в нелинейном контуре с автосмещением. Собирается цепь, изображенная на рис. 9. Автоматическое смещение создается цепочкой *RC*. Снимаются резонансные кривые нелинейного контура при величине входного сигнала 0,2; 0,4 В.

5. Параметрический резонанс в схеме с принудительным смещением. Собирается схема, изображенная на рис. 8. На нелинейный контур подается сигнал с частотой, примерно в два раза выше частоты контура. Наблюдается параметрический резонанс при амплитуде внешней силы в 1,5 В. Снимается зависимость амплитуды колебаний от частоты внешней силы (резонансная кривая). Измеряется ширина полосы параметрического резонанса при различных амплитудах внешней силы (от 0,5 до 2 В). Смещение на диоде — 2 В.

6. Параметрический резонанс в схеме с автосмещением. Собирается цепь, изображенная на рис. 9. Автоматическое смещение создается цепочкой *RC*. С генератора подается сигнал с частотой, примерно в два раза выше частоты контура. При амплитуде внешней силы в 1,5 В наблюдается параметрический резонанс. Снимается зависимость амплитуды колебаний от частоты внешней силы. Измеряется ширина полосы параметрического резонанса при различных амплитудах внешней силы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. М. Гостехиздат, 1952.
2. Харкевич А. А. Нелинейные и параметрические явления в радиотехнике. М., ГИТТЛ, 1956.
3. Берман А. С. Нелинейная полупроводниковая емкость. М., Физматгиз, 1963.
4. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., ГИТТЛ, 1955.

5. ДВУХКОНТУРНЫЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ГЕНЕРАТОР И ДЕЛИТЕЛЬ ЧАСТОТЫ

Изучаются принципы работы двухконтурного параметрического генератора и делителя частоты с полупроводниковым диодом в качестве периодически изменяющейся емкости.

§ 1. Введение

Эффективный метод деления частоты основан на использовании параметрических явлений в двухконтурных системах. Параметрическими называются системы, параметры которых изменяются по определенному закону под действием внешней силы. По-

ведение параметрической системы описывается линейными дифференциальными уравнениями с коэффициентами, зависящими от времени. К системам такого рода относятся маятник с периодически меняющейся длиной подвеса, LC -контур с периодически изменяющейся емкостью и т. д.

Изменяя энергоемкие параметры (в электрических цепях — реактивные параметры), мы изменяем энергию системы и производим над ней работу, «накачивая» при определенных условиях в систему энергию. Если вклад энергии за период превышает потери в системе, то выполняются условия возбуждения незатухающих колебаний. В линейной системе при выполнении условий параметрического возбуждения амплитуда колебаний должна неограниченно нарастать даже при наличии трения. Ограничение амплитуды колебаний происходит за счет нелинейных свойств системы.

Поведение системы с периодически меняющимися параметрами зависит не только от глубины модуляции, но и от частоты изменения параметра, которую обычно называют частотой накачки. Трансформация энергии колебаний частоты накачки особенно эффективна при определенных соотношениях между частотой накачки ω_n и собственными частотами системы. В параметрической системе с двумя степенями свободы частота накачки ω_n должна быть близка к сумме собственных частот системы. В такой системе в общем случае возбуждается колебание, спектр которого в первом приближении образован двумя частотами ω_1 и ω_2 , некрatными друг другу и частоте накачки [1]. Каждая из этих частот генерации близка к одной из собственных частот системы и

$$\omega_n = \omega_1 + \omega_2.$$

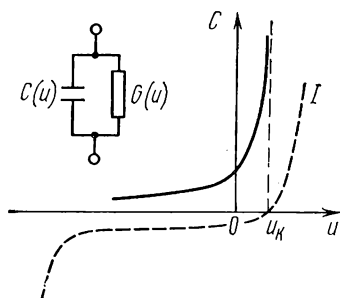
Генерация в двухконтурном генераторе не является периодическим процессом. Такое колебание с некрatными частотами называется комбинационным.

Когда отношение генерации близко к целому числу, может произойти процесс взаимной синхронизации возбужденных колебаний. В этом случае колебание из комбинированного с некрatными частотами превращается в периодическое и возбужденные колебания крatны частоте накачки (делитель частоты).

Практически при создании параметрического генератора применяется нелинейный реактивный элемент, параметры которого меняются под воздействием накачки с частотой ω_n . В качестве нелинейной емкости часто используется полупроводниковый диод, эквивалентная схема которого (рис. 1) включает в себя барьерную емкость $C(u)$ и нелинейную проводимость $G(u)$. Типичная зависимость дифференциальной емкости C от напряжения приведена на рис. 1. Пунктиром показана вольт-амперная характеристика диода. Проводимость диода резко увеличивается при отпирании диода $u > 0$.

Цель задачи — изучение основных характеристик двухконтурного параметрического генератора и делителя частоты (зависимость ширины полосы деления от амплитуды накачки и частотные и амплитудные характеристики генератора).

Рис. 1. Эквивалентная схема полупроводникового диода на низких частотах и зависимость емкости p — n -перехода (сплошная линия) и тока через диод (пунктирная линия) от приложенного напряжения



§ 2. Теория

Двухконтурный параметрический генератор представляет собой колебательную систему с двумя степенями свободы, содержащую периодически изменяющийся реактивный элемент (рис. 2).

Для простоты анализа и выяснения физической природы параметрического возбуждения рассмотрим линейную систему с двумя

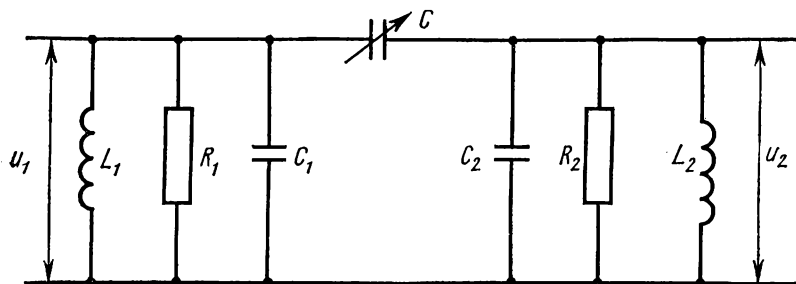


Рис. 2. Схема двухконтурного параметрического генератора

степенями свободы, в которой емкость связи меняется периодически под действием сигнала накачки

$$C = C_0 (1 + m \cos \omega_n t).$$

Глубина модуляции

$$m = \frac{C_{\text{макс}} - C_{\text{мин}}}{C_{\text{макс}} + C_{\text{мин}}}.$$

Процесс в системе, изображенной на рис. 2, описывается уравнениями

$$\begin{aligned} C_1 \dot{u}_1 + \frac{1}{R_1} u_1 + \frac{1}{L_1} \int u_1 dt &= \frac{dq_c}{dt}, \\ C_2 \dot{u}_2 + \frac{1}{R_2} u_2 + \frac{1}{L_2} \int u_2 dt &= -\frac{dq_c}{dt}, \end{aligned} \quad (1)$$

где u_1 и u_2 — напряжения на первом и втором контурах, заряд на емкости диода $q_c = C_0(1 + m \cos \omega_H t)(u_2 - u_1)$.

Систему уравнений (1) преобразуем к виду

$$\ddot{u}_1 + 2\delta_1 \dot{u}_1 + n_1^2 u_1 = \frac{C_0}{C_0 + C_1} \frac{d^2 u_2}{dt^2} + m \frac{C_0}{C_0 + C_1} \frac{d^2}{dt^2} [(u_2 - u_1) \cos \omega_H t], \quad (2)$$

$$\ddot{u}_2 + 2\delta_2 \dot{u}_2 + n_2^2 u_2 = \frac{C_0}{C_0 + C_2} \frac{d^2 u_1}{dt^2} + m \frac{C_0}{C_0 + C_2} \frac{d^2}{dt^2} [(u_1 - u_2) \cos \omega_H t],$$

где

$$2\delta_1 = \frac{1}{R_1(C_0 + C_1)}; \quad 2\delta_2 = \frac{1}{R_2(C_0 + C_2)};$$

n_1 и n_2 — парциальные частоты, $C_1 + C_0$ и $C_2 + C_0$ — полные емкости, соответствующие двум парциальным системам.

Если связанность между парциальными системами мала, то собственные частоты Ω_1 и Ω_2 близки к парциальным.

При достаточно высокой добротности контуров $Q_1, Q_2 \gg 1$ можно считать, что напряжения u_1 и u_2 изменяются по гармоническому закону с частотами ω_1 и ω_2 , близкими к собственным частотам системы

$$\omega_1 = \Omega_1 + \xi_1 \approx n_1 + \xi_1; \quad \omega_2 = \Omega_2 + \xi_2 \approx n_2 + \xi_2;$$

$$\xi_1 \ll n_1; \quad \xi_2 \ll n_2;$$

$$u_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1); \quad u_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2). \quad (3)$$

Правые части уравнения (2) содержат комбинационные частоты вида $\omega_H \pm \omega_1$; $\omega_H \pm \omega_2$.

Рассмотрим влияние частот, попадающих в полосу пропускания контура. Если частота внешнего воздействия $\omega_H = \omega_1 + \omega_2$, то в полосу пропускания первого контура попадает комбинационная частота $\omega_H - \omega_2 = \omega_1$, а в полосу пропускания второго контура — частота $\omega_H - \omega_1 = \omega_2$; тогда (2) можно записать

$$\ddot{u}_1 + 2\delta_1 \dot{u}_1 + n_1^2 u_1 \approx -\frac{mC_0}{2(C_1 + C_0)} A_2 \omega_1^2 \cos(\omega_1 t - \varphi_2), \quad (4)$$

$$\ddot{u}_2 + 2\delta_2 \dot{u}_2 + n_2^2 u_2 \approx -\frac{mC_0}{2(C_0 + C_2)} A_1 \omega_2^2 \cos(\omega_2 t - \varphi_1).$$

Решая систему (4) методом комплексных амплитуд, получим

$$[(n_1^2 - \omega_1^2) + 2j\delta_1\omega_1]\tilde{A}_1 + \frac{mC_0\omega_1^2}{2(C_1 + C_0)}\tilde{A}_2^* = 0, \quad (5)$$

$$\frac{mC_0\omega_2^2}{2(C_2 + C_0)}\tilde{A}_1 + [(n_2^2 - \omega_2^2) - 2j\delta_2\omega_2]\tilde{A}_2^* = 0.$$

Здесь

$$\begin{aligned}\tilde{A}_1 &= A_1 e^{j\varphi_1}; & \tilde{A}_1^* &= A_1 e^{-j\varphi_1}; \\ \tilde{A}_2 &= A_2 e^{j\varphi_2}; & \tilde{A}_2^* &= A_2 e^{-j\varphi_2}.\end{aligned}$$

Приравнивая детерминант системы нулю, получим

$$[(n_1^2 - \omega_1^2) + 2j\delta_1\omega_1][(n_2^2 - \omega_2^2) - 2j\delta_2\omega_2] = \frac{m^2\kappa^2}{4}\omega_1^2\omega_2^2. \quad (6)$$

Здесь κ — коэффициент связи между системами:

$$\kappa^2 = \frac{C_0^2}{C_0 + C_1)(C_0 + C_2)}.$$

Приравнивая мнимые и действительные части уравнения (6), получим

$$\delta_1\omega_1(n_2^2 - \omega_2^2) = \delta_2\omega_2(n_1^2 - \omega_1^2), \quad (7)$$

$$(n_1^2 - \omega_1^2)(n_2^2 - \omega_2^2) + 4\delta_1\delta_2\omega_1\omega_2 = \frac{m^2\kappa^2}{4}\omega_1^2\omega_2^2. \quad (8)$$

Уравнение (7) с учетом условия $\omega_n = \omega_1 + \omega_2$ позволяет найти частоты генерации ω_1 и ω_2 . Из уравнения (8) может быть определено значение глубины модуляции m , при котором амплитуды параметрических колебаний A_1 и A_2 отличны от нуля.

Учитывая условия (3), уравнения (7) и (8), получим

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} \approx \frac{\xi_1}{\xi_2}, \quad (9)$$

$$\frac{m^2\kappa^2}{4}n_1n_2 \approx 4\xi_1\xi_2 + 4\delta_1\delta_2. \quad (10)$$

На основании (9) частоты возбужденных колебаний ω_1 и ω_2 определяются выражениями:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \omega_n - \omega_2 = \omega_n - n_2 - \xi_2 = \omega_n - n_2 - \frac{\delta_2}{\delta_1}\xi_1 = \\ &= \omega_n - n_2 - \frac{\delta_2}{\delta_1}(\omega_1 - n_1),\end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} \omega_{\text{н}} + \frac{\delta_2 n_1 - \delta_1 n_2}{\delta_1 + \delta_2}, \\ \omega_2 &= \frac{\delta_2}{\delta_1 + \delta_2} \omega_{\text{н}} + \frac{\delta_1 n_2 - \delta_2 n_1}{\delta_1 + \delta_2}.\end{aligned}\quad (11)$$

Частоты генерации ω_1 и ω_2 линейно связаны с $\omega_{\text{н}}$.

Уравнение (10) определяет условия самовозбуждения системы. Минимальное значение m , при котором возбуждаются параметрические колебания, имеет место при $\xi=0$:

$$m^2 = \frac{16\delta_1\delta_2}{\kappa^2 n_1 n_2} = m_{\text{кр}}^2.$$

Глубина модуляции $m_{\text{кр}}$ определяет порог возбуждения параметрических колебаний. Так как глубина модуляции емкости определяется величиной сигнала накачки, то для возбуждения системы амплитуда накачки должна превышать пороговое значение $A_{\text{н порог}}$. Из соотношения (10) следует, что при заданной амплитуде накачки $A_{\text{н}} > A_{\text{н порог}}$ ($m > m_{\text{кр}}$) существует область расстройек, в пределах которой выполняются условия возбуждения.

В линейном приближении амплитуда параметрически возбужденных колебаний неограниченно возрастает. В реальной системе ограничение амплитуды колебаний происходит за счет действия различных нелинейных явлений.

Во-первых, ограничение за счет «нелинейной расстройки» системы (расстроечный механизм) обусловлено зависимостью средней емкости и собственной частоты системы от амплитуды. Вследствие этого система расстраивается относительно частот возбужденных колебаний. В результате ухудшаются условия передачи энергии от генератора накачки к возбужденным колебаниям и прекращается рост амплитуды. Зависимость амплитуды возбужденного колебания A при расстроечном механизме от частоты накачки $\omega_{\text{н}}$ для случая малых нелинейных потерь приведена на рис. 3.

В параметрическом генераторе с цепью автосмещения ограничение амплитуды возникает из-за смещения рабочей точки (рис. 1), которое также приводит к расстройке системы. В этом случае собственная частота контура сместится в сторону больших частот, так как средняя емкость с ростом амплитуды уменьшается (рис. 4).

Во-вторых, если в системе велики нелинейные потери, то ограничение наступает из-за роста мощности, рассеиваемой в нелинейной проводимости. На рис. 5 приведена зависимость амплитуды возбужденного колебания A от частоты накачки при диссипативном механизме.

В-третьих, ограничивать рост амплитуды возбужденных колебаний может реакция на накачку, которая проявляется в том, что возбужденные колебания с частотами ω_1 и ω_2 смешиваются на не-

линейной емкости, создавая компоненту с частотой накачки ω_H . Фаза этой компоненты такова, что она задерживает рост амплитуды возбужденных колебаний.

В общем случае параметрический генератор — сложная нелинейная система, в которой ограничение амплитуды колебаний обусловлено действием нескольких механизмов.

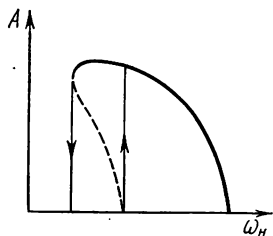


Рис. 3. Зависимость амплитуды возбужденного колебания от частоты накачки при малых нелинейных потерях

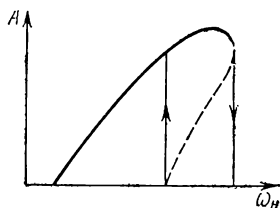


Рис. 4. Зависимость амплитуды колебаний от частоты накачки в параметрическом генераторе с автосмещением

Частоты возбужденных колебаний ω_1 и ω_2 в нелинейной системе в общем случае зависят от амплитуд A_1 , A_2 , A_H . Типичный график зависимости генерируемой частоты ω от частоты накачки приведен на рис. 6.

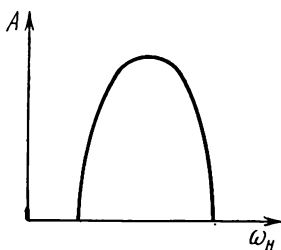


Рис. 5. Зависимость амплитуды колебаний от частоты накачки в параметрическом генераторе с большими нелинейными потерями

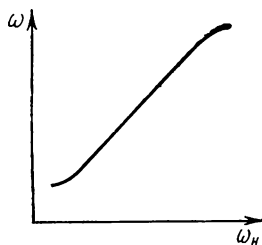


Рис. 6. Зависимость генерируемой частоты от частоты накачки

Деление частоты (автосинхронизация). В двухконтурном параметрическом генераторе возбуждаются колебания с двумя основными частотами ω_1 и ω_2 , отношение которых друг к другу и к частоте накачки в общем случае не равно целому числу. Однако таков спектр генерации лишь в первом приближении. В действительности спектр колебаний в двухконтурном генераторе состоит из бесконечного числа высших гармоник двух основных частот генерации

и всевозможных комбинационных тонов, т. е. частот вида $p\omega_1 \pm s\omega_2$, где p и s — целые числа.

При определенной настройке генератора некоторые из комбинационных тонов располагаются очень близко к основным частотам генерации, т. е. попадают в резонансные полосы системы, и тогда пренебрегать комбинационными тонами уже нельзя.

Пусть в двухконтурной системе возбуждается колебание с двумя основными частотами ω_1 и ω_2 и пусть одна из них, например



Рис. 7. Спектр колебания в параметрическом генераторе

нижняя, $\omega_1 \approx \frac{\omega_H}{N}$, где N — целое число. В этом случае $\omega_2 \approx \frac{N-1}{N} \omega_H$. Рядом с основной частотой генерации ω_1 (а также ω_2)

появится ряд комбинационных частот вида $p\omega_1 \pm s\omega_2$, которые близки к ω_1 . Спектр колебания в генераторе в этом случае представлен на рис. 7, на котором показаны лишь основные частоты генерации ω_1 , ω_2 и комбинационные тона ω'_1 , ω'_2 , попадающие внутрь резонансных полос системы и имеющие наибольшие амплитуды. Комбинационные тона, расположенные вдали от резонанса, не учитываются. В том случае, когда амплитуды составляющих с частотами ω'_1 и ω'_2 достаточно велики, а расстояния между главными частотами и комбинационными тонами достаточно малы, происходит захватывание частоты ω_1 частотой ω'_1 и частоты ω_2 — частотой ω'_2 [4]. Это — особый вид захватывания, когда сами «захватываемые» частоты (ω'_1 , ω'_2) являются комбинациями «захватываемых» частот ω_1 и ω_2 (явление автозахватывания или автосинхронизации). В результате захватывания колебания в обоих контурах происходят с одной частотой ($\omega_1 = \frac{\omega_H}{N}$ в низкочастотном

контуре и $\omega_2 = \frac{N-1}{N} \omega_H$ — в высокочастотном), т. е. будут гармо-

ническими. При этом возбужденные колебания теперь кратны частоте накачки (режим деления).

Деление реализуется лишь в некоторой области расстроек. Ширина полосы деления зависит от амплитуд генерации A_1 и A_2 (а следовательно, от частоты и амплитуды накачки ω_n и A_n , от степени нелинейности системы, от кратности деления [1]).

Вне полосы деления взаимодействие между главными частотами генерации и соответствующими комбинационными тонами ω_1 и ω_2' не прекращается, что приводит к сложным эффектам сдвига частот генерации (затягивание) и модуляции (как частотной, так и амплитудной). Вблизи полосы деления при параметрической генерации выходной сигнал содержит биения между основной частотой генерации и близкими комбинационными частотами. Если комбинационные частоты уходят из полосы пропускания системы, то глубина биений стремится к нулю.

Кроме деления частоты на целое число, можно получить соотношение частот $\omega_1/\omega_n = \frac{k}{m}$, где k и m — целые числа [1]. Так как дробное деление возникает за счет членов более высокого порядка в характеристике емкости, то полоса дробного деления сравнительно мала. Дробное деление частоты возникает вблизи области деления на целое число. Так, вблизи $N=5$ возникает дробное деление: $\frac{9}{2}, \frac{11}{2}, \frac{14}{3}, \frac{16}{3}, \frac{19}{4}, \frac{21}{4}$.

Двухконтурные параметрические делители частоты позволяют получить широкополосное деление на большое число [1].

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Принципиальная схема двухконтурного параметрического генератора представлена на рис. 8.

В качестве периодически изменяющейся емкости используется полупроводниковый диод Д (Д7Д), работающий в режиме автоматического смещения. Цепь RC служит для создания на диоде отрицательного смещения за счет протекающего через него прямого тока.

Сигнал накачки от генератора Г4-18А усиливается на лампе Л₁ (6ЖЗП) и через катушку связи поступает на полупроводниковый диод.

Частота высокочастотного контура L_2C_2 может изменяться с помощью переменной емкости C_2 от ~ 700 кГц до ~ 1100 кГц. Нижняя собственная частота системы примерно равна 200 кГц.

Напряжение с низкочастотного контура (L_1C_1) через катодный повторитель Л_{2а} (6Н2П) поступает на фильтр низких частот, необходимость которого обусловлена присутствием в низкочастотном контуре напряжения накачки. Фильтр состоит из двух П-образных LC -звеньев.

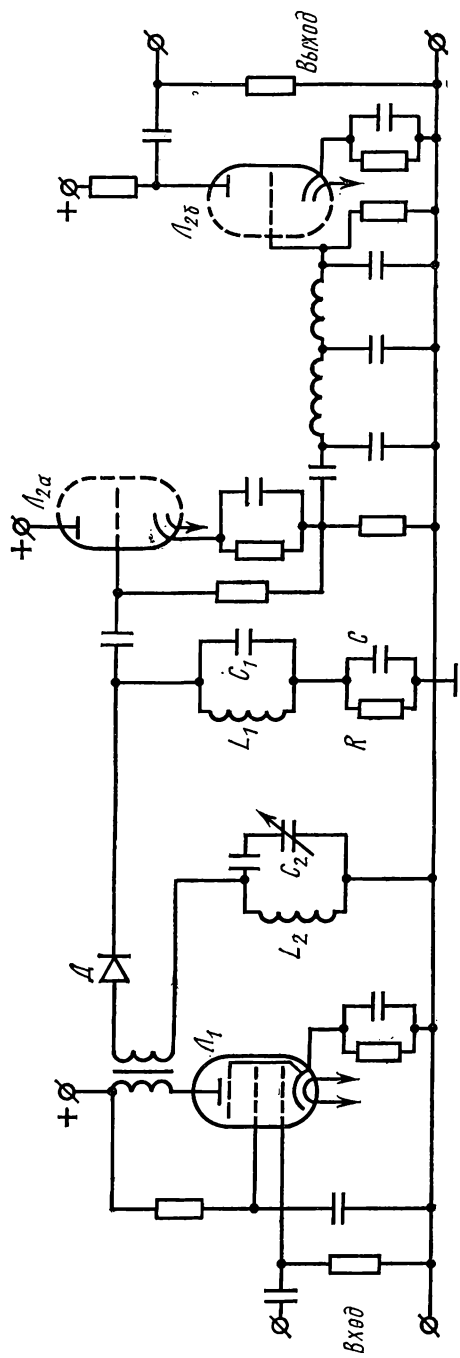


Рис. 8. Принципиальная схема для исследования двухконтурного параметрического генератора

Возникающий в параметрическом генераторе низкочастотный сигнал с выхода усилителя L_{26} подается на осциллограф (типа С1-5).

Определение областей параметрической генерации осуществляется путем наблюдения колебаний на экране осциллографа при воздействии на изучаемую систему сигнала накачки. Для этого сигнал накачки от генератора (Г4-18А с выхода 0,1—1 В) поступает на гнездо «вход» на внешней панели макета генератора. Сигнал с «выхода» изучаемой системы подается на вход Y осциллографа. Область параметрической генерации определяется граничными значениями частоты накачки, при которых происходит возбуждение (срыв) параметрических колебаний.

Переход от режима генерации в режим деления определяется по исчезновению биений между основной частотой генерации и близкими комбинационными тонами. Деление на 5 и 6 наблюдается по фигурам Лиссажу на экране осциллографа. Для этого необходимо сигнал накачки подать на вход Y осциллографа, а сигнал с «выхода» исследуемой системы — на вход X . Измерение частоты генерации производится с помощью осциллографа по фигурам Лиссажу между выходным напряжением параметрического генератора и напряжением вспомогательного генератора (типа Г4-18А).

Амплитуда выходного сигнала измеряется с помощью калибратора осциллографа.

Предварительно необходимо ознакомиться с экспериментальной установкой и измерительными приборами: генератором типа Г4-18А и осциллографом С1-5.

§ 4. Упражнения

1. Определение областей параметрической генерации. Изменяя частоту сигнала накачки в диапазоне 1 МГц, возбудить параметрические колебания. Измерить области параметрической генерации при изменении емкости высокочастотного контура C_2 от 0 до 90 делений. Напряжение накачки поддерживать равным 0,4 В. Результаты представить графически.

2. Деление частоты. Перестраивая емкость высокочастотного контура, возбудить режим деления на 5 и 6. Изменением емкости C_2 добиться того, чтобы область деления на 5 находилась примерно в середине полосы параметрической генерации ($u_H \approx 0,4$ В).

Изменяя частоту накачки, на низкочастотной развертке осциллографа наблюдать переход от режима генерации в режим деления.

3. Изучение зависимости ширины полосы генерации и деления от амплитуды накачки. Измерить зависимость ширины полосы параметрической генерации (f_{H1} , f_{H2}) и ширины полосы деления (f_{D1} , f_{D2}) для коэффициента деления $N=5$ от напряжения сигнала накачки.

Измерения производить от порогового значения $u_{\text{п порог}}$ до $u_{\text{н}} = 1,0 \text{ В}$.

Результаты измерений представить графически. По оси ординат отложить значение амплитуды накачки.

4. Изучение частотной характеристики генератора. Измерить зависимость частоты f_1 (низкочастотный сигнал) от частоты накачки для случая, когда область параметрической генерации включает область деления на 5.

Измерения проводить при $u_{\text{н}} \approx 0,4 \text{ В}$.

Частотные характеристики представить графически.

5. Исследование амплитудных характеристик генератора. Измерить зависимость амплитуды низкочастотного сигнала генератора от частоты накачки. Измерения проводить для значений $u_{\text{н}} = 0,2; 0,3; 0,4 \text{ В}$.

Амплитудные кривые представить графически.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты. М., «Советское радио», 1966.
2. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. М., «Наука», 1964.
3. Берман А. С. Нелинейная емкость полупроводников. М., Физматгиз, 1968.
4. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. М., ГТТИ, 1952.

6. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС

Исследуются резонансные явления в линейных электрических системах с периодически изменяющимися параметрами.

§ 1. Введение

Амплитуда и фаза установившихся вынужденных колебаний в линейном контуре зависят от расстройки $\Delta\omega = \omega - \omega_0$. Здесь ω — частота внешнего воздействия, частота контура $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. При экспериментальном исследовании этих зависимостей можно изменять расстройку, либо изменяя частоту внешнего воздействия при неизменной собственной частоте контура, либо изменяя ω_0 при постоянной частоте воздействия ω . Эти способы изменения $\Delta\omega$ неэквивалентны, поскольку при изменении ω_0 меняются параметры колебательной системы.

В этой работе исследуется зависимость амплитуды и фазы вынужденных колебаний от собственной частоты при неизменной частоте внешнего воздействия.

Если параметры колебательного контура постоянны, то зависимости амплитуды и фазы вынужденных колебаний от расстройки имеют обычный вид (рис. 1, а). Если же реактивные параметры колебательного контура изменяются во времени с частотой ν , связанной с частотой f внешнего воздействия соотношением $\nu/f = 2/n$

(n — целое), то зависимость амплитуды и фазы вынужденных колебаний при изменении расстройки приобретает ряд особенностей, проявляющихся наиболее заметно при $\nu/f=2$ [1].

При периодическом изменении реактивных параметров контура амплитуда вынужденных колебаний зависит не только от расстройки и затухания, но и от глубины модуляции m реактивного параметра и фазы ψ между изменением реактивности и внешним

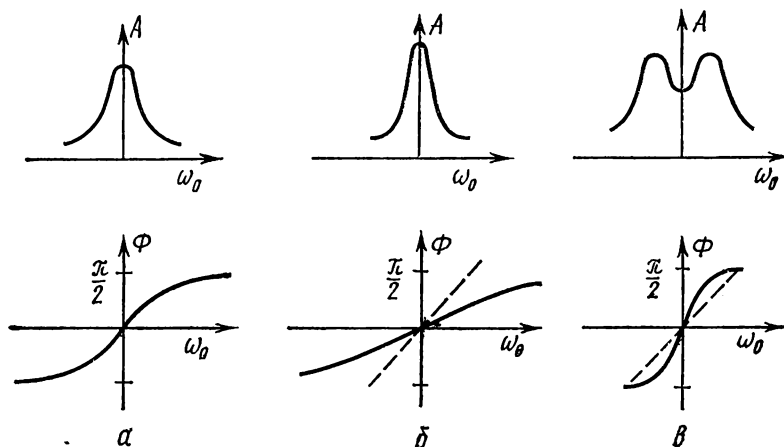


Рис. 1. Резонансные кривые линейного контура: a — без параметрического воздействия, $б$ — при сильном параметрическом резонансе, $в$ — при слабом параметрическом резонансе. Пунктиром показан наклон фазовой кривой для случая a

сигналом [1]. Характерная для параметрического взаимодействия зависимость от фазы проявляется в том, что в двух предельных случаях, называемых сильным и слабым резонансами, получаются два различных типа резонансных кривых. При сильном резонансе энергия за счет параметрического взаимодействия накачивается в колебательную систему и частично компенсирует затухание. Амплитуда вынужденных колебаний при этом сильно возрастает, резонансная кривая становится острее, а зависимость фазы вынужденных колебаний Φ от расстройки Δf — более пологой (рис. 1, б). При слабом резонансе энергия уходит из системы параметрическим воздействием, и при малых расстройках имеет место провал резонансной кривой, однако зависимость фазы вынужденных колебаний Φ от расстройки становится более крутой (рис. 1, в).

Это свойство фазовой зависимости при слабом резонансе параметрического контура используется при фазовой модуляции. Фазовая модуляция в режиме слабого резонанса сопровождается значительным усилением полезного сигнала. Соединяя выход модулятора с детектором, получают параметрический видеосуили-

тель типа «модулятор-демодулятор». Основное преимущество параметрических усилителей состоит в низком уровне собственных шумов, поскольку элементом, передающим энергию от источника энергии к усиливаемому сигналу в них, является реактивность, а не активное сопротивление (лампа, транзистор).

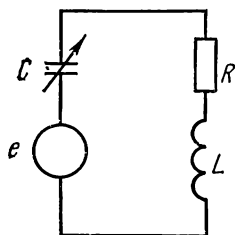


Рис. 2. Контур с периодически изменяющейся емкостью

Цель работы — практическое исследование резонансных кривых параметрического контура при «сильном» и «слабом» резонансах и зависимости усиления параметрического усилителя от частоты при различных уровнях накачки.

§ 2. Теория

1. Слабый и сильный резонанс в линейном контуре с периодически изменяющейся емкостью (рис. 2). Частота изменения емкости точно вдвое превышает частоту э. д. с., вызывающей в контуре вынужденные колебания. Емкость колебательного контура C изменяется по закону

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_2} \cos(2\omega t + \psi). \quad (1)$$

В контуре действует э. д. с. $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$. Для заряда q , протекающего в контуре, уравнение имеет вид

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \left[\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_2} \cos(2\omega t + \psi) \right] q = \mathcal{E}_0 \cos \omega t.$$

Вводя обозначения

$$2\theta = \frac{R}{\omega_0 L}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}; \quad m_2 = \frac{C_2}{C_0} \quad (2)$$

и переходя к безразмерной расстройке и безразмерному времени $\xi = 2\Delta\omega/\omega = 1 - \omega_0^2/\omega^2$; $\tau = \omega t$, представим уравнение для заряда в виде

$$\ddot{q} + 2\theta \dot{q} + (1 - \xi)q + 2qm_2(1 - \xi) \cos(2\tau + \psi) = \frac{\mathcal{E}_0}{\omega_0^2 L} \cos \tau. \quad (3)$$

Здесь точки обозначают дифференцирование по τ .

Решая уравнения (3) методом медленно меняющихся амплитуд [4], полагая

$$q = a \sin \tau + b \cos \tau, \quad (4)$$

считая, как обычно, что $m_2 \ll 1$; $\dot{a}, \dot{b} \ll A$, где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ — амплитуда колебаний заряда, получим укороченные уравнения

$$\begin{aligned}\dot{a} &= -\theta a + \frac{\xi}{2} b + \frac{m_2 a}{2} \sin \psi - \frac{m_2 b}{2} \cos \psi + \frac{\varepsilon_0}{2\omega^2 L}, \\ \dot{b} &= -\theta b - \frac{\xi}{2} a - \frac{m_2 a}{2} \cos \psi - \frac{m_2 b}{2} \sin \psi.\end{aligned}\quad (5)$$

Отсюда для стационарного режима ($\dot{a}=\dot{b}=0$)

$$\begin{aligned}a &= \frac{\varepsilon_0}{2L\omega^2} \frac{\theta + (m_2/2) \sin \psi}{\theta^2 + \xi^2/4 - m_2^2/4}, \\ b &= -\frac{\varepsilon_0}{2L\omega^2} \frac{\xi/2 + (m_2/2) \cos \psi}{\theta^2 + \xi^2/4 - m_2^2/4}.\end{aligned}\quad (6)$$

Представляя (4) в виде $q = A \sin(\tau + \Phi)$, где $\Phi = \arctg \frac{b}{a}$, и используя (6), найдем стационарные значения амплитуды A и фазы Φ колебаний заряда q :

$$A^2 = \frac{\varepsilon_0^2}{4L^2\omega^4} \frac{\theta^2 + \frac{\xi^2}{4} + \frac{m_2^2}{4} + m_2 \left(\theta \sin \psi + \frac{\xi}{2} \cos \psi \right)}{\left(\theta^2 + \frac{\xi^2}{4} + \frac{m_2^2}{4} \right)^2}, \quad (7)$$

$$\Phi = -\arctg \frac{\frac{\xi}{2} + \frac{m_2}{2} \cos \psi}{\theta + \frac{m_2}{2} \sin \psi}. \quad (8)$$

Выражения (7) и (8) представляют амплитудную и фазовую характеристики линейного контура с периодически изменяющейся емкостью при различных фазах ψ модуляции емкости на частоте 2ω . Полагая в (7) и (8) $m_2=0$, получим выражения для амплитудной и фазовой кривых колебательного контура с постоянной емкостью:

$$A^2 = \frac{\varepsilon_0^2}{4\omega^4 L^2} \frac{1}{\theta^2 + \xi^2/4}, \quad (9)$$

$$\Phi = -\arctg \frac{\xi}{2\theta}. \quad (10)$$

Полагая в (7) $\xi=0$, найдем, что наибольшее значение

$$A_0^+ = \frac{\varepsilon_0}{2L\omega^2} \frac{1}{\theta - m_2/2}$$

амплитуда A принимает при $\psi=\pi/2$. Это — сильный резонанс. Наименьшее значение

$$A_0^- = \frac{\varepsilon_0}{2L\omega^2} \frac{1}{\theta + m_2/2} \quad (11)$$

амплитуда A принимает при $\psi = -\pi/2$. Это слабый резонанс. Подставляя эти результаты с (9) (при $\xi=0$), видим, что по сравнению с контуром, имеющим постоянную емкость, амплитуда колебаний при сильном резонансе увеличивается в $\frac{\theta}{\theta - m_2/2}$ раз, а при слабом резонансе уменьшается в $\frac{\theta + m_2/2}{\theta}$ раз. Увеличение амплитуды при сильном резонансе сопровождается сужением резонансной кривой. В линейном приближении амплитуда колебаний неограниченно увеличивается при $m_2 \rightarrow 2\theta$. При $m_2 = 2\theta$ наступает параметрическое возбуждение колебаний с частотой ω .

Подставляя в (8) $\psi = \pi/2$, найдем фазовую кривую резонансного контура при сильном резонансе:

$$\Phi = -\operatorname{arctg} \frac{\xi}{2\theta_{\pm}}, \text{ где } \theta_{\pm} = \theta \pm \frac{m_2}{2}. \quad (12)$$

Добротность колебательного контура

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{2\theta}.$$

При сильном резонансе фазовая кривая имеет ту же форму, что и фазовая кривая контура с постоянной емкостью (10), но с уменьшенной в $\frac{\theta + m_2/2}{\theta}$ раз добротностью. Следовательно, модуляция емкости контура при сильном резонансе, увеличивая амплитуду колебаний, делает более пологой фазовую кривую в области резонанса.

Резонансная кривая при слабом резонансе описывается уравнением (7), при $\psi = -\pi/2$

$$A^2 = \frac{\xi_0^2}{4L^2\omega^4} \frac{\theta^2 + \xi^2/4 + m_2^2/4 - m_2\theta}{(\theta^2 + \xi^2/4 - m_2^2/4)^2}.$$

Амплитуда A принимает экстремальные значения при

$$\xi_1 = 0; \quad \xi_{2,3} = \pm 2 \sqrt{\left(\theta - \frac{m_2}{2}\right) \left(3 \frac{m_2}{2} - \theta\right)}.$$

Два последних значения оказываются действительными только при

$$\frac{2}{3} \theta < m_2 < 2\theta.$$

При выполнении этих условий резонансная кривая имеет минимум при $\xi=0$ и два максимума при $\xi=\xi_{2,3}$. При $m_2=2\theta$ в контуре начинается параметрическое возбуждение колебаний. Предельное ослабление амплитуды колебаний при слабом резонансе

$$\left(\frac{A_0}{A_0^-} \right)_{\text{макс}} = 2.$$

Подставляя в (8) $\psi = -\pi/2$, получим фазовую кривую контура при слабом резонансе:

$$\Phi = \operatorname{arctg} \frac{\xi}{2\theta_{\text{э-}}}, \text{ где } \theta_{\text{э-}} = \theta - \frac{m_2}{2}. \quad (13)$$

Она имеет тот же вид, что и у контура с постоянной емкостью (10), но с большей в $\theta/(\theta - m_2/2)$ раз добротностью. Резонансная кривая контура при слабом резонансе по форме может существенно отличаться от резонансной кривой контура с постоянной емкостью. Фазовые кривые (10) и (13) отличаются только крутизной, которая увеличивается с ростом глубины модуляции емкости m_2 , и на пороге параметрического возбуждения, когда $m_2 \rightarrow 2\theta$ (или $\theta_{\text{э-}} \rightarrow 0$), крутизна стремится к бесконечности.

2. Слабый и сильный резонансы в контурах с нелинейной емкостью p - n -перехода. На практике периодическое изменение емкости в области высоких частот осуществляется с помощью управляемых полупроводниковых конденсаторов [2] — запертых напряжением смещения p - n -переходов плоскостного полупроводникового диода, изготовленного по специальной технологии. Такие диоды называют варакторами, или параметрическими диодами. Емкость варактора зависит от приложенного к нему напряжения, т. е. варактор — нелинейный конденсатор [2].

Если к варактору приложить помимо постоянного напряжения смещения еще периодическое напряжение, то его емкость будет периодически меняться. Используя такой конденсатор, можно исследовать явления сильного и слабого резонанса.

Простейшая цепь, в которой можно наблюдать эти явления, показана на рис. 3. В качестве конденсатора используется варактор D , запертый постоянным напряжением $-U_0$. Генератор с э.д.с. $e_1 = \mathcal{E}_1 \cos \omega t$ вызывает в контуре колебания с частотой ω , близкой к резонансной частоте контура. В контуре действует еще генератор с э.д.с. $e_2 = \mathcal{E}_2 \cos(2\omega t + \chi)$, который создает на варакторе напряжение, изменяющее его емкость с частотой 2ω . Емкость варактора одинаково чувствительна ко всем переменным напряжениям, приложенным к ней, и поэтому контур с варактором представляет собой нелинейную систему и для вынужденных колебаний с частотой ω . Применение результатов анализа параметрических резонансов для линейной системы к данному случаю допустимо, если вынужденные колебания на частоте ω существенно меньше по амплитуде, чем колебания на частоте 2ω . При указанных условиях система эквивалентна по отношению к сигналу генератора e_1 , линейному колебательному контуру, емкость которого изменяется с частотой 2ω . В полученные выше формулы (7) — (13) следует подставить величины расстройки ξ затухания θ

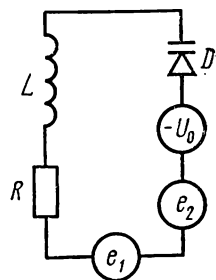


Рис. 3. Контур с варактором

и глубины модуляции емкости m_2 , рассчитанные для контура с варактором.

Емкость варактора нелинейна и зависит от приложенного напряжения. Для описания этой зависимости пользуются понятием «дифференциальной емкости»

$$C_d = \frac{dq_c}{du_c}.$$

Для варактора с резким p — n -переходом

$$C_d = \frac{C_0 \sqrt{\Phi}}{\sqrt{\Phi - u_c}}. \quad (14)$$

Здесь Φ — контактная разность потенциалов на p — n -переходе, $C_0 = C_d$ при $u_c = 0$. Используя (14) и предположение о малости напряжения с частотой ω по сравнению с напряжением частоты 2ω , можно представить емкость варактора в виде (1), который использовался при рассмотрении слабого и сильного резонансов в п. 1, и получить значения для резонансной частоты ω_0 контура и коэффициента m_2 , определяющего глубину модуляции емкости контура на частоте 2ω .

Расчет дает следующие значения этих величин:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_{d0}}}, \quad (15)$$

$$m_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{6(\Phi + U_0)}, \quad (16)$$

C_{d0} — дифференциальная емкость варактора при условии, что на него действует только напряжение смещения. C_{d0} определяется из (14) при $u_c = -U_0$. \mathcal{E}_2 — амплитуда напряжения генератора e_2 , имеющего частоту 2ω .

3. Фазовый модулятор с повышенной эффективностью. Высокочастотные колебания для модуляции подают в колебательный контур с варактором. Контур настроен точно на частоту высокочастотных колебаний. Модулирующий низкочастотный сигнал подают в цепь смещения варактора. Под действием низкочастотного сигнала изменяется смещение варактора и колебательный контур перестраивается относительно частоты высокочастотных колебаний. Амплитуда вынужденных колебаний вблизи резонанса почти не зависит от расстройки, а их фаза изменяется. В соответствии с (10) она зависит от расстройки, и при слабом резонансе эта зависимость наиболее сильная. Таким образом осуществляется модуляция фазы высокочастотных колебаний при практически постоянной амплитуде.

Эффективность фазовой модуляции зависит от того, насколько эффективно модулирующий сигнал изменяет величину емкости колебательного контура (или расстройку ξ) и насколько эффек-

тивно изменение емкости колебательного контура (или расстройки) влияет на фазу вынужденных высокочастотных колебаний. Первый фактор определяется свойствами варактора, второй — свойствами колебательного контура. Как следует из (10) и (13), крутизна фазовой кривой $\Phi(\xi)$ у обычного колебательного контура определяется его добротностью $Q=1/2\theta$. При слабом резонансе крутизна увеличивается в $\theta/\theta_0 \approx m_2/2$ раз. Увеличение крутизны фазовой кривой позволяет получить значительно большее изменение фазы высокочастотных колебаний под действием того же самого напряжения сигнала. Однако при повышении частоты модулирующего сигнала эффективность модуляции снижается из-за того, что начинают сказываться инерционные свойства колебательного контура.

Пусть на входе модулятора действует модулирующее напряжение $e_m = E_m \cos \Omega t$. В результате модуляции на контуре модулятора появятся напряжения различных комбинационных колебаний. Будем считать, что напряжение e_m так мало, что в спектре модулированного колебания значительную величину имеют только простейшие комбинационные колебания

$$e_+ = E_+ \cos [(\omega + \Omega)t + \varphi_+]$$

и

$$e_- = E_- \cos [(\omega - \Omega)t + \varphi_-],$$

а остальными комбинационными колебаниями можно пренебречь. Эффективность модуляции оценим с помощью коэффициента передачи модулятора по напряжению K_m . Определим его отношением:

$$K_{m+} = \frac{E_+}{E_m}; \quad K_{m-} = \frac{E_-}{E_m}. \quad (17)$$

Полосой пропускания модулятора назовем область частот модулирующего напряжения, в пределах которой коэффициент передачи K_m отличается от его максимального значения не более чем на 3 дБ.

Коэффициент передачи и полоса пропускания — основные характеристики модулятора. Для их расчета считаем, что модулирующее напряжение e_m мало по сравнению с напряжением смещения U_0 варактора. Обозначим амплитуды синусоидальной и косинусоидальной составляющих колебания на частоте ω в контуре в отсутствие модулирующего напряжения через a_0 и b_0 . Эти величины определяются соотношением (6) при $\xi=0$ (контур настроен в резонанс на частоту ω). Под действием модулирующего напряжения амплитуды a_0 и b_0 получают некоторые приращения

$$a = a_0 + u; \quad b = b_0 + v,$$

причем $u \ll A$; $v \ll A$. Малость величин e_m , u и v позволяет линеаризовать укороченные уравнения (5). Решение полученной систе-

мы линейных уравнений показывает, что при выполнении условий для слабого резонанса

$$u = 0, \quad v = \tilde{V} e^{j\Omega t}, \quad (18)$$

где

$$\tilde{V} = \frac{Ma_0}{2} \frac{E_M}{j\Omega/\omega + \theta - m_2/2}.$$

Здесь $M = \frac{1}{C_{д0}} \frac{dC_{д0}}{d(-U_0)}$. Поскольку при слабом резонансе $\xi = 0$ и $b_0 = 0$, то $a_0 = A$, т. е. a_0 равно амплитуде колебаний на частоте ω . Полный заряд на частоте ω , протекающий в колебательном контуре,

$$q_1 = (a_0 + u) \sin \tau + (b_0 + v) \cos \tau.$$

Переходя к напряжению и учитывая, что $a_0 = A$, $b_0 = 0$, $u = 0$, получим

$$u_1 = \omega^2 L \left\{ A \sin \tau + \frac{|V|}{2} \cos \left[\left(1 + \frac{\Omega}{\omega} \right) \tau + \gamma \right] + \right. \\ \left. + \frac{|V|}{2} \cos \left[\left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \right) \tau - \gamma \right] \right\}, \quad (19)$$

где

$$\gamma = \arctg \frac{\Omega/\omega}{\theta - m_2/2}.$$

Комплексные амплитуды комбинационных колебаний

$$\tilde{E}_+ = \tilde{E}^*_- = \tilde{V}/2. \quad (20)$$

Для коэффициента передачи модулятора в соответствии с (17), (18) и (20) получаем

$$K_{м+} = K_{м-} = \frac{\frac{m_1}{2} e^{j\gamma}}{\sqrt{\left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 + \left(\theta - \frac{m_2}{2} \right)^2}}. \quad (21)$$

Здесь

$$m_1 = \frac{1}{C_{д0}} \frac{dC_{д0}}{d(-U_0)} \omega^2 L A - \quad (22)$$

коэффициент модуляции емкости контура на частоте ω .

Величина v , определенная соотношением (18), описывает модуляцию фазы вынужденных колебаний с частотой ω .

При $e_M \neq 0$ фаза колебаний на частоте ω

$$\Phi = \arctg \frac{b_0 + v}{a_0 + u} \approx \frac{v}{a_0} = \frac{|V| \cos \left(\frac{\Omega}{\omega} \tau + \gamma \right)}{A \omega^2 L}.$$

Из (21) следует, что наибольшее значение $K_{\text{м макс}}$ коэффициент принимает на частоте сигнала $\Omega \rightarrow 0$:

$$K_{\text{м макс}} = \frac{m_1}{2\theta - m_2}. \quad (23)$$

При увеличении m_2 коэффициент передачи $K_{\text{м макс}}$ увеличивается и стремится к бесконечности при $m_2 \rightarrow 2\theta$. В колебательном контуре наступает параметрическое возбуждение субгармоники. С повышением частоты сигнала Ω коэффициент передачи монотонно падает (см. (21)). Уменьшение коэффициента передачи на 3 дБ от его максимального значения достигается на граничной частоте

$$\Omega_{\text{гр}} = \omega (\theta - m_2/2), \quad (24)$$

которая и определяет полосу пропускания реактивного модулятора. Сравнивая выражения для $K_{\text{м макс}}$ и $\Omega_{\text{гр}}$, видим, что периодическое изменение емкости контура с частотой $2\omega_0$ приводит к увеличению коэффициента передачи $K_{\text{м макс}}$ в $\frac{\theta}{\theta - m_2/2}$ раз и к такому же сужению полосы пропускания фазового модулятора.

4. Параметрический видеоусилитель. Амплитуда напряжений комбинационных колебаний на колебательном контуре может существенно превышать величину амплитуды низкочастотного сигнала на входе модулятора, т. е. $K_{\text{м}} > 1$. Этого можно добиться и без использования слабого резонанса, т. е. при $m_2 = 0$, если только контур модулятора достаточно добротен. Полагая в (21) $m_2 = 0$, принимая во внимание, что добротность контура $Q = 1/2\theta$ и считая для простоты, что $\Omega \rightarrow 0$, получим

$$K_{\text{м}+} = K_{\text{м}-} = m_1 Q.$$

Следовательно, модуляция сопровождается усилением, при условии

$$Q m_1 > 1. \quad (25)$$

Можно показать, что

$$m_1 = \frac{\omega^2 L A}{2(U_0 + \varphi)}. \quad (26)$$

Практически модулятор работает с усилением при $Q > 5$. На практике добротность колебательного контура может существенно превышать полученное оценочное значение (она может быть ~ 100).

Использование слабого резонанса позволяет в соответствии с (23) дополнительно повысить коэффициент передачи фазового модулятора. В данном случае усиление по напряжению сопровождается и усилением по мощности.

Если на выходе модулятора поставить детектор (демодулятор), то на нагрузке детектора появится низкочастотное напряжение, повторяющее по форме напряжение модулирующего сигнала. По-

тери мощности и ослабление напряжения при детектировании обычно малы по сравнению с усилением мощности и напряжения в модуляторе, и в целом цепь из модулятора и демодулятора представляет собой усилитель модулирующего сигнала по мощности и напряжению. Усилители такого типа называются параметрическими усилителями типа «модулятор-демодулятор».

Коэффициент усиления параметрического усилителя по напряжению K определяется коэффициентом передачи модулятора K_M и коэффициентом передачи демодулятора K_d : $K = K_d K_M$. K_d зависит от вида демодуляции. При демодуляции используется либо одно комбинационное колебание, либо сразу оба. В последнем случае

$$K = K_d (K_{M+} + K_{M-}). \quad (27)$$

Использование сразу двух комбинационных колебаний технически проще и позволяет получить вдвое большее усиление. Подставляя в (27) выражение для $K_{M\pm}$ из (21), получим для коэффициента усиления

$$\tilde{K} = K_d \frac{m_1 e^{j\nu}}{\sqrt{(\Omega/\omega)^2 + (\theta - m_2/2)^2}}. \quad (28)$$

Если пренебречь зависимостью коэффициента передачи демодулятора от частоты модуляции (обычно $K_d \sim 1$), то частотная характеристика видеоусилителя совпадает с частотной характеристикой реактивного модулятора (21).

Коэффициент усиления сильно зависит от величины m_1 , поэтому желательно использовать режим варактора, в котором m_1 максимально. Для этого нужно увеличивать амплитуду колебаний U_ω напряжения на частоте ω . Однако на практике приходится устанавливать $U_\omega < U_0 + \phi$, так как иначе через варактор начинает протекать большой прямой ток и сильно снижается добротность колебательного контура. Есть еще одна причина, по которой приходится снижать амплитуду напряжения U_ω и, следовательно, величину m_1 . Из-за нелинейных свойств емкости варактора при больших U_ω резонансная кривая контура оказывается несимметричной с наклоном в область частот $\omega < \omega_0$, что затрудняет, в частности, выполнение данной работы. Поэтому не рекомендуется работать с амплитудами напряжения U_ω , превышающими 1 В при резонансе.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Установка предназначена для экспериментального исследования явлений слабого и сильного резонансов и работы параметрического видеоусилителя типа «модулятор-демодулятор».

Блок-схема экспериментальной установки показана на рис. 4. Установка состоит из блока высокочастотных напряжений, колебательного контура с варакторами, буферного каскада и фазового демодулятора.

1. Блок высокочастотных напряжений (рис. 5) имеет генератор гармонического напряжения с частотой 2ω . Напряжение с этого генератора через усилитель мощности $УМ_2$ поступает на колебательный контур. Гнезда «выход 2ω » используются при проверке величины и формы этого напряжения. Для получения сигнала с частотой ω напряжение с задающего генератора поступает на де-

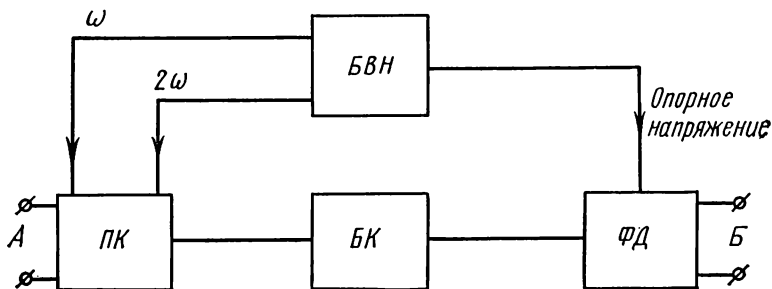


Рис. 4. Блок-схема экспериментальной установки: БВН — блок высокочастотных напряжений, ПК — параметрический контур, БК — буферный каскад, ФД — фазовый демодулятор, А — вход модулятора, Б — выход параметрического видеосузителя

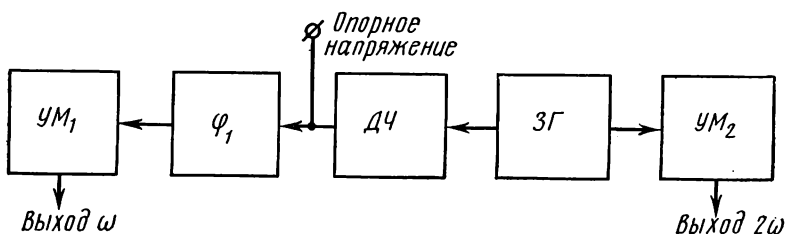


Рис. 5. Схема блока высокочастотных напряжений: ЗГ — задающий генератор, ДЧ — делитель частоты, Φ_1 — фазовращатель, УМ — усилители мощности

литель частоты, представляющий собой одноконтурный параметрический генератор (параметрон). Напряжением накачки для него служит то же самое напряжение задающего генератора, частоту которого нужно поделить. В параметроне возбуждаются колебания с частотой ω . Напряжение этих колебаний усиливается и используется как опорное напряжение для фазового демодулятора. Одновременно напряжение с частотой ω с выхода параметрона поступает на регулируемый фазовращатель « Φ_1 » и затем через усилитель мощности $УМ_1$ подается в колебательный контур с варакторами. Фазовращатель служит для того, чтобы между напряжениями с частотами ω и 2ω можно было установить фазовые соот-

ношения, необходимые для исследования слабого и сильного резонансов. Ручка «фаза ω », устанавливающая сдвиг фаз, выведена на переднюю панель.

Напряжение с частотой ω , поступающее на колебательный контур с варакторами, для контроля подведено к гнездам «выход ω ».

2. Колебательный контур с варакторами (рис. 6) состоит из индуктивности L_1 и двух полупроводниковых диодов (Д-810). Напряжение с частотой ω вводится в колебательный контур с по-

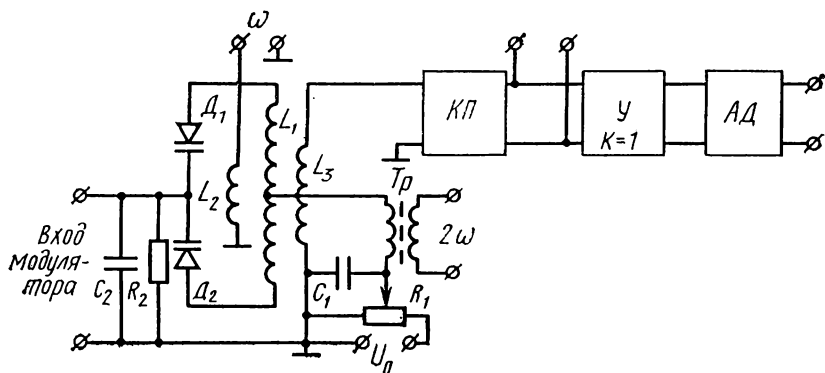


Рис. 6. Параметрический контур с измерительными цепями: КП — катодный повторитель, У — усилитель, АД — амплитудный демодулятор

мощью катушки L_2 , индуктивно связанной с L_1 . Напряжение с частотой 2ω подается на варакторы D_1 и D_2 через высокочастотный трансформатор Tr , катушку L_1 и блокировочную емкость C_1 . Полярность включения диодов D_1 и D_2 обеспечивает синфазное изменение их емкости под действием напряжения с частотой 2ω . Напряжение смещения поступает на варакторы с потенциометра R_1 через вторичную обмотку высокочастотного трансформатора, катушку индуктивности L_1 и сопротивление утечки R_2 .

Напряжение модулирующего сигнала подается на гнезда «вход модулятора» и поступает на варакторы через сопротивление потенциометра R_1 , вторичную обмотку высокочастотного трансформатора Tr и катушку контура L_1 . Емкость C_1 препятствует проникновению токов высоких частот (ω , 2ω) в цепь генератора модулирующего сигнала. По отношению к напряжению сигнала варакторы включены параллельно, и их емкости изменяются согласованно. Напряжение с колебательного контура снимается с помощью катушки L_3 , индуктивно связанной с L_1 .

Напряжение с частотой 2ω подается на одну диагональ моста, образованного двумя диодами D_1 и D_2 и двумя половинами катушки L_1 . При равенстве емкостей диодов D_1 и D_2 и индуктивностей обеих половин катушки L_1 мост сбалансирован и на другой диагонали моста (на концах катушки L_1) напряжение с частотой

2ω равно нулю. Катушки L_2 и L_3 расположены симметрично относительно средней точки катушки L_1 , поэтому при балансе моста (достигается подбором D_1 и D_2 и аккуратным изготовлением катушки L_1) напряжение на них не содержит второй гармоники накачки. Таким способом с помощью катушки L_3 из контура выводятся колебания только на частоте ω .

3. Буферный каскад служит для ослабления обратного воздействия фазового демодулятора на колебательный контур и состоит из катодного повторителя и усилителя высокой частоты на пентоде. Напряжение на вход катодного повторителя подается с катушки L_3 (см. рис. 7). На выходе катодного повторителя имеются контрольные гнезда «выход катодного повторителя». Эти гнезда используются при исследовании резонансов и при настройке реактивного модулятора. Коэффициент связи катушек L_1 и L_3 подобран так, что напряжение на катушке L_1 равно напряжению на выходе катодного повторителя. Для улучшения развязки напряжение с выхода катодного повторителя подается на усилитель высокой частоты, выполненный на лампе с малой проходной емкостью (пентод). Основное назначение этого каскада — улучшение развязки, его коэффициент усиления равен единице.

На выходе усилителя высокой частоты включен амплитудный детектор (амплитудный демодулятор), который используется только при настройке параметрического видеоусилителя.

4. Фазовый демодулятор (рис. 7) кроме собственного фазового демодулятора содержит фазовращатель φ_2 и катодный повторитель в цепи опорного сигнала. Напряжение с колебательного контура модулятора через буферный каскад подается на входной трансформатор Tr_1 фазового демодулятора. Вторичная обмотка этого трансформатора имеет отвод от середины, а к концам вторичной обмотки присоединены диоды D_1 и D_2 . Нагрузкой демодулятора являются два одинаковых сопротивления R , зашунтированных одинаковыми конденсаторами C . К средней точке вторичной обмотки трансформатора Tr_1 и общей точке сопротивлений R прикладывается опорное напряжение, снимаемое с трансформатора Tr_2 . Фаза опорного напряжения может устанавливаться независимо от фазы напряжения, подаваемого на модулятор с помощью фазовращателя φ_2 в канале опорного сигнала (см. рис. 7). Прин-

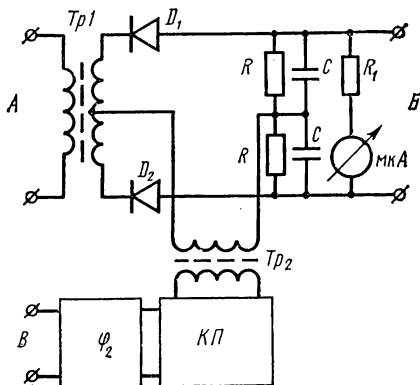


Рис. 7. Электрическая схема фазового демодулятора (ФД): А — вход ФД, Б — выход ФД, В — вход опорного напряжения, φ_2 — фазовращатель опорного напряжения

цип действия фазового демодулятора описан в [3]. Микроамперметр, включенный на выходе фазового демодулятора последовательно с сопротивлением R_1 , служит для контроля за правильной установкой фазы опорного напряжения. Фаза опорного напряжения должна быть такой, чтобы в отсутствие сигнала на выходе реактивного модулятора ток через микроамперметр был равен нулю (баланс фазового демодулятора).

5. Органы управления и контроля за функциональными узлами экспериментальной установки.

1. Контрольные гнезда выходного напряжения с частотой ω .
2. Выключатель выходного напряжения с частотой ω .
3. Контрольные гнезда выходного напряжения с частотой 2ω .
4. Выключатель напряжения с частотой 2ω .
5. Гнезда для измерения напряжения смещения на варакторах.
6. Регулятор напряжения смещения варакторов.
7. Регулятор фазы напряжения с частотой ω .
8. Регулятор фазы опорного напряжения.
9. Индикатор баланса фазового демодулятора.
10. Выход фазового демодулятора.
11. Выход амплитудного демодулятора.
12. Гнезда «выход катодного повторителя».
13. Регулятор напряжения смещения варакторов параметрона — делителя частоты.
14. Выключатель батареи смещения и напряжения сети.
15. Гнезда «вход реактивного модулятора».
16. Регулятор амплитуды напряжения с частотой 2ω .
17. Регулятор амплитуды напряжения с частотой ω .

6. Подготовка установки к работе.

1. Включить тумблер «сеть» и подождать, пока прогреются лампы (2 мин).

2. Проверить напряжение батареи смещения (12 В) и полярность ее включения.

3. Тумблером « 2ω » включить напряжение с частотой 2ω . При вращении ручки «амплитуда 2ω » напряжение с частотой 2 МГц на контрольных гнездах должно изменяться от 0,1 до 0,5 В.

4. Включить напряжение с частотой ω тумблером « ω ». При вращении ручки «амплитуда ω » напряжение с частотой 1 МГц должно изменяться по амплитуде от 0,16 до 1,2 В. Если это не так, значит не работает параметрон. В этом случае установить регулятор «амплитуда ω » на максимум и вращать ручку «напряжение смещения параметрона» до тех пор, пока на осциллографе не появится гармоническое напряжение с частотой 1 МГц и амплитудой 1,2 В.

5. Подключить «выход ω » к усилителю «Х», а «выход 2ω » — к усилителю «У» осциллографа. На экране должна появиться фигура Лиссажу. Вращая ручку фазовращателя «фаза ω », наблюдать изменение фигуры Лиссажу на экране осциллографа.

7. Исследование резонансных кривых при сильном и слабом резонансе. В экспериментальной установке напряжения с частотами ω и 2ω подключены к колебательному контуру. Для исследования резонансных кривых контура изменяют его резонансную частоту ω_0 и измеряют амплитуду вынужденных колебаний на частоте ω (на контрольных гнездах «выход катодного повторителя»). Изменение (перестройка) частоты колебательного контура ω_0 производится с помощью изменения напряжения смещения, которое определяет емкость варакторов. Напряжение смещения регулируется ручкой «напряжение смещения» и измеряется вольтметром, подключенным к гнездам «напряжение смещения модулятора».

Зависимость резонансной частоты колебательного контура ω_0 от показания (n) шкалы регулятора «напряжение смещения» определяется градуировкой. Для этого следует:

1. Отключить от колебательного контура высокочастотные напряжения с частотами ω и 2ω . На гнезда «выход ω » подать гармоническое напряжение от генератора (ГЗ-7А). К контрольным гнездам «выход катодного повторителя» подключить высокочастотный вольтметр.

2. Устанавливая ручку «напряжение смещения» последовательно на все деления шкалы в интервале от 2 до 12, в каждой позиции настроить генератор в резонанс с контуром, контролируя резонансную настройку по максимуму напряжения на гнездах «выход катодного повторителя».

3. Построить график зависимости $f_0(n)$. Амплитуда переменного напряжения на выходе повторителя должна быть всегда меньше 1В. Только в этом случае переменное напряжение на варакторах оказывается существенно меньше напряжения смещения и емкость варакторов практически не зависит от амплитуды переменного напряжения.

При исследовании слабого и сильного резонансов может возникнуть параметрическое возбуждение колебаний на частоте ω в колебательном контуре, если величина напряжения с частотой 2ω чрезмерно велика ($m_p > 2\theta$).

§ 4. Упражнения

1. **Исследование резонансных кривых колебательного контура при сильном резонансе.** Снимаются резонансные кривые при отсутствии модуляции емкости контура и при таких уровнях модуляции емкости с частотой 2ω , которые соответствуют снижению затухания контура при резонансе в 2, 4 и 10 раз.

Для выполнения упражнения нужно:

1. Выключить напряжение с частотой 2ω и включить напряжение с частотой ω . К гнездам «выход катодного повторителя» подключить высокочастотный вольтметр.

2. Ручкой «напряжение смещения» настроиться в резонанс на частоту ω , контролируя настройку по максимуму напряжения на

вольтметре, и установить на колебательном контуре при резонансе амплитуду напряжения 1 В.

3. Снять по точкам зависимость амплитуды A колебаний в контуре от напряжения смещения. Построить график $A(n)$.

4. Включить напряжение с частотой 2ω и установить амплитуду на контрольных гнездах, равную 0,2 В.

5. Установить ручку фазовращателя «фаза ω » в положение, при котором амплитуда в контуре максимальна. Это положение фазовращателя соответствует сильному резонансу.

6. Выключить напряжение с частотой 2ω и уменьшить амплитуду напряжения с частотой ω на выходе катодного повторителя до 0,5 В при резонансе.

7. Включить напряжение с частотой 2ω и довести его до такой величины, чтобы амплитуда напряжения на выходе катодного повторителя увеличилась до 1 В. Это соответствует снижению затухания контура в два раза.

Еще раз подрегулировать фазу напряжения с частотой ω , добиваясь максимального значения напряжения на контуре при резонансе, и проверить, что при резонансе на контуре имеется напряжение с амплитудой 1 В.

8. Снять зависимость амплитуды колебаний A от напряжения смещения и построить эту зависимость на том же графике с координатами A, n (см. п. 3).

Повторить измерения пп. 6—8, снижая амплитуду колебаний с частотой ω до 0,25 и до 0,1 В. Получить график зависимости амплитуды $A(n)$ при ослаблении затухания контура соответственно в 4 и 10 раз.

Все резонансные кривые построить на одном графике и, пользуясь градуировочной кривой $f_0(n)$, нанести по оси абсцисс частотный масштаб.

2. Исследование резонансных кривых колебательного контура при слабом резонансе. Снимаются резонансные кривые при уровнях модуляции емкости контура с частотой 2ω , которые соответствуют уменьшению амплитуды колебаний с частотой ω от 1 до 0,8, 0,65 и 0,55 В соответственно.

Для того чтобы снять резонансные кривые при слабом резонансе, нужно:

1. Повторить пп. 1, 2, 4 упр. 1.

2. Фазовращателем «фаза ω » установить фазу напряжения с частотой ω так, чтобы амплитуда напряжения на выходе катодного повторителя стала минимальной. Это положение фазовращателя соответствует слабому резонансу.

Может оказаться, что при вращении фазовращателя «фаза ω » амплитуда колебаний на выходе катодного повторителя не будет иметь четкого минимума. В этом случае нужно слегка перестроить колебательный контур параметрона вращением ручки «напряжение смещения параметрона» и снова повторить п. 2. Это нужно делать до тех пор, пока при вращении ручки «фаза ω » напряжение на выходе катодного повторителя не будет иметь четкого минимума.

Перестраивая контур параметрона, нужно следить за тем, чтобы напряже-

ние на выходе катодного повторителя не уменьшалось до нуля (это может быть, если сильно изменить напряжение смещения делителя частоты).

Если при выполнении п. 2 потребовалось изменить смещение делителя частоты, то нужно повторить п. 2 упр. 1 и п. 2 упр. 2.

3. Установить амплитуду напряжения с частотой 2ω , так чтобы амплитуда колебаний на выходе катодного повторителя при резонансе уменьшилась до 0,8 В.

Снять зависимость $A(n)$ амплитуды колебаний в колебательном контуре (на выходе катодного повторителя) от напряжения смещения (см. упр. 1).

4. Выключить напряжение с частотой 2ω и настроиться в резонанс на частоту ω ручкой «напряжение смещения».

5. Включить напряжение с частотой 2ω , довести его величину до значения, при котором амплитуда колебаний на выходе катодного повторителя при резонансе уменьшилась до 0,65 В. При такой величине напряжения с частотой 2ω резонансная кривая колебательного контура должна иметь два четко выраженных «горба».

Вращая ручку «напряжение смещения» и наблюдая за показателями вольтметра, убедиться, что «горбы» резонансной кривой имеют одинаковую высоту. В противном случае этого нужно добиться небольшим поворотом ручки «фаза ω ». Симметричность «горбов» является более четким признаком установки правильных фазовых соотношений при слабом резонансе.

6. Снять зависимость $A(n)$ (см. упр. 1).

7. Повторить п. 4, включить напряжение с частотой 2ω и довести его величину до значения, при котором амплитуда колебаний на выходе катодного повторителя при резонансе уменьшится до 0,55 В. Добиться симметричности «горбов» (п. 5).

8. Снять зависимость $A(n)$.

9. Все резонансные кривые, полученные в этом упражнении, нанести на один график. На этот же график нанести зависимость $A(n)$, полученную при выключенном напряжении с частотой 2ω в упр. 1.

Нанести частотный масштаб на полученное семейство резонансных кривых.

3. Исследование параметрического видеоусилителя. Снимается семейство частотных характеристик видеоусилителя при отсутствии модуляции емкости с частотой 2ω и при таких условиях модуляции, которым соответствует увеличение коэффициента усиления по напряжению до 30 и до 50. Все три частотные характеристики построить на одном графике.

Для выполнения этого упражнения следует:

1. Включить напряжение с частотой 2ω и соединить вход осциллографа с гнездами «выход амплитудного демодулятора».

2. Включить напряжение с частотой ω и настроиться в резонанс на частоту ω , контролируя настройку по максимуму напряжения на выходе катодного повторителя. Регулятором «амплитуда ω » установить на выходе катодного повторителя напряжение 1 В при резонансе.

3. Регулятором «фаза опорного напряжения» установить стрелку индикатора баланса фазового демодулятора на нуль.

4. Подать от звукового генератора на вход реактивного модулятора напряжение сигнала с частотой ≈ 100 Гц и с амплитудой ≈ 10 мВ.

5. Увеличивать амплитуду сигнала на входе реактивного модулятора до тех пор, пока сигнал на экране осциллографа при наибольшей чувствительности его не будет иметь амплитуду порядка 0,5 см.

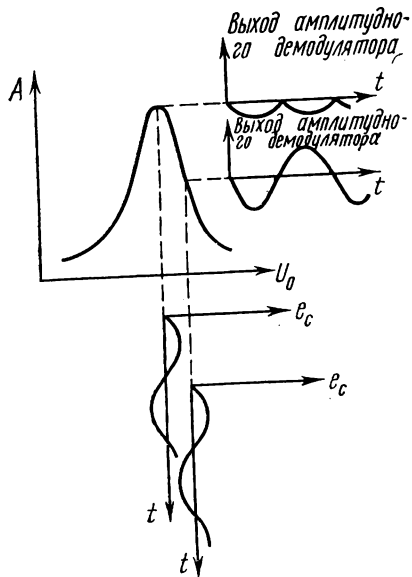


Рис. 8. Форма сигнала на выходе АД в зависимости от смещения на варакторах

Перестраивая контур реактивного модулятора, наблюдать сигнал на экране осциллографа. Сигнал на экране имеет наименьшее искажение в тех случаях, когда напряжение смещения варакторов соответствует линейным участкам склонов резонансной кривой (рис. 8) контура-модулятора.

В этом случае звуковой сигнал, изменяя емкость варакторов, вызывает модуляцию амплитуды вынужденных колебаний с частотой ω по почти гармоническому закону. Наибольшие искажения будут в тех случаях, когда напряжение смещения соответствует настройке в резонанс (вершина резонансной кривой). При таком смещении происходит «удвоение» частоты сигнала. «Качество» удвоения частоты является

хорошей характеристикой точности настройки в резонанс. При настройке в резонанс амплитудная модуляция сопровождается очень большими искажениями (удвоение частоты), в то время как фазовая модуляция происходит с наименьшими искажениями (см. рис. 9).

6. Настроить колебательный контур модулятора в резонанс с помощью ручки «напряжение смещения», контролируя точность настройки по эффективности удвоения частоты на выходе амплитудного демодулятора.

7. Переключить вход осциллографа и низкочастотный милливольтметр на выход фазового демодулятора.

Регулятором «фаза опорного напряжения» сбалансировать фазовый демодулятор. (Индикатор баланса не должен показывать тока.) Снизить сигнал от звукового генератора на входе параметрического видеосуилителя до амплитуды 10 мВ.

8. Снять по точкам зависимость коэффициента усиления параметрического видеоусилителя от частоты звукового сигнала. Измерения проводить при постоянной амплитуде сигнала на входе усилителя. Осциллограф служит для визуального контроля работы усилителя. Коэффициент усиления определяется как отношение амплитуды сигнала на выходе фазового демодулятора к амплитуде сигнала на входе усилителя.

9. Уменьшить до нуля напряжение сигнала на входе параметрического видеоусилителя, не отключая звуковой генератор от ус-

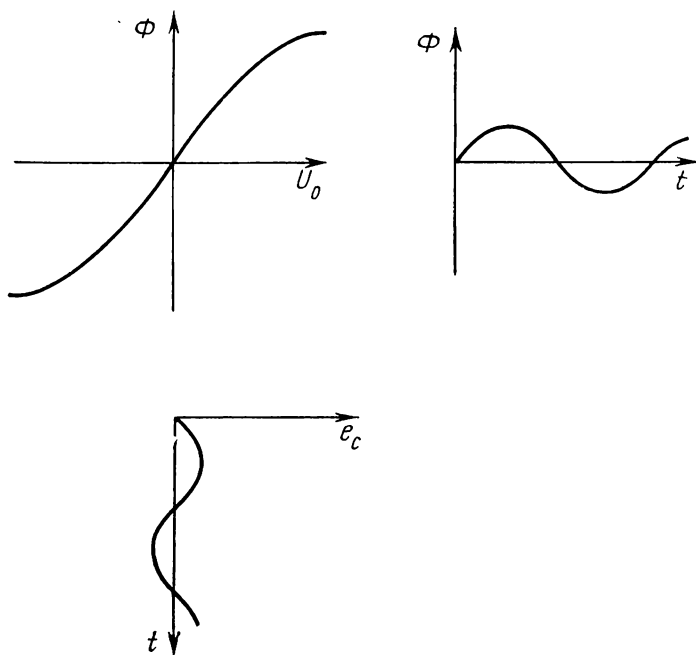


Рис. 9. Модуляция фазы при настройке контура модулятора в резонанс

тановки. Включить напряжение с частотой 2ω и установить на контрольных гнездах «выход 2ω » амплитуду этого напряжения 0,2 В.

10. Вращая ручку «фаза ω », найти такое ее положение, чтобы амплитуда напряжения на выходе катодного повторителя стала минимальной (слабый резонанс). Из-за нелинейности емкости варакторов изменение амплитуды колебаний с частотой ω вызывает небольшое изменение настройки колебательного контура, вследствие чего баланс фазового демодулятора может нарушиться. Его следует восстановить, слегка подстраивая колебательный контур с помощью ручки «напряжение смещения» (регулировку «фаза опорного напряжения» не трогать).

11. Подать снова на вход реактивного модулятора напряжение звукового сигнала с частотой ≈ 100 Гц и амплитудой ≈ 10 мВ и убедиться, что напряжение сигнала на выходе фазового демодулятора при включенном напряжении с частотой 2ω больше, чем при выключенном. Увеличивая амплитуду напряжения с частотой 2ω и подстраивая колебательный контур до установления баланса фазового демодулятора ручкой «напряжение смещения», довести величину коэффициента усиления параметрического видеоусилителя до 30. Снять зависимость коэффициента усиления параметрического видеоусилителя от частоты сигнала, как описано в п. 8.

12. Увеличивая амплитуду напряжения с частотой 2ω и подстраивая колебательный контур до установления баланса фазового детектора ручкой «напряжение смещения», довести величину коэффициента усиления параметрического видеоусилителя на частоте 100 Гц до 50. Снять зависимость коэффициента усиления от частоты сигнала, как это описано в п. 8.

Графики зависимости коэффициента усиления от частоты сигнала, полученные в пп. 8, 11, 12, построить на одном рисунке.

13. Измерить напряжение смещения варакторов при резонансе и по формулам (23), (24), (26) рассчитать коэффициент передачи, полосу пропускания реактивного модулятора при условии, что $m_2=0$. При расчетах пользоваться измеренными значениями амплитуды напряжения с частотой ω (≈ 1 В при резонансе), напряжения смещения и величиной добротности колебательного контура. Принять контактный потенциал $\phi \approx 0,5$ В. Учесть, что на каждом варакторе падает примерно половина напряжения с частотой ω . Добротность колебательного контура определить по ширине полосы пропускания при условии, что $m_2=0$. Сравнить результаты расчета и эксперимента, учитывая, что при демодуляции используются оба комбинационных колебания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мандельштам Л. И., Папалекси Н. Д. ИЭСТ, 1935, № 3, с. 1—7.
2. Степаненко И. П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем. М., «Энергия», 1973.
3. Крылов Н. Н. Теоретические основы радиотехники. Л., «Морской транспорт», 1961.
4. Блэкьер О. Анализ нелинейных систем. М., «Мир», 1969.
5. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. М., ГТТИ, 1952.

7. СЛЕДЯЩАЯ СИСТЕМА

В работе изучается принцип действия электромеханической следящей системы, условия ее устойчивости и ее динамические ошибки.

§ 1. Введение

Работа следящих систем основана на действии обратной связи. Основное назначение следящей системы — преобразование сигналов. Примером может служить система преобразования электри-

ческого сигнала с выхода вычислительного устройства в пропорциональный этому сигналу угол поворота руля корабля или самолета. Следящая система состоит из ряда элементов: исполнительного двигателя, усилителя, измерительных элементов, регистрирующих перемещение и скорость исполнительного механизма, и др. Каждый из этих элементов является сложным устройством, обычно с нелинейными характеристиками. Составить уравнения, которые с удовлетворительной точностью описывали бы поведение такой системы, затруднительно; а если это удастся, то трудно провести анализ нелинейных уравнений. По этим причинам при анализе работы следящих систем широко используются

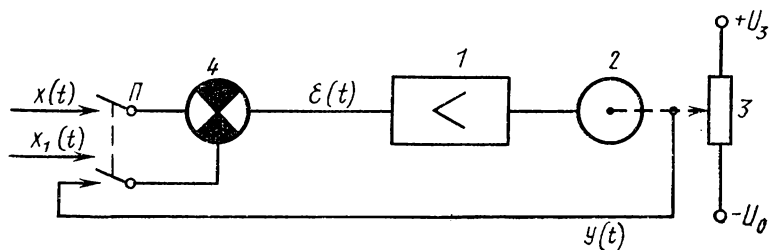


Рис. 1. Блок-схема следящей системы

методы, позволяющие учесть экспериментально полученные характеристики.

Работа знакомит с принципом действия следящей системы и с методами экспериментального подбора таких параметров, как наивыгоднейшие коэффициенты усиления и демпфирования в системе. На установке наблюдается влияние этих коэффициентов на точность работы следящей системы в зависимости от характера входного сигнала.

Типичная блок-схема следящей системы приведена на рис. 1. Движение механической части осуществляется электродвигателем 2, который питается от усилителя 1. Для контроля за положением объекта служит связанный с валом двигателя датчик-потенциометр 3. Напряжение с движка потенциометра $y(t)$ сравнивается с сигналом $x(t)$, подаваемым на вход системы, с помощью устройства сравнения 4, на выходе которого образуется сигнал ошибки $e(t) = x - y$. Направление и скорость вращения электродвигателя определяются знаком и величиной сигнала ошибки, подаваемого на вход усилителя. Электродвигатель вращается, пока не наступит равенство $y = x$. Так работает следящая система в том случае, если она устойчива. В противном случае возникнут незатухающие колебания выходного вала.

Основные задачи анализа следящих систем сводятся к исследованию устойчивости и выяснению обстоятельств, определяющих погрешности работы системы.

В простейшем примере линейной следящей системы

$$I\ddot{\varphi} = M(\varepsilon), \quad (1)$$

где φ — угол поворота вала мотора, I — его момент инерции, $M(\varepsilon) = A_1 K \varepsilon$ — момент силы, вызываемый сигналом с выхода усилителя, K — коэффициент усиления (усилитель предполагается идеальным). Датчик угла описывается уравнением

$$y = A_2 \varphi. \quad (2)$$

Коэффициент A_2 зависит от устройства датчика. Сигнал ошибки

$$\varepsilon = x - y. \quad (3)$$

Из (1)—(3) следует уравнение замкнутой системы

$$I\ddot{\varphi} + A_1 A_2 K \varphi = A_1 K x(t). \quad (4)$$

Решение $\varphi(t)$ этого уравнения, описывающее движение вала, содержит незатухающие колебания с частотой $\omega = (A_1 A_2 K / I)^{\frac{1}{2}}$. Это — следствие пренебрежения силами трения в уравнении (1).

Для демпфирования колебаний в реальных системах часто применяется тахогенератор — датчик скорости вращения двигателя. Сигнал с тахогенератора, пропорциональный $\dot{\varphi}(t)$, складывается с $\varepsilon(t)$ и подается на вход усилителя. Уравнение свободного движения такой системы

$$I\ddot{\varphi} + H\dot{\varphi} + A_1 A_2 K \varphi = 0, \quad (5)$$

где коэффициент H может быть сделан любой величины.

Устойчивость системы, описываемой уравнением второго порядка, определяется знаками коэффициентов уравнения (6). Для устойчивой системы $H > 0$, $A_1 A_2 K > 0$. Практически интересные случаи следящих систем приводят к более сложным задачам, не сводящимся к уравнению второго порядка, и поэтому применяются специально разработанные критерии устойчивости для систем с обратной связью.

§ 2. Теория

1. Критерий устойчивости Найквиста позволяет судить об устойчивости замкнутой линейной системы по свойствам разомкнутой цепи, т. е. в конечном счете по характеристикам отдельных элементов системы. Описание критерия и его доказательство можно найти в литературе [1]. Здесь описаны лишь практические приемы исследования устойчивости.

Рассмотрим цепь (рис. 1), которая получится, если разомкнуть обратную связь ключом П. Входом разомкнутой цепи будем считать точку x_1 . Комплексная частотная характеристика разомкну-

той цепи может быть найдена, если известны характеристики отдельных элементов системы:

$$L(\omega) = -K_1(\omega)K_2(\omega), \quad (6)$$

где K_1 и K_2 — частотные характеристики блоков 1 и 2. Знак минус появляется за счет блока 4, изменяющего полярность сигнала x_1 . С другой стороны, $L(\omega) = u(\omega) + iv(\omega)$ — комплексная функция частоты ω . Если аргумент ω изменяется от $-\infty$ до $+\infty$, то конец вектора (u , v) описывает на комплексной плоскости кривую, называемую годографом функции L .

Критерий Найквиста утверждает: Система устойчива, если годограф функции L не охватывает на комплексной плоскости точку $(1, 0)$. На практике разомкнутая цепь часто содержит интегратор. Тогда L имеет особенность вида $1/i\omega$ (полюс в начале координат). Годограф при этом получается незамкнутым. Как показывает теория, в таком случае необходимо дополнить годограф дугой бесконечно большого радиуса в левой полуплоскости (рис. 2).

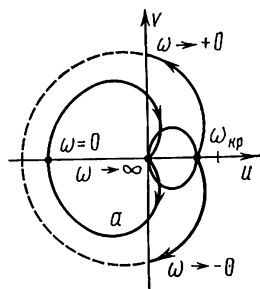


Рис. 2. Годографы устойчивых систем

2. Замечания о практическом применении критерия Найквиста.

Для применения критерия необходимо знать частотную характеристику разомкнутой системы. Обычно прямая цепь содержит ряд элементов: усилитель, устройство сравнения сигналов, электромеханический преобразователь, иногда — специальные корректирующие цепи. Снимать частотную характеристику всей цепи, как правило, нецелесообразно. Удобнее разделить элементы на две группы — те, передаточная функция которых известна из теории, и те, которые требуют экспериментального изучения.

К первой группе целесообразно отнести интегрирующие элементы. Определение частотных характеристик цепи с интегратором практически неудобно из-за дрейфа, неизбежного при размыкании цепи и из-за полюса в начале координат, что осложняет измерения при малых частотах. Интегратор как отдельный элемент в цепи обычно отсутствует. Интегрирующим элементом, как правило, является приводной двигатель. Выделить операцию интегрирования в таком случае можно, если выходным сигналом разомкнутой системы считать не угол поворота φ , а угловую скорость вала $\Omega = \dot{\varphi}$ или пропорциональное ей напряжение U_Ω , снимаемое с тахогенератора. Таким образом,

$$L = L_1 L_2, \quad (7)$$

где L_2 известно заранее, а L_1 требует определения на опыте, но зато не имеет особенностей. При исследовании L_1 нет надобности подробно исследовать всю функцию. Так, если выделенный элемент — интегратор, то $L_2 = A/i\omega$, и критические значения частоты

$\omega_{кр}$ соответствуют чисто мнимым значениям L_1 . Эти точки легко найти, наблюдая по фигуре Лиссажу сдвиг фаз между входным и выходным сигналами исследуемого блока: на критической частоте оси эллипса параллельны осям X и Y осциллографа.

Чтобы составить представление об общем виде годографа, необходимо снять еще несколько точек по частоте и определить, как ведут себя действительная и мнимая части L_1 в окрестности $\omega_{кр}$, а также при $\omega \rightarrow 0$. При $\omega \rightarrow \infty$ $L_1 \rightarrow 0$ как передаточная функция любой реальной системы. Этих сведений обычно достаточно, чтобы построить годограф и определить координату критической точки. Если критическая частота только одна, то годограф должен иметь вид, подобный рис. 2, б. После этого можно рассчитать область устойчивых коэффициентов усиления.

3. Влияние нелинейности элементов. Применяемые на практике элементы системы, как правило, обладают нелинейными характеристиками, и линейная теория оказывается недостаточной для удовлетворительного исследования следящей системы. Так, выходной сигнал усилителя $u(t)$ всегда ограничен по величине некоторым максимальным уровнем, характеристики мотора нелинейны из-за насыщения железа, нелинейны характеристики трения и т. д.

Строгий анализ устойчивости нелинейной системы встречает большие трудности. Существуют, однако, классы нелинейных систем, которые могут быть приближенно исследованы с помощью методов п. 2.

Считаем, что объект управления нелинеен и описывается уравнениями (см. рис. 1)

$$\dot{\varphi} = \Omega, \quad \dot{\Omega} = \mu(\Omega, \varepsilon), \quad (8)$$

где функция μ учитывает нелинейную характеристику мотора. Усилитель представим состоящим из линейного элемента и нелинейного преобразователя, ограничивающего большие сигналы. Тогда блок-схема прямой цепи в эквивалентном виде может быть изображена так, как показано на рис. 3. Здесь 1 и 3 — линейные блоки, блок 2 объединяет нелинейности усилителя и объекта управления, блок 3 представляет собой интегратор, преобразующий $\Omega(t)$ или $\dot{\varphi}$ в $y(t)$.

Подадим на вход системы гармонический сигнал $Ae^{i\omega t}$. Первый блок линеен, и сигнал на его выходе имеет тот же вид, но с другими амплитудой и фазой. Сигнал на выходе нелинейного элемента, напротив, кроме основной частоты будет содержать гармоники с частотами 2ω , 3ω и т. д. Однако, благодаря действию интегрирующего элемента 3, доля гармоник на выходе будет значительно уменьшена, и во многих случаях ими можно пренебречь при анализе устойчивости системы. Поэтому будем считать, что выходной сигнал $y(t)$ снова имеет вид $Be^{i(\omega t + \varphi)}$. Для такой «квазилинейной» системы можно ввести передаточную функцию $L_A(\omega) = \frac{B}{A} e^{i\varphi}$,

которая в отличие от настоящей передаточной функции линейной системы зависит от амплитуды A входного сигнала. Эквивалентная передаточная функция $L_A(\omega)$ может быть определена экспериментально (или рассчитана, если известен вид нелинейной характеристики элемента). Зная семейство характеристик прямой цепи от параметра A , можно судить об устойчивости замкнутой системы, применив критерий Найквиста. Годограф $L_A(\omega)$ не должен охватывать точку $(1, 0)$ ни при каком значении амплитуды A (рис. 4). Вместо построения семейства кривых $L_A(\omega)$ можно построить одну кривую $L^*(\omega)$, найдя для каждого значения ω такую амплитуду входного сигнала, при которой $|L_A(\omega)|$ будет принимать наибольшее значение.

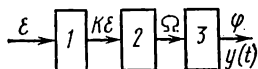


Рис. 3. Блок-схема прямой цепи нелинейной следящей системы

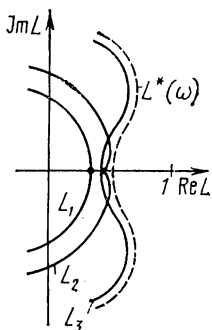


Рис. 4. Годографы линейаризованной системы при различных входных сигналах и их огибающая

Годограф функции $L^*(\omega)$ может быть использован для исследования устойчивости следящей системы. Подробно строить весь годограф нет надобности. Достаточно установить его общий характер (расположение петель) и найти точки пересечения с действительной осью.

4. Погрешности следящей системы. Величина и характер ошибки зависят от вида сигнала $x(t)$, поступающего на вход системы. Если $x(t)$ имеет вид ступенчатой функции, то в системе возникает переходной процесс, форма которого позволяет судить о качестве следящей системы. Типичный вид переходного процесса показан на рис. 5. Кривая a соответствует процессу с перерегулированием, а b — лимитационному переходному процессу.

Простейший способ оценки качества состоит в определении времени τ , в течение которого ошибка уменьшается от некоторого начального значения ε_1 до заданного уровня ε_0 и в дальнейшем его не превышает. Такая оценка может быть произведена наблюдением переходного процесса на экране осциллографа. Другой тип ошибки наблюдают при подаче на вход системы гармонического сигнала. Очевидно, что гармонический сигнал может быть воспроизведен следящей системой с малой погрешностью лишь при выполнении определенного соотношения между его частотой и ампли-

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

[illegible]

вала (потенциометр соединен с валом двигателя через червячный редуктор).

Тахогенератор измеряет скорость вращения вала и осуществляет демпфирование. Приводной двигатель управляется по цепи возбуждения. С этой целью в цепь якоря включено дополнительное сопротивление такое, что ток якоря существенно не изменяется во всех режимах работы мотора. Обмотка возбуждения ОВ разделена на две части и включена в анодную цепь выходного (пушпульного) каскада усилителя.

172

оконечного усилителя ОУ. Сигнал ошибки ε подается на вход предварительного усилителя через градуированный делитель Π_1 . Сигнал с выхода ПУ складывается с сигналом демпфирования с помощью трансформатора Tr^1 . Сумма этих сигналов поступает на ОУ и далее на приводной мотор.

Источник регулируемого напряжения « $v + \Delta v$ » служит для проверки работы следящей системы и для наблюдения переходного процесса. Скачок напряжения Δv подается на вход при нажатии на кнопку. Для удобства наблюдения контакты кнопки выведены на наборное поле и могут замыкаться с помощью реле, установленного в осциллографе и работающего синхронно с разверткой. При этом на экране осциллографа наблюдается устойчивая картина переходного процесса. Величина скачка устанавливается ручкой « Δv ».

Сдвоенный потенциометр Π_3 (см. рис. 10) включается при экспериментальном определении передаточной функции линеаризованной системы. Он состоит из двух ступенчатых делителей напряжения Π_3 и Π_3^1 , управляемых одной ручкой. Коэффициенты деления подобраны таким образом, что их произведение при любом положении ручки переключателя одно и то же (0,077). Если включить первый потенциометр на вход исследуемого устройства, а второй на его выход, то, вращая потенциометр, можно менять входной сигнал усилителя, не изменяя общего коэффициента передачи схемы. Если испытываемый блок линеен, то при фиксированном сигнале на входе выходное напряжение не будет зависеть от положения ручки потенциометра. Для нелинейного блока можно подобрать такое положение Π_3 , при котором сигнал на выходе будет наибольшим. Это положение отыскивается и используется при построении годографа передаточной функции разомкнутой системы.

§ 4. Упражнения

1. Практическое знакомство с работой следящей системы.

а. Собрать схему в соответствии с рис. 7. Установить потенциометр тахогенератора Π_2 на нуль, а потенциометр Π_1 — в средней части шкалы ($\alpha = 0,5$). Напряжение « $v + \Delta v$ » устанавливают равным 0.

б. Включить питание системы и после прогрева усилителя включить питание якоря двигателя. Вал мотора должен прийти в движение. При правильной подаче сигнала ошибки движок потенциометра должен приблизиться к середине обмотки, после чего система должна либо совершать малые автоколебания, либо успокоиться. Если движок отслеживающего потенциометра приближается к краю обмотки, полярность сигнала ошибки должна быть

¹ Подача сигнала демпфирования через трансформатор исключает нежелательное торможение системы при равномерном вращении вала. Демпфирование возникает только в случае колебательных движений системы.

изменена. Если автоколебания не наблюдаются, увеличивают коэффициент усиления α с помощью потенциометра Π_1 до возникновения автоколебаний. Для устранения автоколебаний системы вводят сигнал демпфирования κ потенциометром Π_2 . Если при этом колебания усиливаются, следует изменить полярность сигнала демпфирования.

в. Убедившись в том, что схема собрана правильно, проверяют настройку усилителя. При выключенной цепи якоря включают вольтметр на выходе усилителя параллельно обмотке возбуждения мотора.

Включив цепь возбуждения, поворачивают вал двигателя рукой, наблюдая за показаниями вольтметра. Если максимальные отклонения вольтметра в одну и другую сторону не окажутся равными, регулируют ОУ, добиваясь равенства максимальных отклонений прибора в обе стороны.

После этого нажимают кнопку «проверка симметрии» на шасси ПУ (при этом вход усилителя закорачивается) и, вращая ручку «регул. симметрии», получают ноль на выходе.

Закончив настройку, включают питание цепи якоря и убеждаются в правильности работы следящей системы. С этой целью плавно вращают ручку потенциометра « u ». Система должна прийти в движение и достигнуть нового положения равновесия, соответствующего измененному сигналу « u » (команде).

г. Нажимают кнопку « Δu », чем изменяют скачком напряжение на входе, и наблюдают переходный процесс в системе.

2. Наблюдение фазового портрета следящей системы. Используется цепь, показанная на рис. 7. Потенциометр демпфирования устанавливают на ноль. Включают систему и наблюдают на экране осциллографа предельный цикл, соответствующий автоколебательному режиму. С этой целью на вход X осциллографа подается сигнал с движка потенциометра Π датчика угла, а на вход Y — сигнал с тахогенератора. Для этого один вывод тахогенератора следует заземлить.

Увеличивая демпфирование, добиваются затухания колебаний. Нажимая кнопку « Δu », наблюдают фазовую траекторию процесса установления. Наблюдения производят при нескольких выбранных значениях α и κ . Для каждого значения α находят значение $\kappa_{кр}$, при котором предельный цикл на фазовой плоскости стягивается в устойчивую точку равновесия. Строят график зависимости $\kappa_{кр}$ от α .

3. Определение времени установления системы. Для этих измерений используют ту же схему, что и в предыдущем упражнении, с той разницей, что сигнал U_ϕ подается на вход Y осциллографа. Отклонение луча по оси X обеспечивается генератором развертки осциллографа. Развертка синхронизируется с началом переходного процесса.

Усиление по оси Y устанавливают максимальным, а амплитуду скачка « Δu » регулируют так, чтобы луч отклонялся в начале раз-

вертки на весь экран. Время τ переходного процесса измеряют по экрану осциллографа (используя метки времени), считая, что процесс закончился после уменьшения начальной ошибки в 10 раз.

Переходный процесс наблюдают при нескольких различных значениях α и κ и строят семейство графиков $\tau(\kappa)$ при выбранных значениях α .

4. Наблюдение ошибки при воспроизведении гармонического сигнала. Генератор гармонических сигналов ГС подключается вместо источника « $v + \Delta v$ ». Динамическую ошибку $\varepsilon(t)$ наблюда-

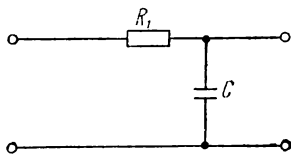


Рис. 8. Схема RC-фильтра

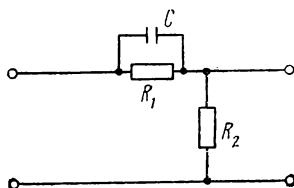


Рис. 9. Форсирующее звено

ют на экране осциллографа. Если плавно, начиная от нуля, увеличивать амплитуду A сигнала, то будет расти и амплитуда сигнала ошибки $\varepsilon(t)$. Относительная ошибка меняется незначительно до тех пор, пока усилитель следящей системы не приходит в насыщение. С этого момента форма $\varepsilon(t)$ искажается, а его амплитуда начинает быстро нарастать.

Этот момент определяется визуально по осциллографу и принимается за границу области допустимых сигналов.

Изменяя частоту генератора ω , находят каждый раз границу допустимой области. Строят в координатах A, ω соответствующие графики для нескольких комбинаций параметров α и κ .

5. Изучение влияния частотных характеристик усилителя на работу системы. Включают в цепь сигнала ошибки дополнительный фильтр, искусственно сужая полосу пропускания (рис. 8). Наблюдают фазовый портрет системы и определяют в этих условиях значения критического коэффициента демпфирования $\kappa_{кр}$ в зависимости от коэффициента усиления α . (Варианты: строят годограф, как в упр. 2, или определяют время переходного процесса (упр. 4).)

6. Коррекция следящей системы с помощью форсирующего звена. Введение форсирующей цепи эквивалентно подаче сигнала демпфирования и расширяет область устойчивости.

Включить в цепь сигнала ошибки форсирующее звено (рис. 9). Построить график $\kappa_{кр}(\alpha)$ (или определить время переходного процесса).

Для экспериментального исследования используется цепочка $R_1 = 1$ мОм и $C = 0,1$ мкФ. В качестве R_2 служит входное сопротивление регулятора усиления ($R_2 = 0,5$ мОм).

7. **Исследование устойчивости следящей системы.** Собирают схему, как показано на рис. 10. Входной сигнал $v(t)$ подается с генератора ГС на вход усилителя У через потенциометр Π_3 с тем, чтобы получить линеаризованную передаточную функцию $L_1^*(\omega)$. Вторая половина потенциометра Π_3^1 включается на выход тахогенератора.

Функция $L^*(\omega)$ связана с $L_1^*(\omega)$ соотношением

$$L^*(\omega) = \frac{K_0}{i\omega} L_1^*(\omega), \quad (9)$$

где K_0 зависит от чувствительности тахогенератора.

Функция $L_1^*(\omega)$ определяется экспериментально. Действительная и мнимая части выходного сигнала $u(t)$ определяются по фигурам Лиссажу на экране осциллографа.

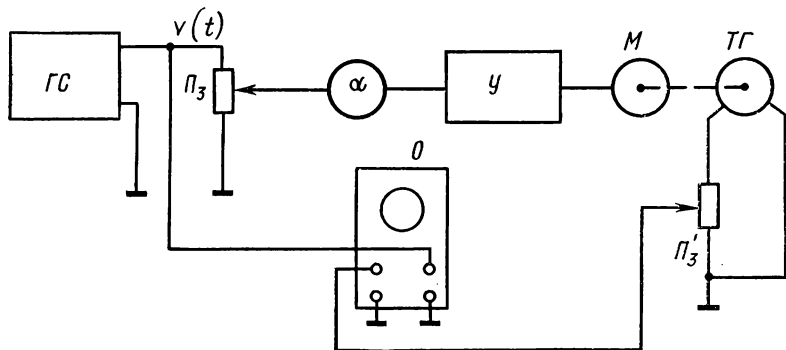


Рис. 10. Схема для исследования годографа прямой цепи следящей системы

Перед измерением необходимо установить одинаковые коэффициенты усиления по осям X и Y . Для этого подают на оба усилителя один и тот же сигнал с генератора ГС и добиваются того, чтобы прямая на экране была наклонена к осям под углом 45° . (Чувствительность осциллографа должна составлять примерно 5 В/см.)

Действительную и мнимую части коэффициента передачи $L_1^*(\omega)$ определяют [в соответствии с рис. 11: $\text{Re } L_1^* = y_0/x_0$, $\text{Im } L_1^* = y_1/x_0$. При этом $\text{Im } L_1^*(\omega) > 0$, если вращение происходит по часовой стрелке.

Точность такого измерения невелика, однако вполне достаточна для построения общего вида годографа. Повышенная точность требуется лишь в окрестности критической точки ($\text{Re } L_1^*(\omega) = 0$). В этом случае y_1 совпадает с максимальным отклонением луча. Измерения производят в следующем порядке:

а. Напряжение $v(t)$ подают на выход X , а $u(t)$ — на вход Y осциллографа (рис. 10).

б. Выбирают амплитуду сигнала $v(t)$. С этой целью устанавливают Π_3 в среднее положение и задают частоту генератора ГС около 3 Гц. Включив установку, наблюдают фигуры Лиссажу. Изменяя величину сигнала генератора, стремятся получить на экране по возможности эллиптическую фигуру. В процессе определения критической частоты амплитуду $v(t)$ не изменяют.

в. Находят критическую частоту. Плавно изменяя частоту генератора, получают фигуру, симметричную относительно осей осциллографа. Затем, вращая Π_3 , добиваются наибольшей высоты фигуры. Если наибольшая фигура получается при крайнем положении Π_3 , необходимо заново установить амплитуду (п. б). После этого, возможно, придется вновь подстроить частоту. Получив наибольшую симметричную фигуру, записывают найденную частоту $f_{кр}$ и соответствующий коэффициент передачи $K_{кр}$. Это измерение повторяют 2—3 раза и берут средние значения.

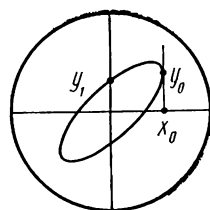


Рис. 11. Определение $\operatorname{Re} L^*$ и $\operatorname{Im} L^*$ по фигуре Лиссажу

Если в установке использован генератор сигналов (НГ-2 или ГЗ-39), имеющий выход сигнала, сдвинутого на 90° по отношению к основному, то методику отыскания критической частоты следует изменить. В этом случае сдвинутый по фазе на 90° сигнал подается на вход X осциллографа, и подбирается частота сигнала так, чтобы фигура была, по возможности, сосредоточена вблизи диагонали экрана.

г. Определяют вид функции $L^*(\omega)$ в окрестности критической точки. С этой целью определяют $\operatorname{Re} L^*$ и $\operatorname{Im} L^*$ для нескольких частот выше и ниже критической $f_{кр}$. На каждой из выбранных частот добиваются максимального размера фигуры с помощью Π_3 . При изменении частоты следят за знаком $\operatorname{Im} L^*$ (по направлению вращения точки на экране). Знак $\operatorname{Re} L^*$ должен изменяться при переходе через критическую частоту.

д. Строят годограф функции $L^*(\omega)$. По измеренным значениям $L_1^*(\omega)$ и формуле (10) вычисляют значения $L^*(\omega)$. Наибольший интерес представляет значение $L^*(\omega)$ на критической частоте. Остальные точки должны дать возможность судить об общем характере годографа. При этом учитывают, что $L_1^* \rightarrow 0$ при $\omega \rightarrow \infty$ и $\operatorname{Im} L_1^* \rightarrow 0$ при $\omega \rightarrow 0$, а $\operatorname{Re} L_1^* \neq 0$ при $\omega = 0$. Полученную часть кривой, соответствующую интервалу частот $(0, \infty)$, отображают симметрично относительно оси u , что соответствует частотам $(-\infty, 0)$. Так как контур содержит интегратор, полученную часть годографа необходимо замкнуть дугой бесконечно большого радиуса в левой полуплоскости. Условие устойчивости выполнено, если $\alpha L_{кр}/\alpha_0 < 1$, где α_0 — положение потенциометра Π_1 , при котором измерялись $K_{кр}$ и $f_{кр}$. Определив $L_{кр} = L^*(\omega_{кр})$, находят область устойчивых значений α .

ЛИТЕРАТУРА

1. Хэммонд П. Теория обратной связи и ее применение. М., Физматгиз, 1961.
2. Айзерман М. А. Теория автоматического регулирования. М., «Наука», 1966.
3. Красовский А. А., Поспелов Г. Н. Основы автоматики и технической кибернетики. М., Госэнергоиздат, 1962.
4. Арендт В. Р. Практика следящих систем. М.—Л., Госэнергоиздат, 1962.

8. СУПЕРГЕТЕРОДИННЫЙ РАДИОПРИЕМНИК

Экспериментально изучаются принцип работы и основные характеристики супергетеродинного радиоприемника.

§ 1. Введение

Главная особенность супергетеродинного приемника заключается в том, что основное усиление сигнала в нем осуществляется на неизменной и заранее выбранной при расчете приемника частоте $f_{пр}$, называемой промежуточной.

Постоянство параметров усилителя промежуточной частоты, чувствительности и избирательности супергетеродинного приемни-

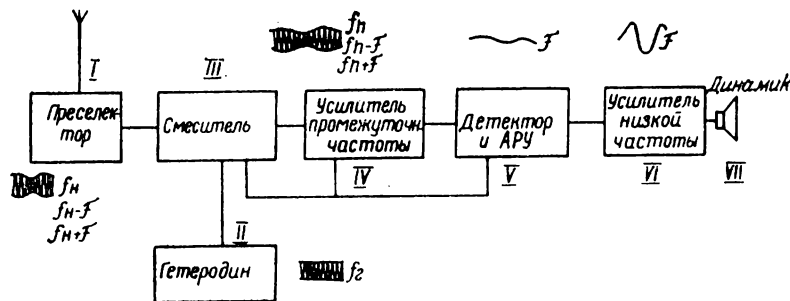


Рис. 1. Блок-схема супергетеродинного приемника

ка в диапазоне принимаемых им радиосигналов, включая и диапазон коротких и ультракоротких радиоволн, и позволяет обеспечить большое усиление.

Принцип работы супергетеродинного приемника (рис. 1) заключается в следующем. Входной контур преселектора, настроенный на несущую частоту f_n , выделяет из множества сигналов, поступающих в антенну, принимаемый сигнал, состоящий из несущей частоты f_n и боковых частот $f_n + \Sigma F_i$ и $f_n - \Sigma F_i$, где F_i — модулирующие звуковые частоты. Этот сигнал, наряду с колебаниями

частоты f_r местного генератора — гетеродина, поступает в смеситель — нелинейное устройство, где образуется сигнал, спектр которого содержит всевозможные комбинации частот f_n , $f_n - \Sigma F_i$, $f_n + \Sigma F_i$ и F_i . Полученный сигнал подается на резонансный усилитель промежуточной частоты (УПЧ). Фильтр этого усилителя выделяет из спектра комбинационных частот колебания разност-

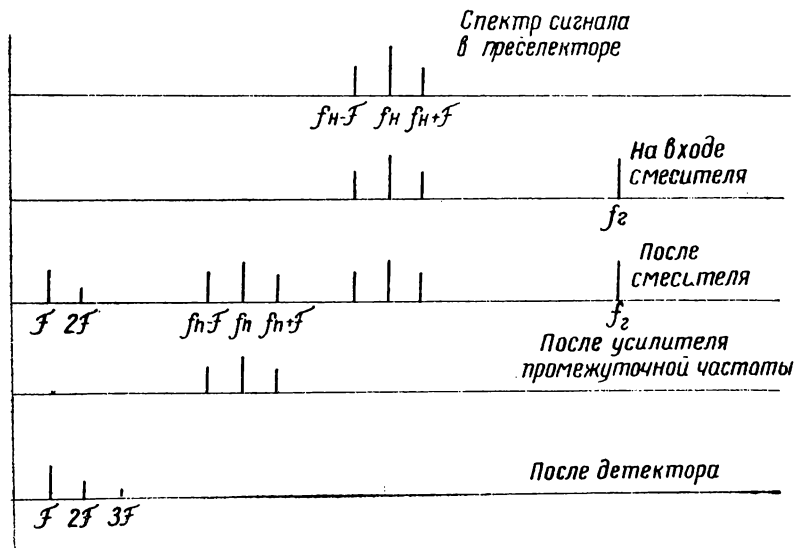


Рис. 2. Преобразование спектра сигнала в супергетеродинном приемнике

ных частот $f_{\text{пр}} = |f_r - f_n|$, $f_{\text{пр}} - \Sigma F_i$; $f_{\text{пр}} + \Sigma F_i$. Теперь роль несущей выполняет промежуточная частота $f_{\text{пр}}$. Значение промежуточной частоты приемника остается постоянным благодаря тому, что прием любого сигнала f_n сопровождается каждый раз соответствующей настройкой гетеродина на частоту $f_r = f_n + f_{\text{пр}}$. После УПЧ сигнал передается в детекторный каскад, где образуются колебания тока звуковой частоты F_i . Эти колебания, усиленные усилителем низкой частоты (УНЧ), поступают в катушку электромагнитной системы громкоговорителя — динамика (рис. 2, 3).

§ 2. Теория

Преселектор приемника — часть схемы от входных клемм «антенна» и «земля» до сигнальной сетки смесительной лампы — осуществляет предварительную селекцию сигнала и включает в себя входные цепи приемника и резонансный усилитель высокой частоты (наличие последнего необязательно). Основное назначение преселектора кроме предварительного усиления заключается в том, чтобы ослабить действие различных помех.

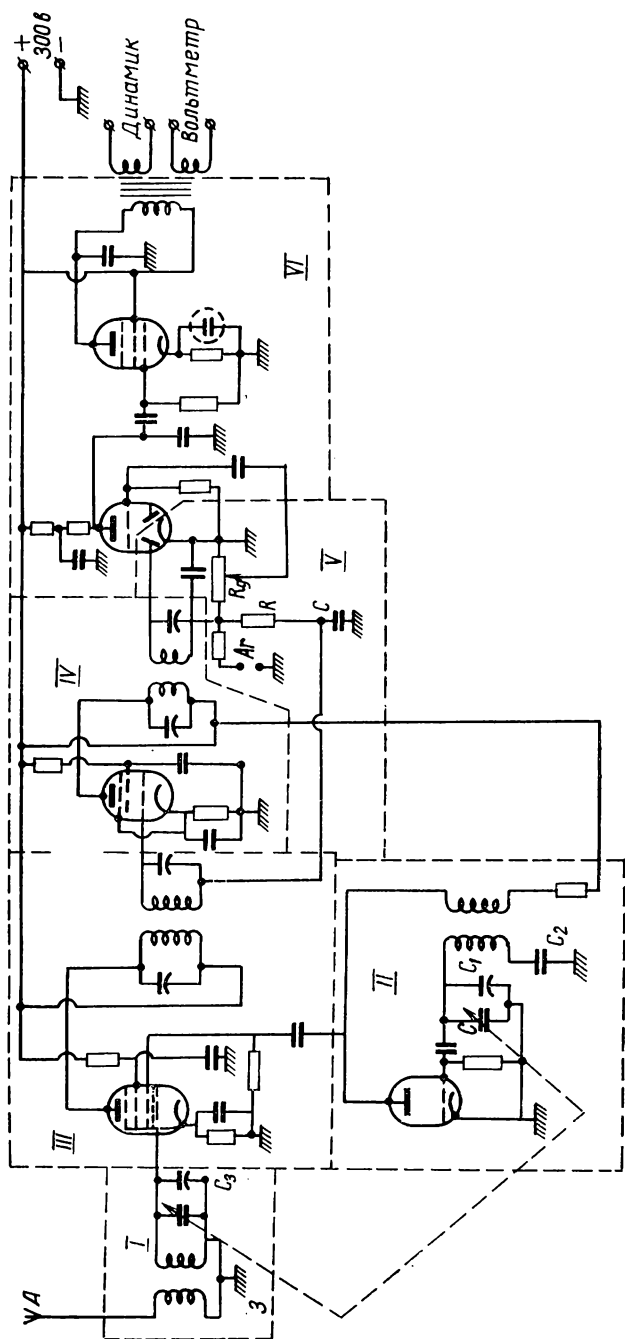


Рис. 3. Схема супергетеродинного приемника: I — преселектор, II — гетеродин, III — смеситель, IV — УПЧ, V — детектор и АРУ, VI — УНЧ

Одной из наиболее опасных помех при супергетеродинном принципе радиоприема является помеха на «зеркальной» частоте. Поясним это. Колебания промежуточной частоты $f_{пр}$, как уже было сказано, получаются в смесителе как комбинация двух колебаний с частотами f_r и f_n , причем $f_{пр} = f_r - f_n$. Если на сигнальную сетку смесителя одновременно попадает колебание частоты f_z такой, что $f_z - f_r = f_{пр}$, то в смесителе дополнительно к основной образуется компонента сигнала промежуточной частоты, обусловленная действием «зеркальной» помехи. Эта компонента усиливается

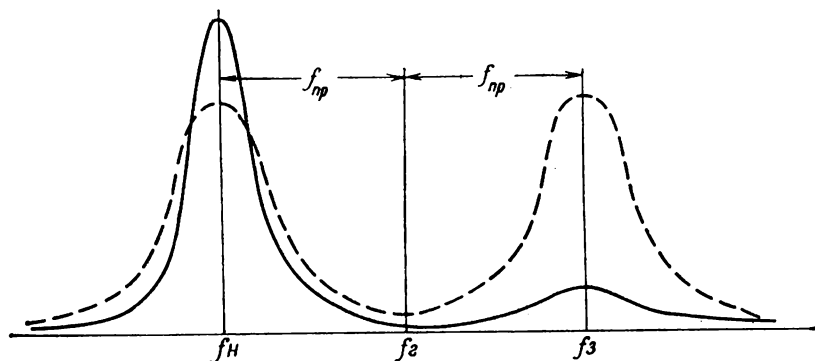


Рис. 4. Частотная характеристика супергетеродинного приемника: без преселектора — пунктирная линия, с преселектором — сплошная линия

последующими каскадами приемника вместе с основным сигналом промежуточной частоты. Частоты f_z и f_n разнятся на $2f_{пр}$, т. е. f_z является как бы зеркальным отражением f_n относительно f_r . Резонансная кривая приемника, не имеющего преселектора, состоит из двух симметричных ветвей (рис. 4 — пунктирная линия). Каждая из ветвей этой кривой является в сущности частотной характеристикой УПЧ. Вид частотной кривой приемника с преселектором представлен на рис. 4 сплошной линией. При достаточно большой избирательности преселектора «зеркальная» помеха практически отсутствует.

Второй опасной помехой является помеха на частоте, равной промежуточной частоте приемника. Для ее уменьшения в состав преселектора обычно включается фильтр-пробка на промежуточную частоту.

Наряду с избирательностью каждый преселектор характеризуется коэффициентом передачи K — отношением напряжения, поступающего на смеситель, к напряжению, наведенному в антенне.

Гетеродин. В качестве гетеродина супергетеродинного приемника можно использовать ламповый или полупроводниковый генератор любого типа, позволяющий получить колебания, близкие к гармоническим, в широком диапазоне частот.

Не вдаваясь в подробности работы гетеродина, остановимся лишь на вопросе о выборе частоты f_r его колебаний. Вообще говоря, несущественно, будет ли f_r выше или ниже частоты входящего сигнала f_n , так как для получения $f_{пр}$ важна лишь абсолютная величина разности $f_r - f_n$. На практике, однако, настройка гетеродина на низкую частоту сопряжена с рядом неудобств и, как правило, не применяется. При $f_r < f_n$ относительное изменение частоты гетеродина, необходимое для приема сигналов в определенном диапазоне частот, всегда больше, чем при $f_r > f_n$. Это затрудняет одноручечное управление приемником (переменные конденсаторы контура преселектора и гетеродина обычно насажены на общую ось). Кроме того, прием сигналов, частота которых ниже промежуточной частоты, в случае $f_r < f_n$ оказывается вообще невозможным.

Для того чтобы убедиться в этом, достаточно рассчитать пределы изменения f_r при перекрытии диапазона длинных (150—400 кГц) и средних (520—1600 кГц) волн и $f_{пр} = 465$ кГц для случаев $f_r > f_n$ и $f_r < f_n$.

Смеситель (преобразователь частоты) супергетеродинного приемника служит для преобразования модулированных колебаний высокой частоты в модулированные колебания промежуточной частоты без изменения формы модулирующего сигнала.

В настоящее время в качестве смесителей применяются многоэлектродные лампы — гептоды или пентагриды и полупроводниковые диоды и триоды. В исследуемом приемнике (промышленный образец приемника II класса «Кантата-203») смесителем является гептодная часть лампы 6И1П, объединяющая в себе и гетеродин, показанный отдельно на рис. 3. На сигнальную (первую от катода) сетку лампы поступает напряжение сигнала из преселектора $U_1 = A(t) \sin 2\pi f_n t$. Здесь $A(t)$ — медленно (по сравнению с $\sin 2\pi f_n t$) изменяющаяся функция. На гетеродинную (третью) сетку поступает напряжение с гетеродина $U_3 = A_0 \sin 2\pi f_r t$. В общем случае анодный ток I_a — функция напряжения на всех электродах лампы относительно катода, однако в лампах, содержащих экранирующую сетку, зависимостью I_a от анодного напряжения можно пренебречь. Напряжение же на экранирующей сетке смесительной лампы в схеме рис. 3 не изменяется. Следовательно, анодный ток лампы является функцией только U_1 и U_3 .

Приращение анодного тока при изменении напряжения на сигнальной и гетеродинной сетках соответственно на ΔU_1 и ΔU_3

$$\begin{aligned} \Delta I_a &= \frac{\partial I_a}{\partial U_1} \Delta U_1 + \frac{\partial I_a}{\partial U_3} \Delta U_3 + \frac{\partial^2 I_a}{\partial U_1 \partial U_3} \Delta U_1 \Delta U_3 + \dots = \\ &= S_1 \Delta U_1 + S_3 \Delta U_3 + \frac{\partial S_1}{\partial U_3} \Delta U_1 \Delta U_3 + \dots, \end{aligned}$$

где S_1 и S_3 — крутизна сеточных характеристик анодного тока лампы соответственно по сигнальной и гетеродинной сеткам. Мож-

но видеть, что колебания комбинационной частоты $f_{\text{пр}} = f_{\text{г}} - f_{\text{н}}$ создает лишь член, содержащий произведение $\Delta U_1 \Delta U_3$, который после незначительных преобразований принимает вид

$$\Delta I_a(f_{\text{пр}}) = \frac{1}{2} \frac{\partial S_1}{\partial U_3} A_0 A(t) \cos 2\pi (f_{\text{г}} - f_{\text{н}}) t.$$

Эта компонента выделяется анодным фильтром смесительной лампы (первым трансформатором промежуточной частоты). Величина $S_{\text{преобр}} = \frac{1}{2} \frac{\partial S_1}{\partial U_3} A_0$ называется крутизной преобразования и определяет амплитуду тока промежуточной частоты в анодной цепи смесительной лампы в зависимости от амплитуды сигнала. Детали физических процессов двухсеточного преобразования частоты описаны в [1, 2].

Точное выполнение условия $f_{\text{г}} - f_{\text{н}} = f_{\text{пр}}$ во всем диапазоне принимаемых частот при одноручечном управлении недостижимо. Практически стремятся достигнуть как можно более близкого совпадения частоты гетеродина с требуемой. Это осуществляется с помощью введения в контур гетеродина дополнительных постоянных конденсаторов, включенных параллельно и последовательно с переменным конденсатором (C_1 и C_2 на рис. 3). Соответствующим подбором этих конденсаторов можно добиться точного выполнения условия $f_{\text{г}} - f_{\text{н}} = f_{\text{пр}}$ (сопряжения частот) не более чем в трех точках диапазона.

Усилитель промежуточной частоты супергетеродинного приемника является полосовым усилителем. Он должен: а) пропускать только полосу частот, необходимых для воспроизведения сигнала, б) эту частоту пропускать без частотных искажений, в) обеспечить необходимое усиление.

Одновременно выполнить условия а) и б) может только идеальный фильтр с прямоугольной формой частотной характеристики. Наибольшее применение в полосовых усилителях нашли двухконтурные фильтры (рис. 3).

Двугорбость частотной характеристики такого фильтра, получающаяся при связи между контурами выше критической, приближает его к идеальному фильтру [4]. Для настройки контуров фильтра служат специальные подстроечные конденсаторы или катушки с сердечниками из ферросплавов.

В исследуемом приемнике («Кантата-203») имеется возможность изменять величину связи между контурами фильтра промежуточной частоты и тем самым изменять полосу пропускания. Для этого используются кнопки «П» (полоса) и «МП» (местный прием). В режиме местного приема, кроме того, уменьшается коэффициент усиления первого каскада УПЧ за счет снижения напряжения на экранной сетке лампы, что позволяет получить более высококачественный прием, но с меньшей чувствительностью.

Величина промежуточной частоты $f_{\text{пр}}$ определяется целым рядом соображений:

1. Так как основное усиление в супергетеродинном приемнике осуществляется УПЧ, то для увеличения чувствительности приемника желательно выбрать $f_{\text{пр}}$ достаточно низкой, ибо при этом легче получить большое усиление.

2. При $f_{\text{пр}}$ более низкой, чем частота принимаемого сигнала, повышается избирательность приемника.

3. При малых значениях промежуточной частоты «зеркальная» помеха недостаточно ослабляется преселектором. С этой точки зрения $f_{\text{пр}}$ выгодно выбирать возможно выше.

Оптимальное значение $f_{\text{пр}}$ для радиовещательных приемников, имеющих коротковолновый диапазон, равно 450—470 кГц. Такое значение $f_{\text{пр}}$ дает хорошее ослабление «зеркальной» помехи даже при применении в преселекторе лишь одного резонансного контура. В приемниках, не имеющих коротковолновых диапазонов, обычно $f_{\text{пр}} = 110$ кГц.

Детектор и автоматическая регулировка усиления (АРУ). Для получения колебаний звуковой частоты после усилителя промежуточной частоты модулированный высокочастотный сигнал поступает в детектор. Напряжение сигнала при этом достигает уже нескольких вольт, что дает возможность применять схему диодного детектирования. Эта схема дает относительно малые искажения и позволяет осуществить АРУ, называемую иногда автоматической регулировкой громкости (АРГ).

Не останавливаясь подробно на работе детектора [1—3], рассмотрим принцип действия АРУ. Назначение АРУ — поддерживать громкость на выходе более или менее постоянной, независимо от изменений амплитуды принимаемого сигнала. Это особенно важно при приеме коротких волн, где такие изменения особенно велики.

АРУ в схеме приемника (рис. 3) осуществляется следующим образом. На сопротивлении R_g выделяются как напряжение звуковой частоты, так и постоянная составляющая напряжения, пропорциональная средней амплитуде детектируемого сигнала (амплитуде несущего сигнала). Постоянная составляющая отделяется фильтром R, C от составляющей звуковой частоты и подается на сетки ламп смесителя и УПЧ. Так как относительно катодов ламп приемника это напряжение отрицательно, то в результате АРУ с ростом средней амплитуды принимаемого сигнала усиление приемника падает.

Для большей эффективности АРУ в усилителях высокой и промежуточной частот супергетеродинного приемника применяются лампы, крутизна характеристики которых с увеличением отрицательного смещения на управляющих сетках плавно уменьшается. Эти лампы, примером которых служит пентод типа 6К4П, называются лампами с удлинённой характеристикой.

Усилитель низкой частоты состоит обычно из усилителя напряжения и усилителя мощности. В изучаемом приемнике («Канта-

та-203») усилитель напряжения осуществлен на лампе типа 6Н2П, усилитель мощности — на лампе 6П14П. Более подробно ознакомиться с усилителями низкой частоты можно по [1].

§ 3. Методика измерений и упражнения

Порядок выполнения работы.

1. Ознакомиться с принципиальной схемой исследуемого приемника. (Техническая схема цепей приемника, применяемого в работе, должна прилагаться.) Выяснить назначение отдельных элементов в приемнике и выделить элементы блок-схемы.

2. Произвести измерение чувствительности приемника в пяти — семи точках каждого из четырех диапазонов (ДВ, СВ, КВІ, КВІІ). При этом под чувствительностью приемника следует понимать то значение напряжения на его входе (при нормальной глубине модуляции 30% и частоте модуляции 400Гц), которое соответствует нормальному напряжению на выходе приемника (1 В). По полученным результатам построить график зависимости чувствительности приемника от частоты по диапазонам.

Примечание. Во время измерений ручку регулятора громкости установить в положение наибольшего усиления. Переключатели «Полоса приемника» (П) и «Местный прием» (МП) должны быть выключены.

3. В диапазоне длинных волн произвести градуировку чувствительности приемника в положении «Местный прием».

4. Определение избирательности приемника. Для супергетеродинных приемников различают три вида избирательности:

а) избирательность по соседнему каналу, т. е. относительно сигнала станции, работающей на частоте, которая отстоит от частоты принимаемой станции на минимальный установленный для радиовещательных станций интервал, равный 10 кГц;

б) избирательность по зеркальному каналу, т. е. относительно сигнала станции, работающей на частоте, отличающейся от частоты принимаемой станции на удвоенную промежуточную частоту;

в) избирательность по отношению к сигналу станции, работающей на частоте, равной промежуточной частоте приемника.

Определение избирательности приемника по соседнему каналу. Для этого надо снять резонансную характеристику или кривую избирательности при настройке приемника на частоту, соответствующую примерно середине одного из его поддиапазонов. С этой целью измеряют чувствительность приемника на частоте, на которой хотят определить его избирательность, а затем, не меняя настройки приемника, изменяют частоту генератора Г4-18А на 2, 4, 6, 8, 10, 15, 20 кГц и т. д. в одну, а затем в другую сторону от выбранной частоты настройки, увеличивая каждый раз выход-

ное напряжение генератора до такого значения, при котором напряжение на выходе приемника становится равным нормальному напряжению (1 В). Измерения производить до тех пор, пока чувствительность не уменьшится в 1000 раз по сравнению с максимальной.

По полученным данным построить график зависимости $U_{\text{вх}}/U_{\text{вх.рез}}$ от Δf , где $U_{\text{вх.рез}}$ — чувствительность приемника при его настройке на частоту генератора, $U_{\text{вх}}$ — его чувствительность при расстройке Δf . Отношение $U_{\text{вх}}/U_{\text{вх.рез}}$ откладывается по оси ординат в логарифмическом масштабе. По полученной кривой определить полосу пропускания приемника и его избирательность по соседнему каналу.

Аналогичным образом определить избирательность приемника при измененной ширине полосы УПЧ (с включенным переключателем П).

Определение избирательности приемника по зеркальному каналу. Не меняя настройки приемника, изменить частоту генератора стандартных сигналов на величину, равную удвоенной промежуточной частоте ($f_{\text{пр}}=465$ кГц). Затем напряжение на выходе генератора увеличивается до тех пор, пока напряжение на выходе приемника не достигнет нормального значения. Избирательность по зеркальному каналу определяется отношением чувствительности приемника при настройке на частоту генератора к чувствительности, полученной при расстройке на двойную промежуточную частоту.

Измерение избирательности приемника по отношению к сигналу станции, работающей на промежуточной частоте. Определить чувствительность приемника на какой-либо частоте, а затем, не меняя настройки приемника, определить его чувствительность при частоте генератора, равной промежуточной частоте приемника. Отношение этих чувствительностей характеризует избирательность приемника по промежуточной частоте.

5. Измерение частотной характеристики УНЧ. Переключить приемник в положение «Воспроизведение грамзаписи» (ЗВС). Подать на вход УНЧ сигнал от звукового генератора ГЗ-34 амплитудой 30 мВ. Изменяя частоту ГЗ-34 от 20 Гц до 20 кГц, снять зависимость выходного напряжения приемника от частоты. Измерения произвести при двух крайних положениях регулятора тембра по высоким частотам. Построить график зависимости $U_{\text{вых}}$ от частоты (частоту откладывать по оси абсцисс в логарифмическом масштабе).

6. Исследование амплитудной характеристики приемника. На вход приемника подается модулированное колебание высокой частоты. Приемник настраивается на эту частоту. Далее снимается зависимость напряжения на выходе приемника от напряжения на его входе. Входное напряжение изменяется в пределах от 0 до 10 мВ. Строится график зависимости $U_{\text{вых}}$ от $U_{\text{вх}}$. По получен-

ному графику определяется пороговое напряжение АРУ (по точке загиба характеристики) и степень регулировки усиления по отношению коэффициентов усиления для малого и большого сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сифоров В. И. Радиоприемные устройства. М., Воениздат, 1954.
2. Палшиков В. В. Радиоприемные устройства. М., «Связь», 1965.
3. Харкевич А. А. Основы радиотехники. М., «Связь», 1963.
4. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. М., «Наука», 1964.

III. НЕЛИНЕЙНЫЕ И АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ С БОЛЬШОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

1. АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА РЕЛАКСАЦИОННОГО ТИПА

Исследуются колебательные явления в релаксационной системе при изменении коэффициента ее регенерации.

§ 1. Введение

Автоколебательные системы подразделяются на два класса: осцилляторные (томсоновские) и релаксационные. Основным их различием является поведение системы при разрыве цепи обратной связи. В осцилляторной автоколебательной системе при разрыве цепи обратной связи колебания сохраняются, превращаясь в затухающие. В релаксационной системе после разрыва цепи обратной связи существует лишь аperiodический процесс, обусловленный наличием только одного энергоемкого элемента.

RC -генератор относится к классу релаксационных систем. За счет изменения положительной обратной связи форму колебаний в нем можно менять от гармонической до разрывной. Это свойство делает релаксационные системы удобными для изучения непрерывного перехода от гармонического режима автоколебаний к релаксационному при изменении параметров системы. RC -генератор представляет собой усилитель, охваченный положительной обратной связью, например, с помощью цепочки Вина. Усилитель вместе с цепочкой Вина образует эквивалентный колебательный контур, свойства которого определяют особенности работы RC -генератора.

В отличие от LC -генераторов условие возбуждения рассматриваемой схемы (рис. 1) не зависит от частоты, на которую настроен RC -генератор. Сама же частота колебаний пропорциональна $1/C$, а не $1/\sqrt{C}$. В LC -генераторах условие возбуждения выполнить тем труднее, чем ниже частота возбуждаемых колебаний. Генераторы с LC -контуром, работая с большим превышением условий самовозбуждения, генерируют почти гармонические колебания за счет фильтрации гармоник в контуре. В RC -генераторах фильтрующих цепей нет. Поэтому для получения почти гармонических колебаний необходимо работать вблизи порога самовозбуждения.

Цель данной задачи — изучение RC -генератора с цепочкой Вина:

а) исследование амплитудного и фазового условий самовозбуждения генератора;

б) определение декремента затухания эквивалентного колебательного контура при увеличении коэффициента положительной обратной связи и приближении к порогу возбуждения автоколебаний;

в) исследование зависимости амплитуды автоколебаний от коэффициента регенерации системы;

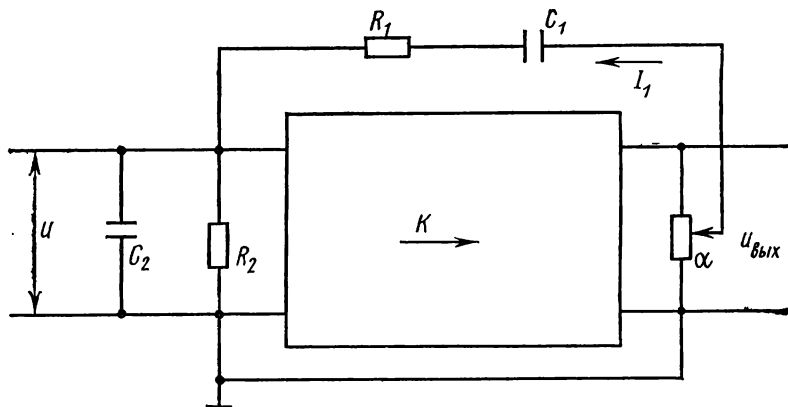


Рис. 1. Функциональная схема RC -генератора

г) исследование фазового портрета недовозбужденной и автоколебательной системы при различных коэффициентах регенерации.

§ 2. Теория

Для определения условий самовозбуждения разорвем цепь обратной связи и подадим на вход цепи Вина (контакт «Вх. II» на рис. 2) напряжение $u = u_0 \sin \omega t$ от генератора синусоидальных колебаний. Будем контролировать напряжение $v = v_0 \sin(\omega t - \varphi)$, снимаемое с движка потенциометра α (контакт «Вых.»). Для того чтобы колебания в замкнутой системе не затухали, необходимо, чтобы $u = v$, т. е. $u_0 = v_0$ и $\varphi = 2\pi n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). Равенство $u_0 = v_0$ (условие баланса амплитуд) означает, что потери энергии в системе за каждый период колебаний восполняются энергией, поступающей от источника питания. Условие $\varphi = 2\pi n$ (баланс фаз) означает, что между колебаниями u и v в разомкнутой системе сдвиг фаз равен нулю. Баланс фаз и амплитуд необходимы для самовозбуждения колебаний в замкнутой системе.

Условие баланса фаз в RC -генераторе выполняется на одной определенной частоте. Для того чтобы определить частоту автоколебаний генератора и необходимый для самовозбуждения коэффициент усиления усилителя, достаточно найти коэффициент передачи RC -цепочки Вина.

Коэффициент передачи цепочки в случае $R_1 = R_2 = R$

$$K = \frac{v}{u} = \frac{1}{3 - j \left(\frac{1}{\omega CR} - \omega CR \right)}.$$

Приравнявая коэффициент при мнимой части нулю, находим частоту автоколебаний генератора $f_0 = 1/2\pi RC$. Равенство нулю мнимой части коэффициента передачи цепи Вина означает, что вносимый ею сдвиг фазы на частоте генерации также равен нулю.

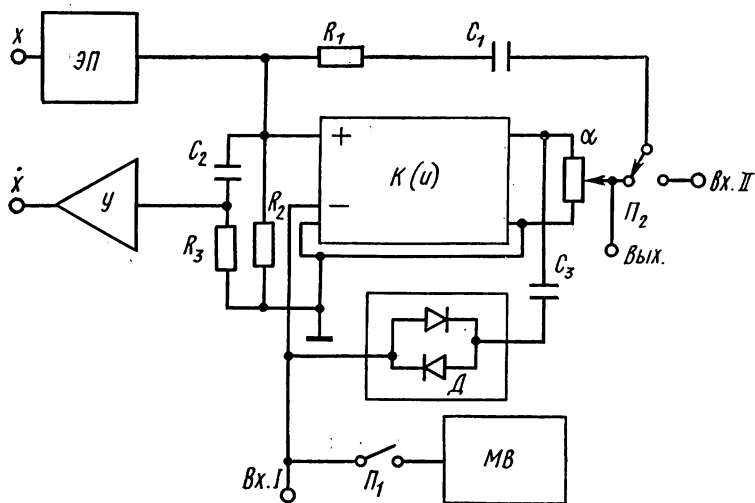


Рис. 2. Функциональная схема экспериментальной установки: ЭП — эмиттерный повторитель, МВ — мультивибратор, У — разделительный усилитель, Д — стабилизаторы

Фазовый сдвиг между входным и выходным напряжениями двухкаскадного усилителя равен 2π .

Коэффициент передачи цепочки на частоте генерации

$$|K_{f_0}| = \frac{1}{3}.$$

Таким образом, условием самовозбуждения генератора с цепью Вина является неравенство $K_0 \geq 3$.

Для стационарной амплитуды автоколебаний уравнение колебаний напряжения u можно записать в виде:

$$R_1 R_2 C_2 \dot{u} + \left[R_1 + R_2 \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) - R_2 \frac{f(u)}{f(u)} \alpha \right] u + \frac{1}{C_1} \int u dt = 0$$

(выходным сопротивлением усилителя пренебрегаем, входное сопротивление считаем бесконечно большим). Это уравнение можно

представить как уравнение линейного колебательного контура с параметрами

$$L_{\text{экв}} = R_1 R_2 C_2,$$

$$C_{\text{экв}} = C_1,$$

$$R_{\text{экв}} = R_1 + R_2 \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) - R_2 \frac{f(u)}{u} \alpha$$

и записать в виде:

$$\ddot{u} + 2\delta \dot{u} + \omega_0^2 u = 0,$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}; \quad 2\delta = \frac{1}{R_1 C_2} \left[\left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + 1 \right) - K(u) \alpha \right];$$

$K(u)$ — дифференциальный коэффициент усиления.

При разрыве цепи обратной связи ($\alpha=0$) добротность системы $Q=\omega_0/2\delta$ очень низка (при $R_1=R_2$ и $C_1=C_2$ $Q=1/3$). В системе с такой добротностью могут существовать только лимитационные движения. Увеличивая α до критического значения $\alpha_{\text{кр}}$, можно добротность системы сделать бесконечно большой. При $\alpha > \alpha_{\text{кр}}$ система самовозбуждается и становится автоколебательной; частота автоколебаний близка к частоте эквивалентного контура

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}.$$

Условие

$$2\delta = \frac{1}{R_1 C_2} \left[\left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + 1 \right) - K(0) \alpha \right] \leq 0$$

представляет собой условие самовозбуждения колебаний в RC -генераторе. При его выполнении колебания в системе плавно нарастают до стационарного значения. Для нахождения амплитуды стационарных колебаний необходимо приравнять нулю усредненное за период значение коэффициента 2δ . В результате

$$K(u_0) \frac{\alpha}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + 1} = 1,$$

где $K(u_0)$ есть усредненный за период коэффициент усиления усилителя при амплитуде колебаний, равной u_0 .

Располагая экспериментальной (или теоретической) зависимостью коэффициента усиления от амплитуды $K(u_0)$, можно графически определить амплитуду автоколебаний в системе в зависимости от ее параметров. Для этого уравнение переписывается в виде

$$\frac{\alpha_{\text{кр}}}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + 1} K(u_0) = \frac{\alpha_{\text{кр}}}{\alpha}.$$

Левая часть его совпадает с коэффициентом усиления разомкнутой системы на резонансной частоте при амплитуде колебаний u_0 . Пересечение прямой $\alpha_{кр}/\alpha$ с графиком коэффициента усиления дает значение стационарной амплитуды автоколебаний. Задавая ряд значений коэффициента α , можно построить зависимость $u_0 = F(\alpha)$.

Универсальным методом исследования процессов в колебательных и автоколебательных системах является метод фазовых траекторий, который позволяет проследить как процесс установления колебаний, так и все возможные стационарные режимы генерации.

Анализ работы системы методом фазовых траекторий показывает, что при $\alpha < \alpha_{кр}$ фазовые траектории имеют вид скручивающейся спирали (особая точка — устойчивый фокус); при $\alpha > \alpha_{кр}$ положение равновесия — особая точка типа неустойчивый фокус и система имеет устойчивый предельный цикл — эллипс. При увеличении коэффициента регенерации α предельный цикл приобретает сложную форму, определяемую видом зависимости $K(u_0)$ при большой амплитуде автоколебаний.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

В экспериментальной установке (рис. 2) RC-генератор образован двухкаскадным усилителем $K(u)$, цепью положительной обратной связи (цепочка Вина) и цепью отрицательной обратной связи. Глубина положительной обратной связи регулируется потенциометром α . Для ограничения амплитуды автоколебаний используется цепь отрицательной обратной связи на стабилитронах. С ростом амплитуды колебаний растет нелинейная проводимость стабилитронов и падает усиление усилителя.

Экспериментальная установка позволяет исследовать вынужденные и собственные колебания в недовозбужденной системе и режимы автоколебаний.

1. Для исследования вынужденных колебаний недовозбужденной системы внешнее воздействие на нее оказывается введением в цепь отрицательной обратной связи сигнала (на разъем «Вх. I») от генератора звуковой частоты. Вынужденные колебания с выхода системы измеряются вольтметром или осциллографом.

2. Собственные колебания в исследуемой системе возбуждаются периодически импульсами, полученными с помощью мультивибратора «МВ». Возникающие в системе колебания подаются на вход У осциллографа. Устойчивая картина затухающих колебаний на экране может быть получена в режиме автоколебательной или ждущей развертки осциллографа. По виду затухающего колебания, пользуясь измерительной шкалой, можно определить логарифмический декремент затухания системы по формуле

$$\theta = \frac{1}{N} \ln \frac{x_n}{x_{n-1} \cdot N},$$

где x_n — «амплитуда» n -ного колебания после начала движения в системе.

3. Используя осциллограф, можно наблюдать движение изображающей точки по фазовой плоскости u, \dot{u} — фазовый портрет системы. Для этого на одну пару отклоняющих пластин осциллографа подается напряжение, пропорциональное переменной u (напряжение на конденсаторе C_2). Это напряжение снимается через эмиттерный повторитель ЭП, уменьшающий влияние входной емкости осциллографа на работу исследуемой системы. На другую пару пластин поступает напряжение, пропорциональное переменной \dot{u} (ток, протекающий через C_2), которое снимается с R_3 . Сопротивление $R_3 \ll |Z_{C_2}|$ и не оказывает практически влияния на работу RC -генератора. Предварительное усиление сигнала, снимаемого с R_3 , обеспечивается низкочастотным усилителем У.

Усилители в каналах X и Y осциллографа могут содержать разное число каскадов, и напряжения, подаваемые на пластины X и Y , могут быть сдвинуты по фазе на π , в результате чего изображающая точка может двигаться на экране осциллографа против часовой стрелки.

Меняя α , можно получить фазовые портреты системы при различных величинах коэффициента регенерации эквивалентного колебательного контура или предельный цикл автоколебательной системы.

4. Автоколебания в системе возникают, если величина α несколько превышает $\alpha_{кр}$. При дальнейшем увеличении α амплитуда автоколебаний возрастает; одновременно с этим возникают искажения гармонической формы генерируемых колебаний. Наблюдая предельный цикл системы и нарушая стационарный режим периодическими толчками, можно убедиться в устойчивости предельного цикла.

5. Размыкая цепь положительной обратной связи и подавая на вход «Вх. II» и на развертку осциллографа гармонический сигнал на резонансной частоте эквивалентного контура, можно получить на экране зависимость, эквивалентную амплитудной характеристике усилителя. Вид этой зависимости позволяет убедиться в том, что амплитуда автоколебаний определяется нелинейностью коэффициента усиления. Наблюдаемая на экране осциллографа кривая однозначно определяет зависимость $k(u)$ разомкнутой системы.

§ 4. Упражнения

1. Измерение амплитудной и фазовой характеристик цепочки Вина. Снять зависимость модуля коэффициента передачи цепочки от частоты. Измерительные приборы включаются по схеме рис. 3. Измерения проводить в диапазоне частот 20 Гц ÷ 20 кГц. Напряжение на выходе цепочки измеряется катодным вольтметром КВ.

Измерить фазовую характеристику цепочки — зависимость сдвига фазы, вносимого цепочкой, от частоты. Фаза измеряется по фигурам Лиссажу на экране осциллографа О.

Частотную и фазовую зависимости нанести на один график. Частота на графике должна быть отложена в логарифмическом

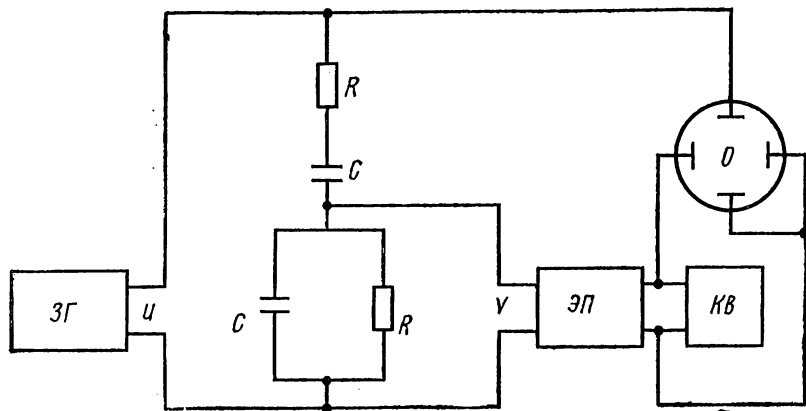


Рис. 3. Блок-схема измерения амплитудной и фазовой характеристики цепочки Вина: ЗГ — звуковой генератор, КВ — катодный вольтметр, О — осциллограф

масштабе, так как относительное изменение частоты весьма значительно.

На основании результатов измерений определить коэффициент передачи цепочки K_f при $\varphi=0$.

2. Определение критического значения $\alpha_{кр}$ и частоты автоколебаний. Регулировкой потенциометра α добиться возбуждения колебаний в RC -генераторе. Отметить значение $\alpha_{кр}$. По фигуре Лиссажу определить частоту генерируемых колебаний.

3. Снятие резонансных характеристик недовозбужденной системы при различных значениях $\alpha > \alpha_{кр}$. Колебания генератора звуковой частоты подаются на контакт «Вх. I». Амплитуда колебаний на выходе недовозбужденной системы измеряется с помощью вольтметра и наблюдается на экране осциллографа. Строится график отношения амплитуды колебаний на выходе к максимальной амплитуде колебаний при постоянной амплитуде входного сигнала в диапазоне $\Delta f = 20 \text{ Гц} \div 20 \text{ кГц}$ для четырех значений коэффициента α : 0 ; $0,6 \alpha_{кр}$; $0,8 \alpha_{кр}$; $0,95 \alpha_{кр}$.

При измерениях уровень выходного сигнала должен быть таким, чтобы амплитуда напряжения на выходе не превышала двух вольт. В противном случае полученные резонансные кривые не будут соответствовать линейному контуру.

4. Определение логарифмического декремента затухания недовозбужденной системы. Переключатель Π_1 ставится в положение

МВ. Напряжение с контакта «Вых.» подается на вход У осциллографа. По наблюдаемой на экране осциллографа картине определяется логарифмический декремент затухания системы. Строится график зависимости декремента затухания замкнутой системы от $\alpha \leq \alpha_{кр}$.

5. Исследование фазового портрета недовозбужденной системы. На экране осциллографа проводятся наблюдения фазовых траекторий замкнутой системы при различных $\alpha \leq \alpha_{кр}$. Сопоставляются вид фазового портрета и форма собственных колебаний системы.

6. Исследование зависимости амплитуды и формы автоколебаний от величины $\alpha > \alpha_{кр}$. Строится график зависимости амплитуды автоколебаний от значения $\alpha > \alpha_{кр}$. Наблюдаются изменения формы автоколебаний от гармонической до разрывной и изменение формы предельного цикла автоколебаний. При подаче внешнего импульсного воздействия определяется устойчивость предельного цикла автоколебательной системы.

7. Измерение коэффициента усиления разомкнутой системы. Переключатель Π_2 поставить в положение «Вх. II». Установить значение $\alpha = \alpha_{кр}$. Сигнал резонансной частоты подать на разъем «Вх. II». Изменяя амплитуду входного сигнала v , измерять амплитуду сигнала u на выходе «Вых.».

Построить график функции

$$f(v_0) = \frac{\alpha_{кр}}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + 1} K(v_0) = \frac{u_0}{v_0}$$

в зависимости от амплитуды сигнала v_0 (u_0 — амплитуда выходного сигнала).

8. Осциллографическое наблюдение амплитудной характеристики разомкнутой системы. На разъем «Вх. II» и на вход Х осциллографа подать сигнал резонансной частоты от генератора звуковых частот. Выходное напряжение с разъема «Вых.» подать на вход У осциллографа. Увеличивая входное напряжение, наблюдать амплитудную характеристику. Наблюдая изменение амплитуды и формы сигнала на выходе системы при увеличении амплитуды входного сигнала, сопоставить это изменение с изменением амплитуды и формы автоколебаний при увеличении $\alpha > \alpha_{кр}$. Убедиться в том, что амплитуда автоколебаний определяется нелинейностью амплитудной характеристики разомкнутой системы.

9. Расчет амплитуды автоколебаний по экспериментальной зависимости $u_0 = F(\alpha)$. Исследуя соотношение

$$\frac{\alpha}{\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + 1} K(u_0) = 1,$$

которому подчиняется амплитуда автоколебаний u_0 в замкнутой системе, и найденную экспериментально зависимость $K(u_0)$, построить график зависимости амплитуды автоколебаний u_0 от α на графике, полученном в упр. 5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. М., «Наука», 1964.
2. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. М., ГТТИ, 1952.
3. Бонч-Бруевич А. М. Радиоэлектроника в экспериментальной физике. М., «Наука», 1966.

2. ГЕНЕРИРОВАНИЕ ПИЛООБРАЗНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Исследуются колебания пилообразной формы в схемах с динистором и лавинным транзистором в качестве ключевых элементов.

§ 1. Введение

Пилообразные колебания являются одним из видов релаксационных колебаний, т. е. колебаний, при которых сравнительно медленные изменения состояния системы чередуются с весьма быстрыми «скачкообразными» изменениями [1].

Пилообразные колебания имеют широкое практическое применение. Их используют для развертывания во времени осциллограмм в электронно-лучевых трубках, для получения кадровой и строчной развертки в передающих и приемных системах телевидения, в радиолокационных устройствах и т. п.

В электронно-лучевых трубках с электрическими системами отклонения электронного луча для движения луча по экрану с постоянной скоростью необходимо, чтобы напряжение на отклоняющих пластинах линейно зависело от времени (рис. 1).

Пилообразные колебания (близкие по форме к показанным на рис. 1) можно получить с помощью целого ряда радиофизических систем с газоразрядными приборами, электронными лампами и полупроводниковыми приборами. Генераторы пилообразных колебаний на полупроводниковых приборах в настоящее время нашли широкое распространение.

Целью данной задачи является наблюдение и исследование колебаний пилообразной формы в схемах с различными полупроводниковыми приборами.

§ 2. Теория

1. Простейшая модель генератора. Всякий релаксационный генератор должен состоять из: 1) одного (как минимум) энергоемкого элемента (емкости C на рис. 2), 2) двух сопротивлений, через

которые заряжается и разряжается энергоемкий элемент, 3) ключевого устройства, с помощью которого осуществляется в нужной последовательности заряд и разряд энергоемкого элемента.

На схеме рис. 2 в качестве ключевого элемента изображен четырехслойный полупроводниковый прибор (динистор) \mathcal{D} . Эту

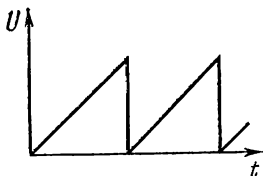


Рис. 1

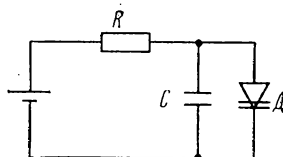
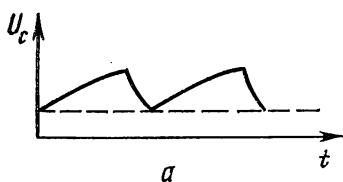
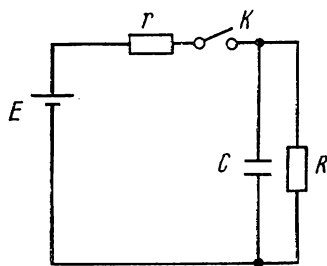
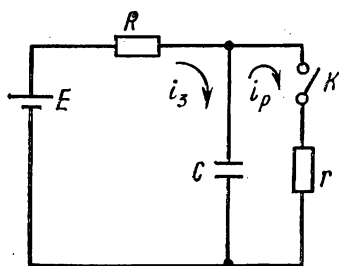
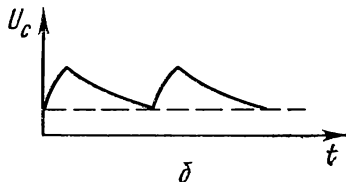


Рис. 2. Простейшая схема релаксационного генератора



a



б

Рис. 3. Модель простейшего релаксационного генератора

реальную схему можно моделировать (рис. 3) с помощью сопротивлений R , r ($r \ll R$), конденсатора C и идеального ключа K . Замыкание и размыкание ключа обеспечивают разряд и заряд конденсатора.

На рис. 3 показаны два варианта модели генератора релаксационных колебаний. В варианте рис. 3, *a* при разомкнутом ключе K конденсатор C заряжается (медленно) через большое сопротивление R ; после замыкания ключа K конденсатор C разряжается (быстро) через малое сопротивление r . В варианте рис. 3, *б* при разомкнутом ключе K конденсатор C (медленно) разряжается

через большое сопротивление R ; после замыкания ключа K конденсатор (быстро) заряжается через малое сопротивление r .

Анализируя эти процессы чередующихся зарядов и разрядов конденсатора, в ключевых схемах рис. 3, а, б можно получить форму кривых $U_C(t)$.

В первом случае в процессе заряда напряжение на конденсаторе возрастает во времени по закону

$$U_C = E(1 - e^{-t/RC}). \quad (1)$$

Пусть в момент времени $t = T_1$, ключ K в модели рис. 3, а будет замкнут. Тогда

$$U_{C1} = E(1 - e^{-T_1/RC})$$

есть начальное напряжение в процессе разряда конденсатора через малое сопротивление r (конечно, при продолжающем действовать источнике E).

Напряжение на конденсаторе убывает по закону

$$U_C = U_{C1} e^{-t/R_0 C}, \text{ где } R_0 = Rr/(R + r), \quad (2)$$

и продолжает убывать, стремясь к величине $Er/(R + r)$ до тех пор, пока не будет снова разомкнут ключ K . Из (1) и (2) следует, что время заряда и разряда определяется постоянной времени RC или $R_0 C$ соответственно. Подобным образом может быть рассмотрена модель рис. 3, б.

2. Полупроводниковые приборы как автоматические ключевые элементы колебательных устройств. В качестве ключей K (рис. 3) в настоящее время широко используют полупроводниковые приборы. Для работы в качестве ключа прибор должен обладать вольт-амперной характеристикой, у которой зависимость $i(U)$ — многозначная функция. Пример такой зависимости представлен на рис. 4. Видно, что в некоторой области изменения напряжения одному и тому же значению U_1 соответствуют три значения тока i через прибор. Два из этих значений (например i_1 и i_3) соответствуют выключенному и включенному состояниям ключа. Для значений напряжения U_1 и тока i_1 сопротивление ключа оказывается очень большим (ключ «выключен»), а для значений U_1 , i_3 сопротивление ключа мало (ключ «включен»). Состояние ключевого прибора, соответствующее напряжению U_1 и току i_2 , является неустойчивым. Между двумя областями вольт-амперной характеристики, для которых сопротивление прибора dU/di положительно (области I и III), находится область II, для которой эта производная отрицательна.

К приборам, обладающим такими характеристиками, относится, например, динистор — четырехслойный полупроводниковый прибор, разработанный специально для ключевых схем, вольт-амперная характеристика которого и показана на рис. 4 [3, 4].

Из рис. 4 видно, что вольт-амперная характеристика динистора

имеет три участка с существенно различными величинами дифференциальных сопротивлений:

1. Участок от $U=0$ до $U_{пр}$ (напряжение пробоя), где dU/di очень велика и для маломощных приборов $\sim 10^7$ Ом.

2. Участок от $U=U_{пр}$ до $U_{вкл}$ (включенное состояние). На этом участке дифференциальное сопротивление диноистора отрицательно.

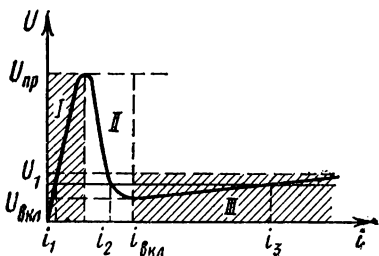


Рис. 4. Вольт-амперная характеристика полупроводникового ключа

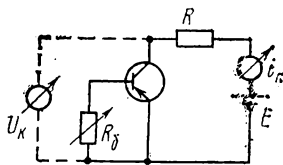


Рис. 5. Схема с полупроводниковым триодом

3. Участок, находящийся правее точки $U_{вкл}$. На этом участке дифференциальное сопротивление положительно и порядка 1 Ом.

Существует много типов диноисторов для различных применений. Они различаются напряжением пробоя $U_{пр}$, которое для разных типов бывает от 10 до 10^3 В.

Весьма ценным качеством всех диноисторов является очень малое остаточное напряжение $U_{вкл}$ во включенном состоянии; оно имеет для кремниевых приборов величину 0,7—1,5 В.

Диноисторы являются очень хорошими ключевыми приборами, так как потери энергии в приборе как во включенном состоянии, так и в выключенном малы, а перепад между напряжениями пробоя и выключения большой.

Другими (часто применяемыми) полупроводниковыми приборами, хорошо работающими в качестве ключей, являются транзисторы некоторых типов, которым свойственны явления лавинного умножения электронов и дырок в коллекторных $p-n$ -переходах при достаточно большом обратном напряжении смещения [2, 3].

Вольт-амперные характеристики транзисторов, включенных по схеме рис. 5, показаны на рис. 6. Такими характеристиками обладают, например, дрейфовые транзисторы, переходы которых изготавливаются по методу диффузии легирующих примесей в базовую пластинку полупроводника.

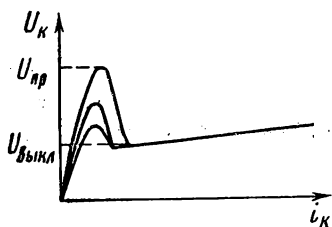


Рис. 6. Вольт-амперные характеристики полупроводникового триода, включенного по схеме рис. 4 с разными R_b

При увеличении напряжения E источника питания схемы от 0 до $U_{\text{пр}}$ реализуется участок характеристики с большим положительным дифференциальным сопротивлением, которое для указанных выше типов транзисторов $\sim 10^5\text{—}10^6$ Ом.

При дальнейшем увеличении напряжения источника питания E транзистор работает в области лавинного пробоя, где напряжение U_h на транзисторе заметно ниже пробойного значения, а ток i_h через транзистор определен в основном величиной ограничивающего сопротивления R .

Уменьшая напряжение источника питания от $E > U_{\text{пр}}$, находим некоторую величину $U = U_{\text{выкл}}$, при которой транзистор переходит из области лавинного пробоя в обычный режим с большим сопротивлением коллекторного перехода. Разница между напряжением пробоя $U_{\text{пр}}$ и напряжением выключения $U_{\text{выкл}}$ зависит от типа транзистора и величины сопротивления R_b . Она может несколько изменяться от образца к образцу. Для упомянутых типов приборов характерная величина разности $U_{\text{пр}}$ и $U_{\text{выкл}}$ меняется от 0 до 15 В.

Напряжение $U_{\text{пр}}$ обычно ~ 30 В, что характерно для возникновения лавинных явлений в германиевых переходах. Оно связано с напряженностью электрического поля в $p\text{—}n$ -переходе, шириной обедненного слоя запертого $p\text{—}n$ -перехода и некоторыми свойствами полупроводника, из которого изготовлен транзистор [2].

3. Применение транзисторов для получения постоянного тока заряда конденсатора. Анализ процессов заряда и разряда конденсатора через линейные сопротивления R и r показывает, что напряжение на конденсаторе меняется с течением времени по экспоненциальному закону. Это неудобно для практических применений.

Для получения линейного закона изменения напряжения на конденсаторе во времени нужно поддерживать постоянным ток заряда, так как если $i(t) = \text{const} = I$, то

$$U_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t I dt = \frac{I}{C} t. \quad (3)$$

Из этой формулы легко рассчитать время заряда конденсатора.

Если разность между напряжением пробоя и напряжением выключения ключевого прибора $\Delta U = U_{\text{пр}} - U_{\text{выкл}}$, то время заряда конденсатора

$$T = \frac{\Delta U}{I} C. \quad (4)$$

Существует ряд электронных приборов, в которых на некоторой части их вольт-амперной характеристики ток через прибор практически не зависит от приложенного напряжения.

Такими приборами являются пентоды и биполярные транзисторы $p\text{—}n\text{—}p$ - и $n\text{—}p\text{—}n$ -типов [5].

На рис. 7, а, б показаны семейства: а) анодных характеристик пентода, б) коллекторных характеристик транзистора в схеме с общей базой (ОБ). Видно, что в широких интервалах изменения напряжений токи анода электронной лампы и токи коллектора транзистора очень слабо зависят от приложенных к аноду лампы или коллектору транзистора напряжений.

Таким образом, оказывается очень несложной реализация постоянного зарядного тока конденсатора; при этом сохраняется простота электрической схемы генератора пилообразных колебаний.

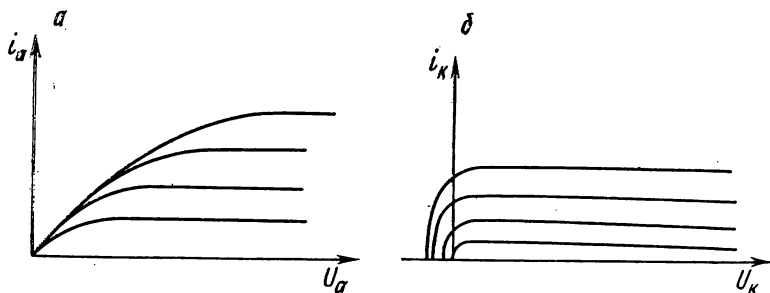


Рис. 7. а — Анодные характеристики пентода ($u_{g1} = \text{const}$), б — коллекторные характеристики транзистора в схеме с общей базой ($i_b = \text{const}$)

4. Принципиальные схемы генераторов пилообразных колебаний на полупроводниковых приборах. Рассмотрим два варианта генераторов пилообразных колебаний на полупроводниковых приборах: 1) с диностором в качестве ключа (рис. 8), 2) с транзистором в лавинном режиме в качестве ключа (рис. 9). Задают зарядный ток через конденсатор в обоих вариантах генераторов $p-n-p$ - и $n-p-n$ -транзисторы в схемах с ОБ.

В схеме рис. 8 конденсатор C заряжается через $p-n-p$ -транзистор (см. рис. 3, а). Зарядка происходит «постоянным» током до момента времени, когда напряжение на диносторе достигнет напряжения пробоя $U_{пр}$. Затем включается диностор, и конденсатор быстро разряжается через его малое сопротивление во включенном состоянии. Разряд конденсатора происходит до тех пор, пока ток через диностор не достигнет малой величины, ниже которой диностор не может находиться во включенном состоянии. Затем цикл заряда и разряда повторяется, и в схеме существуют незатухающие пилообразные колебания.

В схеме рис. 9 (см. рис. 3, б) конденсатор заряжается быстро через лавинный транзистор, который включается, если на нем действует напряжение, превышающее значение $U_{пр}$. Зарядка конденсатора происходит до момента времени, когда остаточное напряжение на лавинном транзисторе становится меньше $U_{выкл}$, т. е. значения напряжения, ниже которого в транзисторе не может

существовать лавинный режим. Разряд конденсатора происходит через $n-p-n$ -транзистор, включенный по схеме с ОБ.

В обеих рассмотренных выше схемах процессы разряда (рис. 8) и заряда (рис. 9) конденсатора происходят при практически постоянном токе, и пилообразные колебания напряжения могут быть формально описаны линейным законом (3).

5. Синхронизация пилообразных автоколебаний гармоническими колебаниями внешнего источника. При действии на автоколебательную систему релаксационного типа внешней периодической силы наблюдается так называемое явление синхронизации, кото-

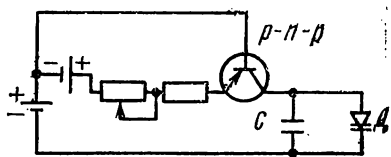


Рис. 8. Схема генератора пилообразных колебаний с динистором

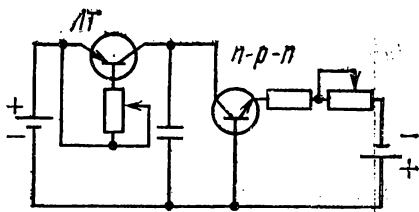


Рис. 9. Схема генератора пилообразных колебаний с ключевым лавинным транзистором (ЛТ)

рое состоит в следующем. Пусть на автоколебательную систему релаксационного типа с периодом τ действует внешняя гармоническая сила периода T . Когда $T \approx \tau/n$ (n — целое число), внешняя сила захватывает частоту релаксационных колебаний и в системе устанавливается периодический синхронный режим с периодом, равным nT . Интервал $nT - \tau$, в пределах которого наблюдается синхронизация, определяет полосу синхронизации n -ного порядка. Форма и ширина полос синхронизации зависят как от параметров релаксационного генератора, так и от параметров внешней силы. Более подробно с явлением синхронизации можно ознакомиться по описанию задачи «Синхронизация релаксационного генератора» и указанной в ней литературе.

В данной задаче проводится лишь качественное исследование синхронизации релаксационного генератора на лавинном транзисторе. В отличие от релаксационной системы с тиратроном, где внешняя сила изменяет напряжение зажатия, в изучаемой системе модулируется напряжение $U_{пр}$. Модуляция $U_{пр}$ осуществляется изменением напряжения между эмиттером и базой лавинного транзистора.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Принципиальная схема установки приведена на рис. 10. Установка состоит из двух систем генерирования пилообразных колебаний: системы с динистором и системы с транзистором в лавин-

ном режиме. Питание установки осуществляется от выпрямителя с регулируемым напряжением от 0 до 60 В (потенциометр R_4) и выпрямителя с напряжением 10 В, задающего значения зарядного и разрядного токов $p-n-p$ - и $n-p-n$ -транзисторов. Ключ K_1 служит для переключения полярности батареи при переходе от схемы с диностором к схеме с лавинным транзистором. Панели I, II, III предназначены для подключения соответствующих полупро-

Рис. 10. Электрическая схема установки: ГС — генератор синхронизирующего сигнала, Д — диностор, ЛТ — лавинный транзистор

Регулируя сопротивление R_3 , можно в довольно широких пределах изменять разность ΔU для транзистора в лавинном режиме (см. рис. 6). Пиковый вольтметр, схема которого выделена на рис. 10 пунктиром, предназначен, во-первых, для измерения напряжения источника питания и, во-вторых, для измерения разности ΔU между напряжениями включения и выключения ключевых элементов. Переключение вольтметра осуществляется ключом K_2 . Вольтметр состоит из выпрямителя (диоды D_1 и D_2), цепи $R_5 C_1$ и стрелочного гальванометра G , шкала которого градуирована в вольтах. Постоянная времени $R_5 C_1$ выбрана много большей перио-

да повторения любого из возможных в схеме пилообразных колебаний.

Диодный выпрямитель D_1D_2 собран по схеме, которая дает возможность измерять полный размах переменного напряжения относительно уровня постоянной составляющей. В схеме рис. 10 это измерение производится относительно уровня постоянной составляющей. Такой вольтметр при правильном выборе постоянной R_5C_1 позволяет измерять разность между максимальным и минимальным напряжениями колебания (амплитуду) независимо от его формы (например, пилообразные колебания, периодически повторяющиеся колебания экспоненциальной формы, гармонические колебания, периодически повторяющиеся «прямоугольные» импульсы и т. д.). Измеряемая вольтметром амплитуда пилообразного колебания однозначно определяет соответствующее значение ΔU . Частота пилообразных колебаний измеряется по фигурам Лиссажу. Для этого в осциллографе отключается генератор развертки. На пластины подается исследуемое напряжение и синусоидальное напряжение от звукового генератора.

§ 4. Упражнения

1. Наблюдение и исследование пилообразных колебаний в схеме с динистором. Подготовить установку к работе. Для этого ключ K_1 поставить в положение «Д», вставить в панель II динистор, а в панель III — $p-n-p$ -транзистор; подключить к клеммам С конденсатор, а к клеммам «осц. 1» осциллограф; поставить ключ K_2 в положение « $U_{ист}$ »; включить питание.

Регулируя напряжение питания и величину зарядного тока, получить пилообразные колебания напряжения на емкости. Колебания наблюдать с помощью осциллографа. Снять зависимость частоты полученных колебаний от зарядного тока. Переключив ключ K_2 в положение « ΔU », измерить ΔU и для данной емкости С, пользуясь формулой (4), рассчитать зависимость частоты релаксационного генератора от зарядного тока. Экспериментальные и расчетные результаты наносятся на один график.

2. Изучение формы тока разряда конденсатора через динистор. Для наблюдения на экране осциллографа формы импульса тока разряда конденсатора через динистор необходимо подключить осциллограф к клеммам «осц. 2». При таком включении осциллограф оказывается присоединенным к достаточно малому сопротивлению r , включенному последовательно с емкостью С. Это сопротивление должно быть таким, чтобы его величина не влияла на разрядный процесс в схеме. В данной установке $r=1$ Ом.

Включить ждущую развертку. Установить длительность развертки, позволяющую наблюдать процесс включения динистора и процесс разряда конденсатора. Включить метки и измерить длительность этих процессов. Длительность процесса включения ди-

нистора определяется временем между началом развертки и достижением максимума тока. Длительность разряда τ конденсатора при предположении, что разряд происходит по закону, близкому к экспоненциальному, можно определить как время, в течение которого ток уменьшается в e раз. Зная постоянную разряда τ и емкость C , определить сопротивление диода в включенном состоянии.

3. Наблюдение и исследование пилообразных колебаний в схеме с транзистором в лавинном режиме. Подготовить установку к работе. Для этого ключ K_1 поставить в положение «ЛТ»; вставить в панель I лавинный транзистор, а в панель II — $n-p-n$ -транзистор; включить питание; довести напряжение питания до 50 В.

Регулируя сопротивления R_2 и R_3 , получить пилообразные колебания. Снять зависимость амплитуды релаксационных колебаний от R_3 и частоты f — от тока разряда $I_{\text{разр}}$. Построить эти зависимости. Для измерения ΔU ключ K_2 поставить в положение « ΔU ».

4. Изучение формы тока заряда через лавинный транзистор. Подключить осциллограф к клеммам «осц. 2», включить ждущую развертку, установить необходимую длительность развертки, включить метки и измерить длительность процесса включения лавинного транзистора и процесс заряда конденсатора. Определить сопротивление лавинного транзистора во включенном состоянии.

5. Исследование синхронизации пилообразных колебаний гармоническим сигналом в схеме с лавинным транзистором. Подать синхронизирующий сигнал от звукового генератора на панель III. При этом сигнал звуковой частоты подключается между базой и эмиттером лавинного транзистора и изменяет его напряжение пробоя. Одновременно сигнал от звукового генератора нужно подать на горизонтальный вход осциллографа (отключив его собственную развертку). Наблюдать синхронизацию пилообразных колебаний. Если имеет место синхронизация 1-го порядка, то при изменении частоты звукового генератора в пределах полосы синхронизации будет виден один период синусоиды. При синхронизации n -ного порядка на экране осциллографа будут видны n периодов. Снять зависимость полосы синхронизации 1-го порядка от амплитуды синхронизирующего сигнала. Построить график этой зависимости. По оси ординат откладывать значения амплитуды внешнего воздействия, а по оси абсцисс — f_1, f_2 — частоты внешнего воздействия на границах области синхронизации.

6. Наблюдение релаксационных колебаний экспоненциальной формы. Собрать схему с лавинным транзистором (упр. 3), но в панель II вместо $n-p-n$ -транзистора вставить переменное сопротивление. Регулируя напряжение питания, R_3 и сопротивление R , получить релаксационные колебания с хорошо выраженной экспоненциальной формой. Измерить постоянную времени экспоненты. Зная эту постоянную и величину C , определить сопротивление R , через которое разряжается емкость.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М., Физматгиз, 1959, с. 271—279, 786—792.
2. Степаненко И. П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем. М., «Энергия», 1973.
3. Кузьмин В. А., Сенаторов К. Я. Четырехслойные полупроводниковые приборы. М., «Энергия», 1967.
4. Джентри Ф., Гутцвиллер Ф., Головьян Н., фон Застров Э. Управляемые полупроводниковые вентили. М., «Мир», 1967.
5. Миддлбрук Р. Д. Введение в теорию транзисторов. М., Атомиздат, 1960.

3. СИНХРОНИЗАЦИЯ РЕЛАКСАЦИОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Изучается синхронизация на основном тоне и обертонах генератора пилообразных колебаний с тиратроном.

§ 1. Введение

Действие гармонической внешней силы на автоколебательную систему, генерирующую релаксационные колебания, имеет ряд существенных отличий от действия внешней силы на гармоническую систему. Наиболее существенным является то, что релаксационный генератор (релаксатор) может быть синхронизирован в широких пределах изменения частоты внешней силы не только на основном тоне, но и на обертонах автоколебаний. В синхронном режиме при действии гармонической внешней силы, имеющей частоту $n\rho$, близкую к частоте n -ной гармоники автоколебаний $n\omega_0$, в системе установится изохронный режим с частотой автоколебаний $\omega = \rho$.

Явление синхронизации генераторов релаксационных колебаний широко используется в измерительной технике и в целом ряде современных радиотехнических установок.

Целью настоящей экспериментальной работы является знакомство с физической картиной явления синхронизации на основном тоне и на обертонах генератора пилообразных колебаний, работающего на тиратроне [1].

§ 2. Теория

Принципиальная схема релаксационного генератора пилообразных колебаний приведена на рис. 1. В такой цепи конденсатор C заряжается током $I = \text{const}$. Напряжение V_c на конденсаторе растет по линейному закону $V_c(t) = V_{\pi} + \frac{I}{C}(t - t_1)$ от значения $V_c(t_1) = V_{\pi}$ до значения $V_c(t_2) = V_3$, где V_3 — потенциал, при котором сопротивление разрядного устройства (РУ) становится малым и протекает разрядный ток $I_p > I$, а V_{π} — потенциал, при котором ток I_p прекращается и сопротивление РУ становится практически

бесконечным. При $V_c(t) = V_s$ включается разрядное устройство и напряжение на конденсаторе падает до значения V_n . Источник зарядного тока I на рис. 1, обеспечивающий постоянство его в процессе заряда C , представляет собой генератор тока. Время заряда конденсатора от напряжения V_n до напряжения V_s

$$\tau = t_2 - t_1 = \frac{C(V_s - V_n)}{I} \quad (1)$$

при условии быстрого разряда ($I_p \gg I$) можно считать периодом пилообразных колебаний при фиксированных значениях V_n и V_s (рис. 2).

В настоящей работе в качестве генератора тока используется электронная лампа — пентод, в качестве разрядного устройства (РУ) — тиратрон¹. Потенциал зажигания V_s тиратрона зависит от напряжения на его сетке, а потенциал погасания V_n от напряжения на сетке не зависит. Зависимость потенциала зажигания тиратрона от напряжения на управляющей сетке V_g называется пусковой характеристикой тиратрона. В некоторой области изменения V_g пусковая характеристика тиратрона линейна, и для нее может быть определен коэффициент управления тиратрона

$$\frac{\Delta V_s}{\Delta V_g} = k = \text{const} \gg 1.$$

Для получения синхронного режима кроме постоянного смещения V_{g0} между сеткой тиратрона и его катодом включается синхронизирующее переменное напряжение так, что результирующий потенциал сетки

$$V_g = V_{g0} + A \sin(pt + \varphi).$$

Если величины напряжений $V_{g0} \pm A$ не выходят за пределы линейного участка пусковой характеристики, действие небольшого переменного напряжения в цепи сетки вызовет существенное изменение потенциала зажигания ($k \gg 1$). Потенциал зажигания будет модулирован по закону

$$V_s = V_{s0} - a \sin(pt + \varphi), \quad (2)$$

где $a = kA$, как это показано на рис. 3 пунктиром.

Знаком «минус» учтен сдвиг фазы на π между напряжениями на сетке и аноде тиратрона. Автоколебания релаксатора при этих условиях не имеют стационарной амплитуды, так как напряжение V_s изменяется во времени [2]. Соответственно будет изменяться время τ от момента гашения до момента зажигания тиратрона, становясь различным для следующих друг за другом колебаний

¹ Работу таких цепей см. в задаче «Генерирование пилообразных колебаний».

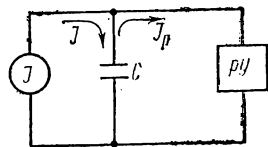


Рис. 1. Схема релаксационного генератора

(рис. 3). Колебания становятся неизохронными. Однако при соответствующем подборе частоты p и амплитуды A внешней силы возможно установление устойчивого синхронного режима. В простейшем случае синхронный режим устанавливается при целочисленном соотношении между периодом релаксационных колебаний и периодом внешней силы. Это синхронизация на основном тоне или на обертонах автоколебаний. Период синхронных с частотой

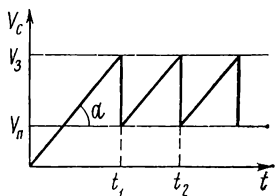


Рис. 2. График пилообразного напряжения $\operatorname{tg} \alpha = I/C$

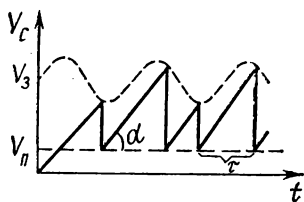


Рис. 3. Изменение напряжения на конденсаторе при внешнем воздействии

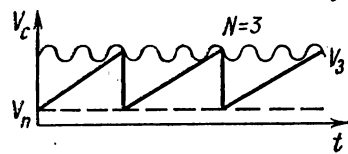
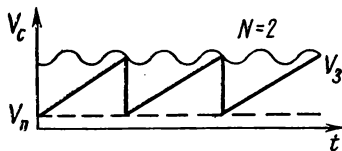
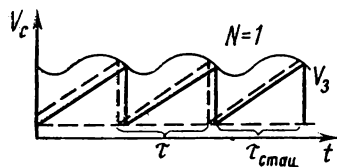


Рис. 4. Синхронные режимы разного порядка: N — порядок синхронизации; сплошная линия — стационарный процесс, пунктир — переходный процесс

внешнего воздействия колебаний релаксационного генератора равен $\tau = T, 2T, \dots NT$, где T — период внешнего воздействия, а N называется порядком синхронизации. Область синхронизации N -ного порядка соответствует области деления частоты внешнего воздействия на N .

На рис. 4 приведены графики временной зависимости напряжения на конденсаторе, соответствующие синхронизации первого, второго и третьего порядков.

В режиме синхронизации N -ного порядка период синхронизированных колебаний в соответствии с (1) и (2) определится равенством

$$\begin{aligned} \tau_c &= \frac{C}{I} [V_3 - V_n - a \sin(p\tau_c + \varphi_c)] = \frac{C}{I} (V_3 - V_n - a \sin \varphi_c) = \\ &= \tau_0 - \frac{aC}{I} \sin \varphi_c = NT, \text{ где } p\tau_c = 2\pi N. \end{aligned} \quad (3)$$

Стационарный режим синхронизации N -ного порядка возможен только при определенных значениях синхронизирующей фазы внешней силы, определяемых из условия

$$\sin \varphi_c = \frac{(\tau_0 - NT)I}{aC}.$$

Это уравнение в пределах каждого периода внешней силы имеет два решения (при $\tau_0 - NT < \frac{aC}{I}$). Возможны два значения синхронизирующей фазы (φ_c и $\varphi_c + \pi$) за период. Анализ устойчивости стационарных синхронных режимов [2] показывает, что при фиксированных параметрах системы и заданной амплитуде и частоте внешней силы устойчивой является только одна из фаз, а именно фаза, изменяющаяся в пределах $-\pi/2 \leq \varphi_c \leq \pi/2$ (см. рис. 5, а, б). Для границ области синхронизации при изменении фазы φ_c в указанных пределах получается формула

$$\tau_c = \tau_0 \pm \frac{aC}{I}. \quad (4)$$

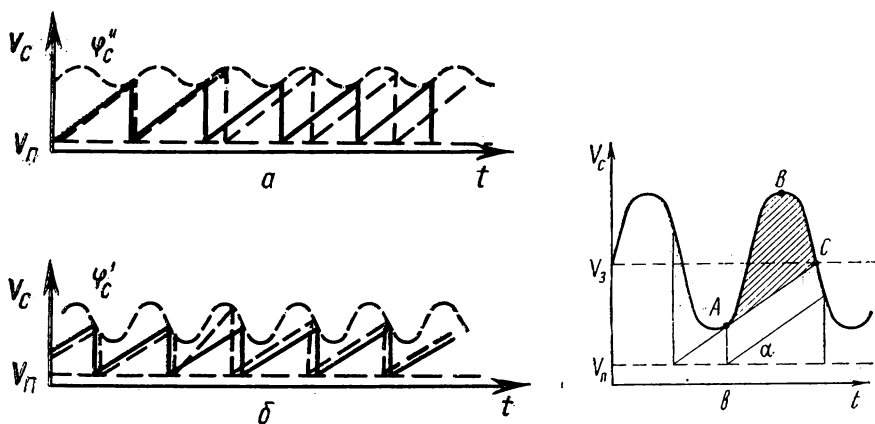


Рис. 5. Случайные отклонения от стационарного процесса: а — неустойчивая синхронизирующая фаза, б — устойчивая синхронизирующая фаза, в — самоэкранирование

Из этой формулы следует, что ширина области синхронизации любого порядка линейно возрастает при увеличении амплитуды внешней силы. Однако это верно только для не слишком больших амплитуд внешней силы, даже в пределах линейного участка пусковой характеристики. При увеличении амплитуды внешней силы наклон касательной к кривой потенциала зажигания увеличивается и при $A > A_{кр}$ может стать больше угла α (рис. 5, в). Это означает физически, что скорость изменения потенциала зажигания под

действием внешней силы становится больше скорости нарастания потенциала заряжающегося конденсатора. При этом зажигание тиратрона происходит в точке A , область напряжений V_3 от B до C становится недостижимой и синхронизация колебаний на самых низких частотах оказывается невозможной. Часть значений фаз $\varphi_c \leq \pi/2$ становится недостижимой (см. рис. 5, в).

Это явление, называемое самоэкранированием, приводит к тому, что граница полосы синхронизации, соответствующая уменьшению периода релаксатора, определяется всегда формулой (4). Граница, соответствующая увеличению периода релаксатора, должна определяться по формуле (3), где граничные значения φ_c в силу самоэкранирования имеют значения, отличные от $-\pi/2$. Та-

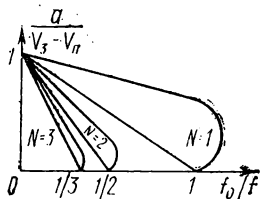


Рис. 6. Области синхронизации трех первых порядков

ким образом, благодаря самоэкранированию полоса синхронизации изменяется так, как показано на рис. 6, — стягиваясь в точку при $kA = V_{p0}$, $V_{p0} = V_3 - V_n$ — амплитуда напряжения на конденсаторе релаксационного генератора в отсутствие внешней силы.

На рис. 6 показаны области синхронизации первых трех порядков. Теоретический анализ [2] показывает, что области синхронизации различных порядков не перекрываются и существуют всегда отдельно. Между областями синхронизации, соответствующими целочисленному значению N , существуют области дробной, или групповой, синхронизации $N = p/q$ ($q \neq 1$), в которых колебания неизохронны, но группа колебаний различных амплитуд повторяется периодически (рис. 3). Самоэкранирование приводит к тому, что при фиксированной частоте внешнего воздействия $p/2\pi = 1/\tau$, превышающей частоту релаксатора $f_{p0} = 1/\tau_0$ в несколько раз, можно получить в зависимости от амплитуды воздействия A синхронизацию различных порядков.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 7. В отсутствие внешнего воздействия период колебаний релаксационного генератора может изменяться регулировкой R_4 задающего напряжение на управляющей сетке зарядной лампы $Л_1$. При этом изменяется зарядный ток, измеряемый миллиамперметром. Изменение зарядного тока меняет частоту при неизменной «амплитуде» колебаний.

«Амплитуду» релаксационных колебаний можно менять, изменяя напряжение на сетке тиратрона $Л_2$ регулировкой потенциометра R_3 . При этом одновременно изменяется и период колебаний. Сопротивление R_1 ограничивает ток, предохраняя сетку тиратрона

от перегрузок. Потенциал на сетке тиратрона следует изменять потенциометром R_3 в пределах от 0 до -18 В. При дальнейшем уменьшении потенциала сетки тиратрона пределы изменения напряжения на аноде зарядной лампы Λ_1 не соответствуют режиму генератора тока, и пила теряет линейность. Генерируемое пилообразное напряжение $V_c(t)$ с конденсатора C_1 подается на делитель (R_6-R_7), и половина напряжения V_c снимается (с клемм AB) на вертикальный вход осциллографа. Так как напряжение на кон-

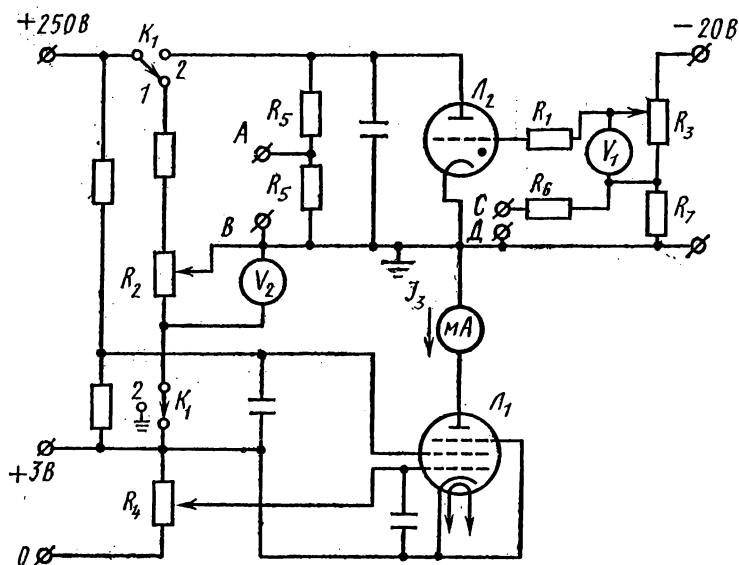


Рис. 7. Принципиальная схема экспериментальной установки.

денсаторе существенно несинусоидально, то измерение «амплитуды» колебаний производится по прокалиброванному отклонению луча на экране электронного осциллографа. Напряжение внешней синхронизирующей э. д. с. подается от звукового генератора в цепь сетки тиратрона на клеммы CD . На сетку тиратрона после делителя (R_6-R_7) подается напряжение, равное $0,1 V_{зг}$, где $V_{зг}$ — полное напряжение, подаваемое от звукового генератора на клеммы CD . Напряжение звуковой частоты, подаваемое на сетку тиратрона в данной схеме, рекомендуется изменять в пределах от 0,01 до 6 В.

Перед включением цепи необходимо проверить положение выключателя « K_1 », так как анодное напряжение должно быть выключено до тех пор, пока тиратрон не прогреется. После включения сетевого напряжения необходимо дать лампам прогреться 1,5—2 мин, после чего включать анодное напряжение тиратрона.

§ 4. Упражнения

1. Исследование работы релаксатора в автономном режиме.

1. Исследование характеристики зарядного тока. Поставить двойной переключатель «К₁» в положение 1. На тиратрон при этом анодное напряжение не подается. Снять и построить график зависимости тока через зарядную лампу I_z от анодного напряжения V_0 при трех произвольных значениях напряжения на управляющей сетке. Определить участки вольт-амперных характеристик,

в пределах которых I_z можно считать практически не зависящим от анодного напряжения.

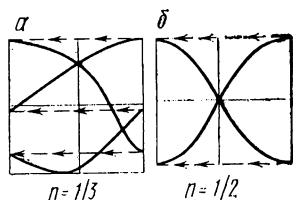


Рис. 8. Определение частоты релаксационного генератора

2. Качественное исследование работы генератора. Подать анодное напряжение на релаксатор, поставив переключатель «К₁» в положение 2. Генерируемое пилообразное напряжение с конденсатора подать на вертикальный вход осциллографа. При этом катод тиратрона (клемма В) должен быть соединен с клеммой «земля» осциллографа. Для качественного исследования работы схемы релаксационного генератора надо включить горизонтальную непрерывную развертку осциллографа. Посмотреть качественно зависимость формы колебаний, частоты и амплитуды колебаний от напряжения на сетке тиратрона и напряжения на управляющей сетке пентода.

3. Измерение периода релаксатора. При измерении периода (частоты) пилообразного напряжения нужно выключить развертку, включить горизонтальное усиление в осциллографе и на горизонтальный вход подать напряжение со звукового генератора. Частота пилообразного напряжения равна частоте звукового генератора, когда на экране осциллографа устанавливается один период синусоиды. Если частота релаксатора ниже частоты звукового генератора, то на экране осциллографа можно увидеть несколько периодов синусоиды, при этом $f_p = f_z/n$, где f_z — частота звукового генератора, n — число периодов синусоиды. Если частота релаксатора больше частоты звукового генератора, то полный период синусоиды будет разрезан на части, которые наложатся друг на друга (рис. 8, б).

Фиксировав некоторое смещение на сетке тиратрона, снять график зависимости частоты релаксационных колебаний от зарядного тока $f = F(I_z)$. В результате должно получиться семейство частотных характеристик релаксатора при различных смещениях на сетке тиратрона (не менее трех).

2. Определение коэффициента управления тиратрона. Необходимо снять пусковую характеристику тиратрона (зависимость потенциала зажигания от напряжения на сетке) и по наклону линейной части определить коэффициент управления тиратрона.

Измерять потенциал зажигания непосредственно на данной установке нельзя. Однако искомую характеристику можно получить, измеряя амплитуду релаксационных колебаний в зависимости от смещения на сетке тиратрона. Амплитуду измерить на экране осциллографа, выключив предварительно развертку и установив коэффициент усиления усилителя осциллографа так, чтобы при максимальной амплитуде релаксатора максимальное отклонение луча не превышало двух третей радиуса экрана осциллографа. Измеряя амплитуду, надо помнить, что колебания на осциллографе снимаются с делителя, который уменьшает ее величину в два раза. Из этих измерений найти коэффициент управления тиратрона и определить вид пусковой характеристики.

3. Исследование работы релаксатора в неавтономном режиме.

1. Выбор параметров генератора. Для изучения областей синхронизации релаксатора внешней гармонической силой надо предварительно выбрать и фиксировать параметры генератора: постоянное смещение на сетке тиратрона V_{go} ; зарядный ток I_z и тем самым амплитуду A_p и частоту f_p автоколебаний релаксатора.

Постоянное смещение на сетке тиратрона установить в середине линейной части пусковой характеристики. (Для исследуемой цепи рекомендуется выбирать смещение $V_{go} \approx 11-12$ В.) При такой рабочей точке нелинейность пусковой характеристики тиратрона начинает сказываться при амплитудах внешнего воздействия на сетке тиратрона, превышающих 5,5—6 В.

Затем на основе измерений п. 3 упр. 1 установить зарядный ток таким, чтобы частота колебаний $f_p \approx 1,5$ кГц.

Измерить амплитуду V_{p0} и частоту f_p собственных колебаний релаксатора в отсутствие внешнего воздействия.

2. Определение областей синхронизации. Включить на клеммы «CD» синхронизирующее напряжение от звукового генератора. Одновременно напряжение звукового генератора подать на горизонтальный вход осциллографа при включенном усилении по горизонтальному каналу. Если имеет место синхронизация первого порядка, то при изменении частоты звукового генератора в некоторых пределах на экране стабильно виден один период синусоиды. Происходит только изменение фазы этой синусоиды по мере изменения частоты внешней силы.

Если имеет место синхронизация порядка $1/N$ или N , то на экране будет сохраняться N периодов или N отрезков синусоиды. При исследовании областей синхронизации для каждого фиксированного значения амплитуды синхронизирующего напряжения на сетке тиратрона от 0 до 6 В необходимо найти пределы изменения частоты внешнего воздействия, при которых имеет место синхронизация первого, второго и третьего порядков. Измерения можно начинать от значения амплитуды внешнего воздействия на сетке тиратрона 0,1 В.

Результаты измерений представить графически в виде областей синхронизации первого, второго и третьего порядков. По оси орди-

нат. откладываются значения амплитуды внешнего воздействия, а по оси абсцисс — отношения f_{p0}/f_1 и f_{p0}/f_2 , где f_1 и f_2 — частоты внешнего воздействия на границах областей синхронизации первого, второго и третьего порядков.

При обработке результатов измерений по оси ординат следует отложить величину kA/V_{p0} , где A — амплитуда внешнего воздействия на сетке тиратрона, V_{p0} — амплитуда собственных колебаний релаксатора при отсутствии внешнего воздействия.

3. Определение зависимости порядка области синхронизации от амплитуды воздействия. При фиксированной частоте внешнего воздействия $p \geq 5 f_{p0}$, плавно изменяя амплитуду напряжения звукового генератора, найти пределы изменения амплитуды воздействия, при которых наблюдается синхронизация пятого, четвертого и т. д. порядков. Построить график областей синхронизации различных порядков при фиксированной частоте воздействия. По оси ординат отложить номера порядков синхронизации, по оси абсцисс — амплитуду воздействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершензон Е. М., Малов Н. Н., Тюменина Г. Д., Эткиц В. С. Радиотехника. М., «Просвещение», 1971.
2. Гоноровский О. И. Радиотехнические цепи и сигналы. М., «Сов. радио», 1967.
3. Власов А. И. Электровакуумные приборы. М., «Энергия», 1967.

4. ИЗУЧЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОГО ПЕРЕХОДА ФОРМЫ АВТОКОЛЕБАНИЙ ОТ СИНУСОИДАЛЬНОЙ К «РАЗРЫВНОЙ» МЕТОДОМ ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ

Изучается процесс перехода формы автоколебаний от «разрывных» к почти синусоидальным в транзитронном генераторе и транзитронная спусковая схема.

§ 1. Введение

Интерес к исследованию влияния параметров автоколебательных или спусковых схем на форму колебаний и на длительность фронтов формируемых импульсов связан с широким применением радиотехнических методов в различных областях науки и техники. Появилась необходимость получения и наблюдения процессов очень малой длительности. Для получения коротких импульсов широко используются релаксационные схемы, дающие возможность получить импульсы «разрывной» формы с очень крутыми фронтами (менее 10^{-8} с). Малая длительность фронтов обусловлена способностью таких схем очень быстро, «скачком», переходить из одного состояния равновесия в другое.

До тех пор пока имели дело с длительностью, большей 10^{-5} с, «скачки» в системах, генерирующих релаксационные колебания, считали мгновенными. Эта идеализация позволяла с достаточной

степенью точности рассмотреть многие стороны процессов, происходящих в релаксационных системах: устойчивость положения равновесия, существование периодических решений, форму, частоту и амплитуду установившихся автоколебаний и т. д.

При изучении процессов, длительность которых менее 10^{-5} с, временем «скачка» пренебрегать уже нельзя, и потребовалось изучение причин, в силу которых «скачок» имеет конечную длительность.

Исследование релаксационных цепей показало, что «скачок» происходит не мгновенно из-за того, что в реальных устройствах присутствуют параметры, не учитываемые упрощенной теорией, и что именно эти параметры (емкости и индуктивности) обуславливают конечную скорость «скачка».

В работе экспериментально изучается влияние «паразитной» емкости на длительность «скачков» в релаксационных схемах.

В качестве исследуемой выбрана схема транзитронного генератора, в которой легко можно проследить переход от «разрывных» колебаний к почти синусоидальным. На основе этой схемы можно перейти к транзитронной спусковой схеме, и, кроме того, такая система удобна для экспериментального изучения предельных циклов на фазовой плоскости при различных режимах работы.

Автоколебательные системы, генерирующие почти гармонические колебания, изучены достаточно подробно. Существует несколько приближенных методов решения уравнений таких систем [1, 2], позволяющих определить «амплитуду» и частоту установившихся автоколебаний.

В системах, генерирующих «разрывные» колебания, решение также может быть получено, если считать, что «скачки» мгновенны.

Для систем, генерирующих автоколебания переходной формы, получить явное решение уравнений трудно, но можно использовать графические методы решения.

При анализе процессов в транзитронном генераторе используется метод графического решения (метод изоклин).

Рассмотрим принцип работы транзитронного генератора (рис. 1). Зависимость тока экранной сетки от напряжения на антидипатронной сетке для пентода $I_{g_2} = f(U_{g_2})$ при определенном режиме лампы (для определенных значений U_a, U_{g_1}, U_{g_2}) имеет падающий участок, т. е. крутизна этой характеристики

$$S = \left. \frac{dI_{g_2}}{dU_{g_2}} \right|_{U_a, U_{g_1}, U_{g_2} = \text{const}} < 0$$

в некоторой области значений U_{g_2} (см. рис. 2). Это объясняется следующим образом. Зависимость токов I_a, I_{g_2}, I_{g_3} и общего тока I от напряжения U_{g_3} при постоянных U_a, U_{g_1} и U_{g_2} приведена на рис. 2.

При больших отрицательных напряжениях на третьей сетке электроны не проходят к аноду и общий ток равен току экранной

сетки. При уменьшении отрицательного напряжения U_{g_3} часть электронов, проходящих через g_2 , попадает на анод. В результате ток I_{g_2} падает за счет роста I_a . Падение экранного тока происходит только до определенного значения U_{g_3} . Это явление получило

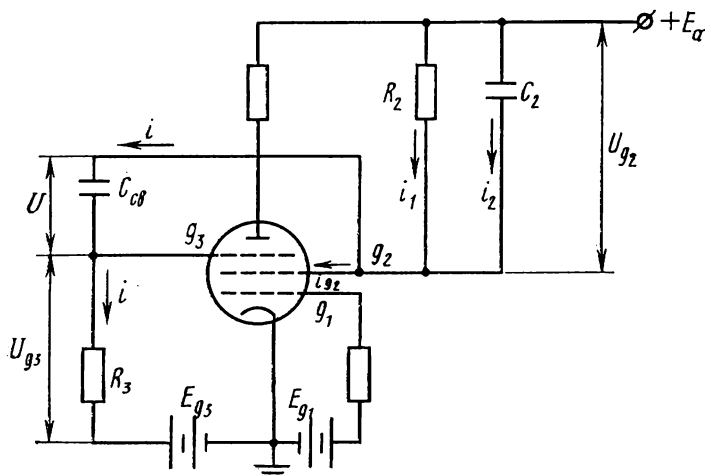


Рис. 1. Схема транзитронного генератора на пентоде

название транзитронного эффекта. Отсюда и название генератора — транзитронный. При некотором положительном значении U_{g_2} начинается вторичная эмиссия электронов с анода. Вторичные электроны, попадая на g_2 , увеличивают ток экранной сетки, этим обуславливается нижний загиб падающей характеристики.

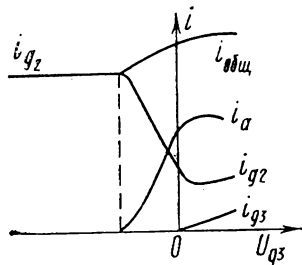


Рис. 2. Зависимость анодного и сеточного токов пентода от напряжения на антидинатронной сетке

Транзитронный генератор легко может быть переведен изменением одного параметра из режима генератора синусоидальных колебаний в режим генератора разрывных колебаний. Параметром, определяющим форму колебаний и имитирующим паразитный параметр, является емкость в цепи экранной сетки.

Для того чтобы получить большее значение отрицательной крутизны, в экспериментальной установке используется лампа 6А8 — гептод, у которой транзитронный эффект выражен сильнее. Вместо антидинатронной сетки для получения транзитронного эффекта здесь используется четвертая сетка.

Цель работы — исследовать переход автоколебаний от «разрывной» формы к синусоидальной и выяснить, какой параметр системы наиболее существенно влияет на форму автоколебаний.

При исследовании транзитронной спусковой схемы изучается влияние этого параметра на длительность фронтов формируемых импульсов.

§ 2. Теория

1. Исследование транзитронного генератора. Динамический процесс в транзитронном генераторе описывается уравнением

$$R_2 C_2 \ddot{U}_{g_3} + \left[\frac{R_2 C_2}{R_3 C_{св}} + R_2 S(U_{g_3}) + \frac{R_2}{R_3} + 1 \right] \dot{U}_{g_3} + \frac{1}{R_3 C_{св}} U_{g_3} = 0, \quad (1)$$

полученным из соотношений, связывающих токи и напряжения в электрической цепи рис. 1, и предположения, что

$$I_{g_2} = f(U_{g_3}, U_{g_2}) \approx f(U_{g_3}).$$

Введем обозначения

$$x = U_{g_3}, \quad 2\delta = \frac{1}{R_3 C_{св}} + \frac{1}{R_3 C_2} + \frac{1}{R_2 C_2}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{R_2 C_2 R_3 C_{св}}.$$

В результате уравнение запишется в виде

$$\ddot{x} + \left[2\delta + \frac{S(x)}{C_2} \right] \dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad (2)$$

Из (2) при $S < 0$ следуют условия самовозбуждения генератора

$$|S(x)| > \frac{C_2}{R_3 C_{св}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \quad (3)$$

При малой емкости C_2 ($C_2 \leq 10^{-10}$ Ф) условие самовозбуждения сводится к

$$|S(x)| > \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \quad (4)$$

Значение емкости C_2 существенно влияет на характер процесса и качественно изменяет вид уравнения (1), (2). При увеличении C_2 уравнение (1), (2) приближается к линейному уравнению второго порядка, и система может генерировать колебания, близкие к гармоническим. При $C_2 \rightarrow 0$ уравнение (1), (2) существенно нелинейно, и система генерирует разрывные колебания.

Решение нелинейного уравнения (2) для произвольной $S(x)$ и любых δ можно получить графически методом изоклин.

Для построения предельных циклов методом изоклин удобно пользоваться переменными x и \dot{x} , которые связаны между собой соотношениями

$$\dot{x} = \frac{E - U}{R_2 C_2} - \frac{f(x)}{C_2} - 2\delta x, \\ \dot{\dot{x}} = \dot{x} / R_3 C_{св}.$$

Здесь $E = E_a + E_{g_s}$ (рис. 1). Деля одно выражение на другое и обозначая $\frac{dU}{dx} = k$, получим уравнение семейства изоклин

$$U = E - \left[\left(\frac{R_2}{R_3} + 1 \right) + \frac{R_2 C_2}{R_3 C_{св}} \left(1 + \frac{1}{k} \right) \right] x - R_2 f(x). \quad (5)$$

Величина k определяет угол наклона касательной к интегральной кривой на плоскости x и U .

Правая часть уравнения представляет собой разность между прямой вида $E - ax$ и функцией $R_2 f(x)$, где

$$a = \left[\left(\frac{R_2}{R_3} + 1 \right) + \frac{R_2 C_2}{R_3 C_{св}} \left(1 + \frac{1}{k} \right) \right].$$

Для графического решения зависимость $f(x)$ снимается экспериментально в динамическом режиме для заданной величины R_2 . Затем в координатах U и x строится кривая $R_2 f(x)$ и прямая $E - ax$. Их разность соответствует изоклине с заданной величиной k .

Для различных величин C_2 уравнение (5) дает предельные циклы различной формы. При непрерывном изменении C_2 форма предельных циклов (на фазовой плоскости U , $x \sim \dot{U}$) будет также меняться непрерывно.

Схема транзистронного генератора позволяет непосредственно наблюдать предельные циклы, если на пластины осциллографа подать напряжения U и $U_{g_s} = x$. При этом предельные циклы наблюдаются в измененном масштабе, так как на осциллограф подается не \dot{U} , а величина $R_3 C_{св} \dot{U}$.

В предельном случае, когда емкость C_2 очень мала и ею можно пренебречь, уравнение (5) переходит в уравнение единственной незамкнутой интегральной кривой (рис. 3)

$$U = E - \left(\frac{R_2}{R_3} + 1 \right) x - R_2 f(x). \quad (6)$$

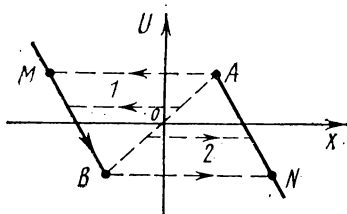


Рис. 3. Фазовый портрет системы при разрывных колебаниях

Кривая $MBOAN$ показывает единственные для такой системы значения U и x , причем ветвь AOB неустойчива. Показать это можно обычным способом, рассматривая малые приращения U и x вблизи нуля.

В начальный момент после выхода из положения равновесия система по траектории 1 или 2 перейдет в состояние, соответствующее точке на ветви MB или NA , и дальнейшее движение будет происходить в направлении, указанном стрелками. Как только система достигнет состояния, соответствующего точке A или B , \dot{U} обращается в бесконечность, и направление дальнейшего движения становится неопределенным, так как уравнение (6) в мо-

мент скачка теряет силу. Чтобы получить периодическое движение, необходимо ввести условие скачка, требующее сохранения величины напряжения на емкости $C_{св}$, неизменной при скачке. Это условие определяет направление движения из точки А. Система переходит в состояние, соответствующее точке М. По форме предельного цикла можно определить форму и «амплитуду» соответствующих автоколебаний.

2. Исследование транзитронной спусковой схемы. Система, изображенная на рис. 1, переводится в режим спусковой схемы

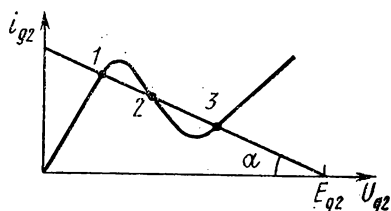


Рис. 4. Вольт-амперная характеристика $i_{g2}=f(U_{g2})$ при наличии обратной связи

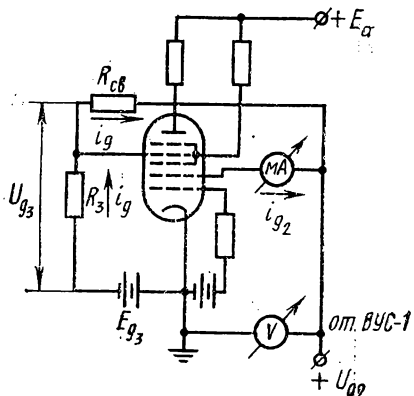


Рис. 5. Электрическая схема для снятия вольт-амперной характеристики $i_{g2}=f(U_{g2})$ при наличии обратной связи

заменой конденсатора $C_{св}$ сопротивлением $R_{св}$. Работа схемы основана на существовании участка с отрицательной крутизной на характеристике $I_{g2}=f(U_{g2})$ (рис. 4). Эта характеристика снимается экспериментально в цепи, показанной на рис. 5. Отрицательный наклон возникает только при включении в цепь сопротивления обратной связи $R_{св}$. В цепи рис. 5 изменение U_{g2} влечет за собой изменение U_{g3} , что, в свою очередь, изменяет ток I_{g2} . Если сопротивления $R_{св}$ и R_3 и напряжение E_{g3} выбраны так, что напряжение U_{g3} принимает значения, соответствующие области отрицательного наклона характеристики $I_{g3}(U_{g3})$, то на характеристике $I_{g2}(U_{g2})$ в этом же интервале значений U_{g3} наблюдается участок с отрицательным наклоном.

Расчет величин R_3 , $R_{св}$, E_{g3} , обеспечивающих существование участка с отрицательной крутизной на характеристике $I_{g2}(U_{g2})$, производится на основе соотношения (рис. 5)

$$\frac{R_3 + R_{св}}{R_3} = \frac{E_{g3} + U_{g3}}{E_{g3} - U_{g3}}. \quad (7)$$

Используем семейство характеристик $I_{g_2}(U_{g_2})$, полученных при исследовании схемы транзитронного генератора. Они имеют отрицательную крутизну при определенных значениях U_{g_2} и U_{g_3} . Выберем значение U_{g_2} произвольно, в пределах от 125 до 200 В, значение U_{g_3} выбираем таким, которое соответствует середине падающего участка характеристики. Значение R_3 оставляем таким

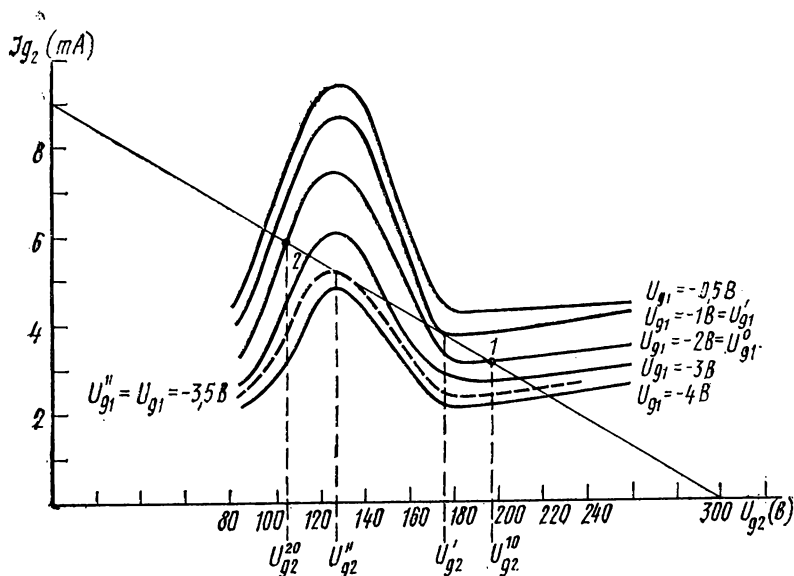


Рис. 6. Определение чувствительности спусковой схемы. $R=33$ кОм

же, как в схеме транзитронного генератора. Величина $R_{св}$ берется равной $(4-6)R_3$. Подставляя в уравнение (7) выбранные значения U_{g_2} , U_{g_3} , R_3 , $R_{св}$, находим величину необходимого смещения E_{g_2} .

Затем снимаем в цепи рис. 5 зависимость $I_{g_2}(U_{g_2})$. Определяем величину R_2 , при которой система имеет два устойчивых положения равновесия. Для этого (рис. 4) проводим прямую под таким углом, чтобы она пересекала характеристику $I_{g_2}(U_{g_2})$ в трех точках, при этом $R_2 = \text{ctg } \alpha$. Точки 1 и 3 соответствуют положениям устойчивого равновесия, точка 2 — неустойчивого.

Величина R_2 должна удовлетворять условию

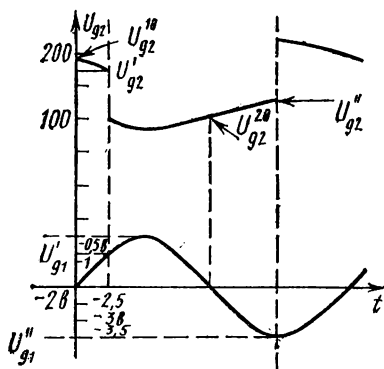
$$R_2 > \frac{1}{|S(U_{g_2})|}.$$

Если снять семейство характеристик $I_{g_2}(U_{g_2})$ для разных значений напряжения U_{g_1} на управляющей сетке (рис. 6), то можно определить необходимую амплитуду сигнала на входе, при котором

схема будет срабатывать, и форму получаемых на выходе импульсов. На рис. 7 сделано построение формы выходного импульса при действии на входе спусковой схемы гармонического сигнала

$$U_{g_1}(t) = -2 + 1,5 \sin \omega t.$$

Рис. 7. Графическое построение формы импульсов напряжения на второй сетке при воздействии на управляющую сетку гармонического сигнала $R_{g_3} = 110$ кОм, $R_{c_2} = 470$ кОм, $u_{g_3} = 40$ В



§ 3. Экспериментальная установка

Экспериментальная установка для наблюдения и изучения работы транзитронного генератора и транзитронной спусковой схемы включает в себя собственно схему транзитронного генератора на лампе 6А8, обладающей характеристикой $I_{g_2}(U_{g_3})$ с большим значением крутизны $S = dI_{g_2}/dU_{g_3}$, как показано на рис. 1, 5, осцил-

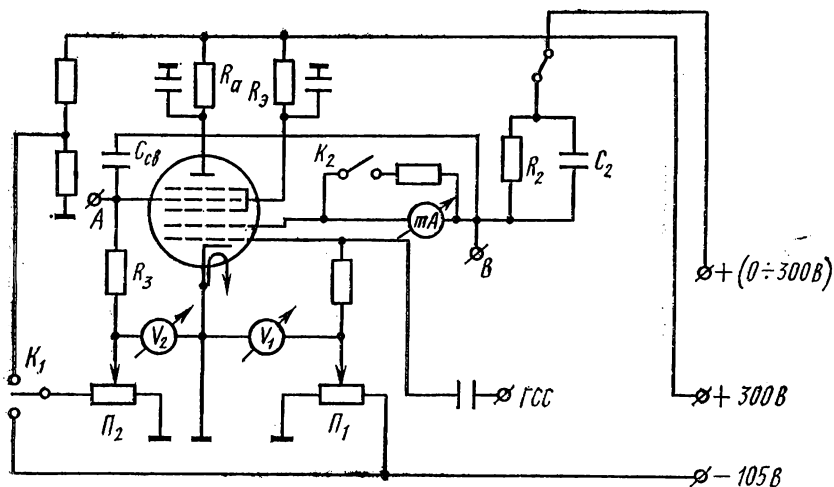


Рис. 8. Схема экспериментальной установки

логграф для наблюдения формы автоколебаний и предельных циклов системы, генератор синусоидальных сигналов для исследования спусковой схемы и стандартный выпрямитель.

Осциллограф должен допускать возможность подачи сигнала непосредственно на пластины «Х» и «У» электронно-лучевой трубки. В цепи имеется возможность менять величины $C_{св}$, $R_{св}$, C_2 , R_2 и R_3 (рис. 8).

Режим работы лампы регулируется изменением напряжений на управляющей сетке и антидинатронной сетке с помощью потенциометров Π_1 и Π_2 . Потенциометр Π_2 может быть подключен либо к положительному напряжению «+300 В», либо к отрицательному напряжению «-105 В» с помощью переключателя K_1 . Напряжение на управляющей сетке g_1 измеряется вольтметром V_1 , а на сетке g_3 — вольтметром V_2 . Ток экранной сетки I_{g_2} измеряется миллиамперметром, который работает в диапазоне 10 или 20 мА в зависимости от положения ключа K_2 .

§ 4. Упражнения

1. Снятие транзитронных характеристик лампы 6А8. Снять семейство статических и динамических характеристик тока экранной сетки I_{g_2} от напряжения на антидинатронной сетке U_{g_3} , т. е. $I_{g_2} = f(U_{g_3})|_{U_{g_2} = \text{const}}$.

Статические характеристики $I_{g_2} = f(U_{g_3})$ снимаются для нескольких напряжений на экранной сетке от 100 до 200 В при постоянном напряжении на управляющей сетке, которое следует задавать в интервале от 0 до -2 В.

При этом в цепь анода включено постоянное сопротивление R_a , а в цепь 3—5-й сетки включено сопротивление R_0 .

Динамическая характеристика $I_{g_2} = f(U_{g_3})$ для выбранных значений напряжений U_{g_1} и U_{g_2} снимается при включенном в цепь экранной сетки сопротивлении R_2 . Величина этого сопротивления рассчитывается на основе семейства статических характеристик $I_{g_2} = f(U_{g_3})|_{U_{g_2} = \text{const}}$ и формулы (4).

В дальнейшем при исследовании работы генератора величина R_2 остается неизменной.

При выполнении упражнения цепь обратной связи должна быть разомкнута.

2. Исследование различных режимов работы транзитронного генератора. Исследуется зависимость формы, амплитуды и частоты автоколебаний в транзитронном генераторе от параметров схемы.

При изменении параметров наблюдается постепенный переход формы автоколебаний от «разрывной» к почти синусоидальной.

Для исследования работы транзитронного генератора нужно прежде всего обеспечить режим, необходимый для возникновения автоколебаний: величина R_2 берется такой, какой она была определена в первом упражнении; сопротивление R_3 берется порядка $(10 \div 20)R_2$, смещение U_{g_1} выбирается в первом упражнении; ра-

бочая точка $U_{g_2}^0$ выбирается на линейном участке характеристики $I_{g_2} = f(U_{g_2})$. Затем включается цепь обратной связи, т. е. $C_{св}$.

Напряжение с экранной или с антидинатронной сетки (точки A или B на рис. 8) подается на вход вертикального усилителя осциллографа.

Форму и частоту автоколебаний можно менять изменением C_2 и $C_{св}$.

В этом упражнении необходимо:

1. Проследить влияние величин емкостей C_2 и $C_{св}$ и напряжений U_{g_1} и U_{g_2} на форму и частоту автоколебаний.

2. Для трех значений C_2 при постоянной величине $C_{св}$ измерить частоту и «амплитуду» автоколебаний и зарисовать их форму. Значения C_2 подбираются так, чтобы наблюдались колебания трех различных форм: «разрывной», переходной и почти синусоидальной.

3. Изучение фазового портрета системы. Исследуется изменение формы предельных циклов при изменении величин параметров транзитронного генератора.

На вертикальные отклоняющие пластины осциллографа подается напряжение, пропорциональное скорости изменения напряжения на C_2 , т. е. $U_{g_2} = x = R_3 C_{св} U$. На горизонтальные отклоняющие пластины подается напряжение на $C_{св}$, т. е. U .

При подключении напряжений на пластины осциллографа следует ручки вертикального и горизонтального усилителей осциллографа поставить на нуль и выключить генератор развертки.

В этом упражнении необходимо:

1. Проследить влияние на форму предельных циклов величины C_2 и $C_{св}$.

2. Построить предельные циклы автоколебательной системы для заданных величин C_2 , решая уравнение (5) методом изоклин. При этом значения k должны соответствовать углам наклона $\pm 89^\circ$, $\pm 60^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm 30^\circ$, 0° .

3. Рассчитанные и построенные предельные циклы сравнить с полученными экспериментально. Для этого, подавая калиброванный сигнал звукового генератора непосредственно на отклоняющие пластины, нужно измерить чувствительность осциллографа и рассчитать масштаб экспериментального предельного цикла.

4. Снятие характеристик $I_{g_2}(U_{g_2})$ при наличии обратной связи. Снятие этих характеристик производится по схеме рис. 5.

Величина R_3 остается той же, как и при работе схемы в режиме генератора (см. упр. 2). Напряжение E_{g_2} определяется из статических характеристик $I_{g_2} = f(U_{g_2})$, полученных в первом упражнении, и уравнения (7).

Величина $R_{св}$ определяется из соотношения $R_{св} = (4 \div 6) R_3$. При этих параметрах снимается семейство характеристик $I_{g_2}(U_{g_2})$ для разных значений напряжения на управляющей сетке U_{g_1} (-2 , -1.5 , -1 , -0.5 В) (см. рис. 6).

5. Исследование работы спусковой схемы.

1. По характеристике $I = f(U_{g_2})$, полученной в упр. 4, для заданного значения U_{g_1} определить величину R_2 , обеспечивающую существование двух устойчивых положений равновесия.

2. Определить по полученному в упр. 4 семейству характеристик $I_{g_2}(U_{g_2})$ минимальную амплитуду сигналов, необходимых для срабатывания спусковой схемы, и сравнить с экспериментальными результатами (см. рис. 6).

3. Подать на управляющую сетку лампы 6А8 синусоидальное напряжение от генератора стандартных сигналов для запуска спусковой схемы. Найти минимальную амплитуду, необходимую для срабатывания схемы. Сравнить с теоретическими результатами.

4. Построить, пользуясь семейством характеристик $I_{g_2}(U_{g_2})$, полученных в упр. 4, графическое изображение импульсов, получаемых на экранной сетке, при воздействии на управляющей сетке синусоидального сигнала (см. рис. 7). Сравнить с осциллограммами напряжения, снимаемого с экранной сетки.

5. Качественно проследить зависимость длительности фронтов импульсов напряжения на экранной сетке от величины C_2 , при действии на управляющей сетке синусоидального напряжения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М., Физматгиз, 1959.
2. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. М., «Наука», 1964.
3. Мигулин В. В., Ястребцева Т. Н. Исследование релаксационного генератора транзистронного типа. ЖТФ, 18, 603, 1948.

5. ТУННЕЛЬНЫЙ ДИОД

Изучаются принципы усиления и генерации в схемах с туннельными диодами.

§ 1. Введение

Туннельный диод (ТД) представляет собой полупроводниковый прибор с одним p — n -переходом между вырожденными областями. Протекание тока в ТД связано с квантовомеханическим явлением туннельного прохождения носителей заряда сквозь потенциальный барьер. (Теория проводимости ТД дана в ч. 2 настоящего практикума.) Вольт-амперная (в-а) характеристика ТД принципиально отличается от в-а характеристики обычного полупроводникового диода (рис. 1). Наличие участка с отрицательным наклоном позволяет использовать ТД в качестве активного элемента в усилителях, генераторах, смесителях, элементах ЭВМ. В данной работе измеряются параметры в-а характеристики ТД и изучается работа усилителя и генератора на ТД.

§ 2. Теория

1. Параметры вольт-амперной характеристики ТД. Основными параметрами статической в-а характеристики являются: I_1 , U_1 , I_2 , U_2 , U_3 (рис. 1). Для данного полупроводника значение пикового тока I_1 в первую очередь зависит от величины удельного сопротивления полупроводникового кристалла и площади p - n -пере-

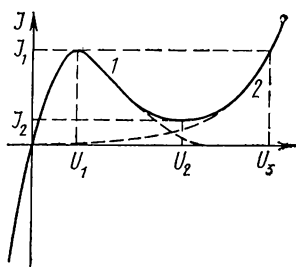


Рис. 1. Вольт-амперная характеристика туннельного диода: 1 — туннельный ток, 2 — термоэлектронный ток

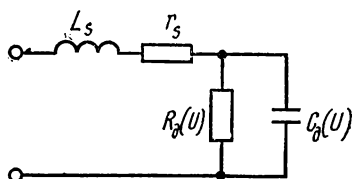


Рис. 2. Эквивалентная схема туннельного диода

хода и может с достаточной степенью точности регулироваться в процессе изготовления. Напряжение в пике U_1 и напряжение в минимуме U_2 зависят главным образом от полупроводникового материала, используемого в ТД (таблица).

2. Эквивалентная схема ТД. Если исключить из рассмотрения паразитные параметры корпуса прибора, то собственно ТД может быть представлен эквивалентной схемой, показанной на рис. 2.

Таблица 1

Материал диода	U_1 (мВ)	U_2 (мВ)	U_3 (мВ)
Ge	40—70	270—350	450
Si	80—100	400—500	700
GaAs	90—120	450—600	1000

Здесь $r = R_d$ — сопротивление p - n -перехода, $C = C_d$ — его емкость, r_s — полное последовательное сопротивление потерь, складывающееся из сопротивления контактов и объемного сопротивления полупроводника, L_s — индуктивность проводников, соединяющих ТД с корпусом.

Удобно для сравнения различных ТД использовать отношение C/I_1 . (Принято использовать значение емкости, измеренное при напряжении U_2 .) Современные ТД имеют емкость от 0,1 до 5 пкФ

на 1 мА пикового тока. Отношение C/I_1 характеризует быстродействие или широкополосность схем на ТД.

3. Зависимость параметров ТД от режима работы. Индуктивность L_s , сопротивление потерь r_s практически не зависят от напряжения смещения и температуры, а параметры r и C изменяются в зависимости от напряжения смещения и температуры. Зависи-

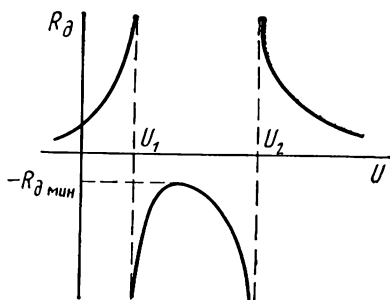


Рис. 3. Зависимость дифференциального сопротивления ТД от напряжения смещения

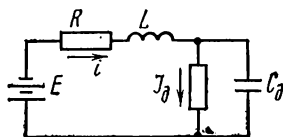


Рис. 4. Простейшая электрическая цепь с ТД

мость дифференциального сопротивления ТД от напряжения смещения показана на рис. 3. Рабочий интервал температур, в котором в-а характеристика ТД имеет участок с отрицательным наклоном, существенно зависит от материала, из которого изготовлен диод. Германиевые ТД могут работать от 4 до 380 К, кремниевые — до 400 К, ТД из арсенида галлия — до 600 К.

4. Положения равновесия в электрической цепи с ТД. Рассмотрим простейшую схему, в которой ТД включен последовательно с обычным сопротивлением R_0 и источником э.д.с. E (рис. 4). L — суммарная индуктивность цепи, $R=R_0+r_s$. Электрические процессы в этой цепи описываются уравнениями

$$L \frac{di}{dt} + iR + U - E = 0, \quad (1)$$

$$i = \frac{d}{dt}(CU) + I_d(U) \quad (2)$$

($I_d(U)$ — статическая в-а характеристика p — n -перехода ТД). Зависимость емкости C от напряжения, играющая принципиальную роль у параметрических диодов, не оказывает существенного влияния на свойства цепей с ТД, поскольку у последних преобладает влияние нелинейной проводимости. Поэтому в дальнейшем будем считать C постоянной. Тогда из (1) и (2) получим

$$LC \frac{d^2 U}{dt^2} + [RC + LI'_d(U)] \frac{dU}{dt} + U + RI_d(U) - E = 0. \quad (3)$$

Отсюда следует, что возможные положения равновесия в этой схеме определяются уравнением

$$I_{\partial}(U_0) = \frac{E - U_0}{R}. \quad (4)$$

На рис. 5 дано графическое решение этого уравнения при различных значениях R и E . В зависимости от R и E могут существовать либо одно положение равновесия (точки 4 и 5), либо три (точки 1, 2, 3). Устойчивость положения равновесия по отношению к малым возмущениям определяется свойствами корней характеристического уравнения, соответствующего (3). Согласно критерию Рауса — Гурвица, положение равновесия здесь будет устойчивым, если

$$RC + LI'_{\partial}(U_0) > 0, \quad 1 + RI'_{\partial}(U_0) > 0. \quad (5)$$

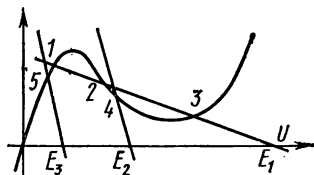


Рис. 5. Графическое определение положений равновесия в цепи с ТД

Положения равновесия в любой точке восходящих участков в-а характеристики ($I'_{\partial}(U_0) > 0$) всегда устойчивы по отношению к малым возмущениям. На падающем участке ($I'_{\partial}(U_0) < 0$) положение равновесия устойчиво только при достаточно малом R :

$$R < |I'_{\partial}(U_0)|^{-1} \equiv r(U_0) \quad (6)$$

и малой индуктивности

$$L < RrC, \quad (7)$$

r — модуль дифференциального сопротивления p — n -перехода. Если не выполнено (6), то рабочая точка, независимо от (7), будет находиться на одном из восходящих участков. Если же (6) выполнено, а (7) не выполнено, то в схеме возникнут автоколебания. Условие (6) называют условием устойчивости по постоянному току. Условие (7) — условие отсутствия автоколебаний. Индуктивность L , равную

$$L_{кр} = RrC, \quad (8)$$

называют критической индуктивностью.

5. Предельная частота ТД. При достаточно малых сигналах нелинейностью ТД можно пренебречь. При этом комплексное сопротивление ТД на падающем участке характеристики будет равно

$$Z_{\partial} = r_s - \frac{r}{1 + (\omega rC)^2} + j\omega \left(L_s - \frac{r^2 C}{1 + (\omega rC)^2} \right). \quad (9)$$

Когда $\text{Re}Z_{\partial} = 0$, ТД теряет свойства активного элемента. Частота, при которой $\text{Re}Z_{\partial} = 0$, называется предельной частотой ТД. Она равна

$$\omega_{пр} = \frac{1}{rC} \sqrt{\frac{r}{r_s} - 1}. \quad (10)$$

6. Усилители на ТД. Усилительные свойства ТД можно пояснить на примере простейшей схемы, изображенной на рис. 6, б. Если пренебречь реактивными параметрами, то для нее можно написать соотношение

$$(U_r + E_0)I = I^2 R + IU + I^2 R_i,$$

где $U = U(I)$ — напряжение на ТД (здесь удобнее использовать $U(I)$ вместо $I(U)$). Функцию $U(I)$ в малой окрестности точки U_0, I_0 будем считать линейной. Поскольку полный ток I в цепи

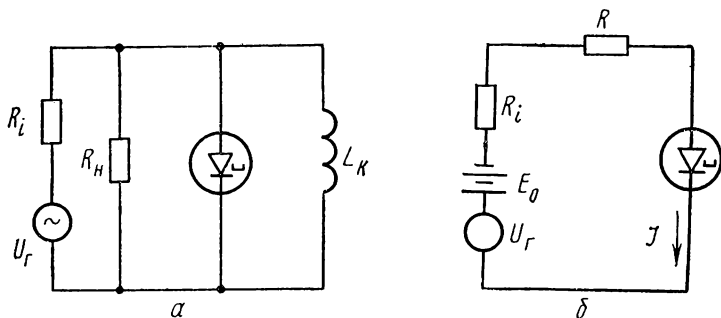


Рис. 6. Усилительная схема на ТД

складывается из постоянной (I_0) и переменной (i) составляющих, то уравнение баланса энергии в схеме рис. 6, б после усреднения за период примет вид

$$I_0 E_0 + \overline{i U_r} = I_0^2 R_n + \overline{i^2 R_n} + I_0 U(I_0) + \overline{i^2 U'}(I_0) + I_0^2 R_i + \overline{i^2 R_i},$$

где $I_0 U(I_0) + \overline{i^2 U'}(I_0)$ — полная мощность, рассеиваемая в ТД. Поскольку при линейном приближении наличие переменной составляющей сигнала не может влиять на величину постоянного тока I_0 , то величина $I_0 U(I_0)$ в процессе работы остается постоянной. Поэтому если рабочая точка выбрана на падающем участке характеристики, то при наличии переменной составляющей тока полная мощность, рассеиваемая в диоде, будет уменьшаться на величину $\overline{i^2 U'}(I_0)$. Эта избыточная мощность распределяется между нагрузкой и генератором.

Определение коэффициента усиления в схемах с ТД имеет некоторые особенности, связанные с тем, что у ТД нельзя разделить вход и выход. Следовательно, усилители на ТД не могут характеризоваться передаточным коэффициентом усиления, определяемым как отношение мощности выходного сигнала к мощности входного. В радиотехнике кроме передаточного коэффициента часто используется так называемый номинальный коэффициент усиления, равный отношению мощности сигнала в нагрузке усилителя к мощности, которую может отдать данный генератор сигнала в согласованную с его внутренним сопротивлением нагрузку.

Номинальный коэффициент усиления характеризует усилительные свойства схемы с учетом потерь на рассогласование. Поскольку такое определение коэффициента не требует знания мощности на входе активного элемента, оно пригодно и для усилителей на туннельных диодах.

Кроме номинального коэффициента при описании усилителей на ТД пользуются коэффициентом, определяемым как отношение мощности сигнала в нагрузке при включенном ТД к мощности в той же нагрузке при выключенном ТД. Этот коэффициент называется коэффициентом вносимого усиления. Номинальный коэффициент усиления K отличается от вносимого $K_{\text{в}}$

$$\frac{K}{K_{\text{в}}} = \frac{4R_i R_{\text{н}}}{(R_i + R_{\text{н}})^2},$$

R_i — внутреннее сопротивление генератора, $R_{\text{н}}$ — сопротивление нагрузки.

По своей конструкции усилители на ТД разделяются на усилители с прямым включением ТД, усилители бегущей волны, усилители проходного типа и усилители на отражении. Рассмотрим простую схему резонансного усилителя с прямым параллельным включением ТД.

Принципиальная схема усилителя (без цепи смещения) показана на рис. 6, а. Коэффициент вносимого усиления этого усилителя

$$K_{\text{в}} = |1 + R_{\text{н}}/Z_{12}|^{-2}, \quad (11)$$

где $R_{\text{н}} = \frac{R_{\text{н}} R_i}{R_{\text{н}} + R_i}$, а Z_{12} — сопротивление цепи справа от точек включения $R_{\text{н}}$.

Если $L_s \ll \frac{r^2 C}{1 + (\omega r C)^2}$, то влиянием индуктивности ТД можно пренебречь. В этом случае

$$\frac{1}{Z_{12}} = \frac{1}{j\omega L_{\text{к}}} + \left(r_s - \frac{r}{1 - j\omega r C} \right)^{-1}.$$

На резонансной частоте $\omega_{\text{р}}$, определяемой из условия $\text{Im} Z_{12} = 0$,

$$\frac{1}{Z_{12}} \approx - \left[1 - \left(\frac{\omega_{\text{р}}}{\omega_{\text{п}}} \right)^2 \right] r^{-1}.$$

Подставив это выражение в (11), получим коэффициент вносимого усиления на резонансной частоте

$$K_{\text{вп}} = \left\{ 1 - \frac{R_{\text{н}}}{r} \left[1 - \left(\frac{\omega_{\text{р}}}{\omega_{\text{п}}} \right)^2 \right] \right\}^{-2}. \quad (12)$$

Полоса усиливаемых частот такого усилителя равна

$$\Delta\omega = \frac{1}{R_{\text{н}} C K_{\text{вп}}^{1/2}}, \quad (13)$$

Используя (13) и (11), можно получить

$$\Delta\omega K_{\text{вр}}^{1/2} = \frac{1}{R_{\text{п}}C} = \frac{1 - (\omega_{\text{р}}/\omega_{\text{пр}})^2}{rC(1 - K_{\text{вр}}^{-1/2})}. \quad (14)$$

Произведение $\Delta\omega K_{\text{вр}}^{1/2}$ пропорционально I_1/C и убывает с увеличением рабочей частоты $\omega_{\text{р}}$. Когда $K_{\text{вр}} \gg 1$ и $\omega_{\text{р}} \ll \omega_{\text{пр}}$, соотношение (14) приближенно может быть записано в виде

$$\Delta\omega K_{\text{вр}}^{1/2} \approx (rC)^{-1}. \quad (14a)$$

7. Генераторы на ТД. Если в схеме с ТД выполнены условия устойчивости рабочей точки по постоянному току на падающем участке характеристики, но не выполнены условия устойчивости по переменному току, то в схеме возникнут автоколебания. Условия мягкого возбуждения автоколебаний в простейшей схеме генератора (рис. 4) имеют вид

$$R < r, \quad L > RrC. \quad (15)$$

Если рабочая точка не совпадает с точкой перегиба в-а характеристики, то генератор может иметь жесткий режим возбуждения.

В зависимости от соотношения параметров, колебания могут быть либо почти гармоническими, либо релаксационными. Определить теоретически форму колебаний можно методом фазовой плоскости [2].

Уравнение фазовых траекторий найдем из (1), (2):

$$\frac{di}{dU} = \frac{C}{L} \frac{E - iR - U}{i - I_{\partial}(U)}.$$

Предельный цикл можно найти, например, с помощью δ -метода [2]. На рис. 7 приведены предельные циклы при различных величинах отношения $L/L_{\text{кр}}$ ($1 - L = 1,1 L_{\text{кр}}$; $2 - L = 10 L_{\text{кр}}$; $3 - L = 100 L_{\text{кр}}$). На представленной фазовой плоскости координатами являются напряжение на емкости ТД и ток i через индуктивность. Скорость изменения напряжения

$$\frac{dU}{dt} = \frac{1}{C} (i - I_{\partial}(U)).$$

При релаксационных колебаниях на фазовом портрете имеются ярко выраженные участки быстрого и медленного движений. Период колебаний в этом случае практически равен общему времени медленных движений. В том случае, когда колебания близки к гармоническим, их амплитуду и частоту можно рассчитать одним из приближенных аналитических методов, используя степенную аппроксимацию в-а характеристики ТД [2].

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

1. Снятие статической в-а характеристики ТД на участках с положительным дифференциальным сопротивлением возможно путем прямого измерения тока и напряжения на ТД при любых параметрах измерительной цепи. Измерения на падающем участке в-а характеристики связаны с определенными трудностями, вызываемыми необходимостью выполнения условий устойчивости схемы. Если устойчивость по постоянному току достигается достаточно просто, то устойчивости по переменному току иногда добиться

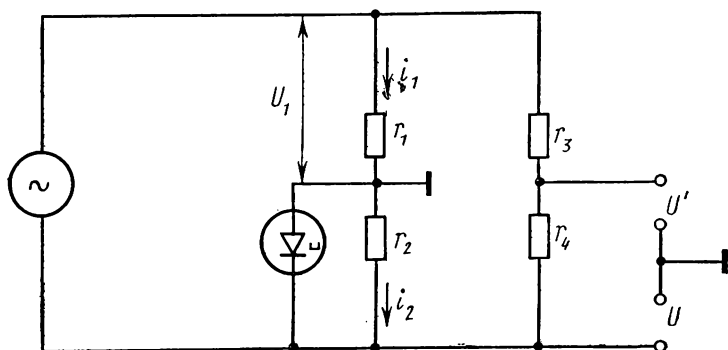


Рис. 8. Мостовая схема для снятия вольт-амперной характеристики ТД

ся вообще невозможно. В самом оптимальном случае максимальная величина индуктивности в цепи ТД может быть равна (см. (7)) $L_{кр} = r^2 C$. Если $r = 10$ Ом, $C = 10$ пкФ, то $L_{кр} = 10^{-10}$ Гн (кусоч провода длиной 0,3 см и диаметром 1 мм имеет индуктивность 10^{-9} Гн). В реальных случаях величина критической индуктивности всегда настолько мала, что непосредственное включение последовательно с ТД измерительного прибора приводит к возбуждению схемы. Чтобы стабилизировать схему, ТД приходится шунтировать «безындуктивным» сопротивлением, величина которого меньше модуля дифференциального сопротивления ТД. Если цепь диод — шунт сделать устойчивой, то по отношению к внешней схеме эта цепь будет иметь положительное сопротивление, и схема будет устойчивой при любых параметрах. Однако измеряемый ток будет равен не току через ТД, а сумме токов через ТД и шунтирующее сопротивление. Чтобы получить характеристику ТД, из общего тока нужно вычесть ток шунта.

Эта операция производится автоматически в процессе измерения с помощью мостовой схемы (рис. 8). Если мост сбалансировать, когда в одно из плеч включено только шунтирующее сопротивление, а ТД выключен, то после включения ТД напряжение в

измерительной диагонали будет пропорционально току через ТД. Действительно,

$$U' = U - \frac{U_1 + U_2}{r_3 + r_4} r_4 = - \left[U_1 - \frac{r_3}{r_1} U \right] \frac{r_4}{r_3 + r_4},$$

$$i_1 = \frac{U_1}{r_1}, \quad i_2 = \frac{U}{r_2},$$

откуда

$$I_\partial = i_1 - i_2 = \left[U_1 - \frac{r_1}{r_2} U \right] r_1^{-1},$$

а так как мост балансируется перед включением ТД, то $r_1/r_2 = r_3/r_4$. Следовательно,

$$U' = - \frac{r_1 r_4}{r_3 + r_4} I_\partial.$$

Для осциллографического наблюдения в-а характеристики на мост нужно подать переменное напряжение.

Мостовая схема позволяет производить непосредственные измерения дифференциального сопротивления ТД на всех участках характеристики. Для этого на мост кроме постоянного напряжения, обеспечивающего нужное смещение на ТД, подается переменное напряжение малой амплитуды. Частота этого напряжения выбирается такой, что можно пренебречь шунтирующим действием емкости ТД. Балансируя мост по переменному току находят дифференциальное сопротивление плеча, в которое включен ТД.

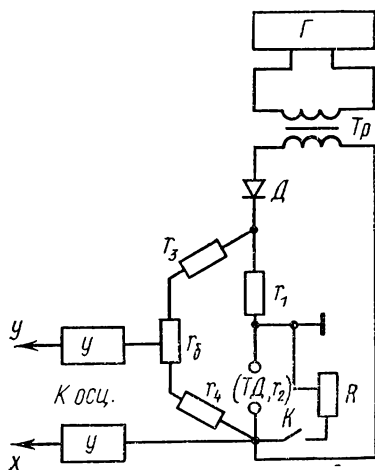


Рис. 9. Блок-схема характернографа: У — усилитель каналов осциллографа, Г — генератор

2. Характернограф (рис. 9). Основной его частью является мост, в одно плечо которого включается ТД и шунтирующее сопротивление. Питание моста осуществляется от генератора гармонических колебаний через трансформатор, что дает возможность «заземлить» один из концов измерительной диагонали моста. Выпрямительный диод обеспечивает однополярное напряжение питания. При двухполярном питании во время отрицательного напряжения на ТД сигнал на У во много раз больше, чем при положительном напряжении, что затрудняет наблюдение интересующей нас части характеристики. Сопротивление r_6 служит для ба-

ланирования моста по переменному току. Частота этого напряжения выбирается такой, что можно пренебречь шунтирующим действием емкости ТД. Балансируя мост по переменному току находят дифференциальное сопротивление плеча, в которое включен ТД.

лансировки моста, когда в гнезда «ТД» вставляется только шунтирующее сопротивление r_2 . С помощью переменного сопротивления R , включаемого параллельно ТД и r_2 , определяется минимальное значение модуля отрицательного сопротивления ТД (r_{\min}). Чтобы определить r_{\min} , нужно после получения на экране осциллографа в-а характеристики ТД ключом K включить R . После этого на экране будет наблюдаться характеристика ТД, шунтированного сопротивлением R . Когда $R = r_{\min}$, наблюдаемая характеристика

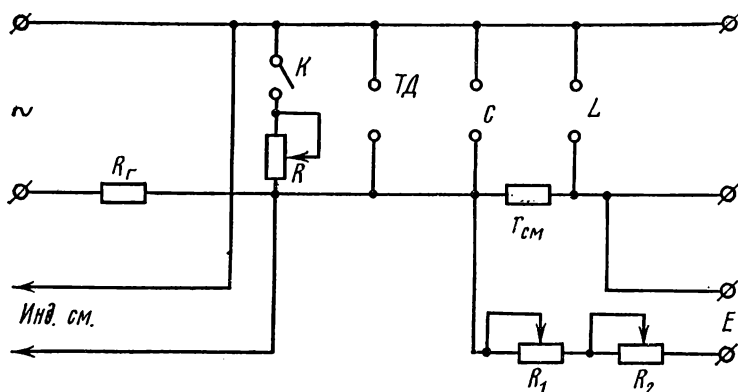


Рис. 10. Схема панели для сборки цепи резонансного усилителя на ТД

имеет небольшой горизонтальный участок и не имеет участков с отрицательным наклоном.

3. Резонансный усилитель и генератор собираются на панели, имеющей гнезда для включения ТД, C , L ; цепь смещения (r_{cm} , R_1 , R_2); переменное сопротивление R , включаемое параллельно ТД ключом K ; сопротивление R_r (рис. 10).

Относительно высокоомное сопротивление R_r (5 кОм), включенное последовательно с генератором сигнала, дает возможность подавать сигнал на усилитель от эквивалентного генератора с большим внутренним сопротивлением. При этом усилитель может иметь значительный коэффициент усиления даже в случае применения ТД с $r_{\min} > 100$ Ом (см. (12)). Стабилизация таких ТД значительно проще, чем стабилизация ТД с малым значением r_{\min} .

Монтажная схема усилителя (и генератора) должна быть выполнена так, чтобы не возникали паразитные колебания в цепях, соединяющих ТД с нагрузкой и емкостью контура. С этой целью ТД вставлен в специальный держатель, имеющий емкость в несколько тысяч пикофард. Это позволяет увеличить критическую индуктивность $L_{кр}$ до такой величины, что в качестве нагрузки

можно использовать обычное переменное сопротивление. Конструкция держателя должна быть такой, чтобы не возникали паразитные высокочастотные автоколебания внутри самого держателя. Простейшая из таких конструкций показана на рис. 11. Этот держатель образован толстыми металлическими пластинами, разделенными тонким слоем диэлектрика. В отверстие, проходящее через обе пластины, вставлен керамический конденсатор, выводы которого имеют контакт с разными пластинами держателя. Емкость такого держателя около 3000 пкФ. Отсутствие высокочастотных паразитных автоколебаний можно проверить, наблюдая на характериографе в-а характеристику ТД в держателе. Если в схеме возникают высокочастотные колебания, то на наблюдаемой характеристике появятся скачки тока.

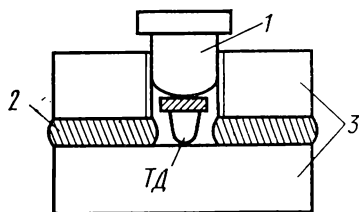


Рис. 11. Конструкция конденсатора для ТД: 1 — прижимной винт, 2 — слой диэлектрика, 3 — пластины конденсатора

4. Указания по методике наладки и исследования усилителя на ТД. Поскольку r сильно зависит от напряжения, то добиться стабильной работы

усилителя можно только при выполнении ряда условий:

- 1) рабочая точка ТД должна совпадать с точкой перегиба в-а характеристики;
- 2) амплитуда напряжения на ТД должна быть меньше 10 мВ;
- 2) сопротивление $R_{\Pi} = \frac{R_{\Pi} R_{\Gamma}}{R_{\Pi} + R_{\Gamma}}$ должно отличаться от r не больше чем на 10%.

Определить положение точки перегиба характеристики можно следующим образом. Собрать схему резонансного усилителя. Включить сопротивление R_{Π} и установить его значение таким, чтобы выполнялось неравенство $R_{\Pi} > r_{\text{мин}}$. Установить напряжение смещения в области падающего участка характеристики. В схеме должны возникнуть автоколебания. Затем следует осторожно уменьшить R_{Π} до срыва автоколебаний. При изменении смещения автоколебания возникнут вновь. Точка, в которой автоколебания будут возникать при минимальном значении R_{Π} , будет точкой, соответствующей минимальному значению r . Измерив это значение R_{Π} , можно вычислить R_{Π} , соответствующее границе устойчивости в этой точке.

При изучении усилителя напряжение на нагрузке при выключенном ТД может быть меньше 1 мВ. Если вольтметр не позволяет достаточно точно измерить это напряжение, то его можно задать с помощью аттенюатора, имеющегося в генераторе сигнала. Допустим, что вольтметр позволяет измерить 10 мВ. Установим это напряжение на нагрузке, а затем аттенюатором генератора уменьшим его в нужное число раз.

§ 4. Упражнения

1. Снятие статической в-а характеристики ТД и определение

$r_{\text{мин}}$.

1. Получить на характериографе в-а характеристику ТД. Зарисовать ее.
2. Проградуировать характериограф с помощью эталонного ТД и определить I_1 , U_1 , I_2 , U_2 , U_3 .
3. Измерить $r_{\text{мин}}$.

2. Изучение схемы резонансного усилителя.

1. Собрать схему резонансного усилителя, вставив в соответствующие гнезда на панели ТД конденсатор, индуктивность, сопротивление $r_{\text{см}}$; включить индикатор смещения, батарею смещения, милливольтметр.
2. Определить положение точки перегиба в-а характеристики.
3. Включить генератор сигнала. Регулируя R_n , получить максимально возможное устойчивое усиление. Снять частотную характеристику усилителя.

4. Исследовать экспериментально зависимость:

- а) вносимого коэффициента усиления K_v от амплитуды напряжения на нагрузке,
- б) K_v от сопротивления R_n ,
- в) K_v от напряжения смещения.

3. Изучение генератора релаксационных колебаний.

1. Изучить зависимость формы, периода повторения импульсов и скважности от смещения на ТД при фиксированном значении L .
2. Изучить зависимость формы, периода повторения и скважности от L при фиксированном смещении.

Качественно объяснить наблюдаемые явления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Моругин Л. А. Импульсные схемы на туннельных диодах. М., «Сов. радио», 1966.
2. Кэнингхэм В. Введение в теорию нелинейных систем. М.—Л., Госэнергоиздат, 1962.
3. СВЧ приборы и их применение. М., «Мир», 1972.

6. АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Экспериментально исследуется система с запаздывающей обратной связью в недовозбужденном режиме и в режиме автоколебаний.

§ 1. Введение

Все автоколебательные системы содержат элемент обратной связи. В большинстве случаев запаздыванием сигнала в цепи обратной связи можно пренебречь, поскольку оно не определяет условий самовозбуждения системы.

Существуют системы, в которых задержка сигнала цепью обратной связи является необходимым условием самовозбуждения. Системы подобного рода называются генераторами с запаздыванием. Системы с запаздыванием могут работать в режиме автоколебаний, синхронизации и в потенциально-автоколебательном режиме. Автоколебательные системы с запаздыванием могут быть релаксационными и осцилляторными. Генераторы с запаздыванием являются потенциально многочастотными и могут генерировать колебания различной формы — от синусоидальной до релаксационной.

Цель настоящей работы состоит в экспериментальном исследовании системы с запаздывающей обратной связью релаксационного типа в потенциально-автоколебательном и в автоколебательном режимах и изучении влияния начальных условий на форму и частоту автоколебаний.

§ 2. Теория

Система состоит из усилителя напряжения с нечетным числом каскадов и элемента задержки, соединяющего выход усилителя со входом. Наличие задержки в цепи обратной связи принципиально необходимо, так как без задержки устройство представляет собой усилитель с отрицательной обратной связью, т. е. не является колебательной системой. В реальных устройствах элемент задержки обладает дисперсией.

Простейшая схема генератора с запаздывающей обратной связью приведена на рис. 1. Здесь Y — широкополосный усилитель, выход которого соединен со входом согласованной линии задержки ЛЗ.

Пусть на входе усилителя (вход I) действует напряжение

$$U_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ U_0 & \text{при } t > 0. \end{cases}$$

Если предположить, что в состоянии покоя запас энергии в ЛЗ равен нулю, усилитель не имеет линейных искажений, обратная связь осуществляется только по каналу запаздывания, то система уравнений для системы рис. 1 имеет вид

$$\begin{aligned} U_2(t) &= \Phi[U_1(t)], \\ U_1(t) &= U_4(t) + U_0(t), \\ U_4(t) &= \int_0^t U_3(t - \tau) h(\tau) d\tau, \\ U_2(t) &= U_3(t), \end{aligned}$$

$h(t)$ — функция отклика, описывающая реакцию линии задержки (по напряжению в точке 4) на скачок напряжения в виде ступенчатой функции, поданной в момент $t=0$ в точке 3.

Эту систему уравнений можно свести к одному нелинейному интегральному уравнению для функции $U_1(t)$:

$$U_1(t) - U_0(t) = \int_0^t \Phi[U_1(t - \tau)] h(\tau) d\tau. \quad (1)$$

Для малого начального толчка допустима линейная аппроксимация функции Φ , т. е. можно положить, что

$$U_2(t) \approx A_0 + kU_1(t),$$

и получить линеаризованное уравнение

$$U_1(t) - U_0(t) = \int_0^t -kU_1(t - \tau) h(\tau) d\tau$$

(k — коэффициент усиления в рабочей точке), на основе которого можно провести анализ условий возбуждения автоколебаний. Возьмем в качестве элемента задержки искусственную линию из N звеньев LC , для которой в полосе прозрачности амплитудно-частотная характеристика — константа, а фазочастотная характеристика представляется функцией

$$\varphi(\omega) = 2N \arcsin \frac{\omega}{\omega_0},$$

ω_0 — верхняя граница полосы прозрачности.

Решение линеаризованной задачи получается в виде суммы «колебательных компонент» вида

$$a_m(t) \cos \omega_m t + b_m(t) \sin \omega_m t.$$

При определенном значении коэффициента усиления k возникает нарастающий колебательный процесс, при котором $a_m(t)$ и $b_m(t)$ монотонно растут, а ω_m образуют неэквидистантный спектр. Значения частот зависят от параметров элемента запаздывания и от коэффициента усиления усилителя. Неэквидистантность частот возбуждения связана с дисперсионными свойствами линии задержки (рис. 2).

Амплитудно-частотная характеристика замкнутой недовозбужденной системы (рис. 1) представляет собой чередующиеся области максимумов и минимумов амплитуд — области регенерации и дегенерации. Для частот, соответствующих максимумам, обратная связь положительная, а для частот, соответствующих минимумам, — отрицательна.

Расчет показывает, что скорость нарастания колебаний на каждой частоте возбуждения зависит от ширины соответствующей полосы регенерации. Для линии задержки, обладающей дисперсией, $\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$ монотонно растет с увеличением частоты (см. рис. 2), а области регенерации монотонно сужаются, т. е. скорость роста

колебательных компонент монотонно падает с увеличением их частоты. Преимущественный рост колебательной компоненты наименьшей частоты обусловлен наличием дисперсии элемента задержки.

Процесс формирования стационарного режима можно качественно представить следующим образом. После включения обрат-

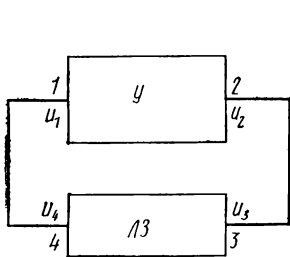


Рис. 1. Блок-схема генератора с запаздывающей обратной связью

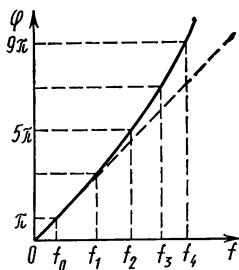


Рис. 2. Фазочастотные характеристики элемента задержки с учетом дисперсии (сплошная линия) и без учета дисперсии (пунктир)

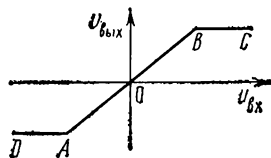


Рис. 3. Передаточная характеристика усилителя по амплитуде

ной связи флуктуации стимулируют нарастание колебаний всех мод, лежащих в полосе пропускания системы. Амплитуда первой моды, имеющая наибольшую скорость роста, ранее других воздействует через нелинейность усилителя на усиление всех последующих мод, уменьшая его; происходит «гашение» этих колебаний. Стационарные колебания при мягком возбуждении формируются из моды низшей частоты и ее гармоник, обусловленных нелинейностью.

Возбудить колебания какой-либо другой моды (с частотой f_n) можно за счет создания специальных начальных условий, обеспечивающих преимущественный рост колебаний с частотой f_n .

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Экспериментальная установка состоит из исследуемого генератора с запаздывающей обратной связью, осциллографа, генератора синусоидальных сигналов ГСС, генератора импульсов ГИ, катодного вольтметра КВ и универсального источника питания.

Осциллограф служит для изучения формы и частоты автоколебаний и для снятия фазочастотной характеристики элемента задержки.

Генератор синусоидальных колебаний используется при снятии амплитудно-частотной характеристики потенциально автоколебательной системы, а также для задания начальных условий при возбуждении автоколебаний.

С помощью генератора импульсов производится модуляция сигналов ГСС для получения радиоимпульсов требуемой длительности. Радиоимпульсы в качестве начальных условий подаются на вход генератора с задержкой для возбуждения колебаний различных мод. В качестве линии задержки используется естественная длинная линия (коаксиальный кабель, $l=400$ м, сопротивление 50 Ом).

Передаточная характеристика усилителя по амплитуде (рис. 3) симметрична. Наклон линейного участка (AB) можно менять, из-

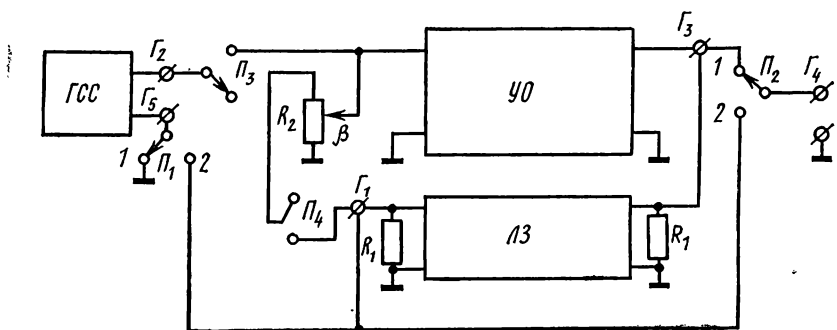


Рис. 4. Блок-схема экспериментальной установки

меня коэффициент передачи усилителя-ограничителя. На участках BC и CD начинается ограничение выходного сигнала.

Усилитель-ограничитель УО (рис. 4) содержит линейные усилительные каскады и диодный симметричный ограничитель.

Потенциометр R_2 позволяет плавно менять коэффициент обратной связи. Для согласования с усилителем на концах кабеля включены сопротивления $R_1 = \rho_{\text{волн}} = 50$ Ом.

Усилитель-ограничитель вносит сдвиг фаз $\Delta\varphi = \pi$ и собран в виде отдельного блока, на передней панели которого имеются гнезда Γ_1 — Γ_5 и переключатели Π_1 — Π_4 , с помощью которых обеспечивается необходимый режим работы. К гнездам Γ_1 , Γ_3 подключается ЛЗ. К гнезду Γ_4 подключается индикатор (вольтметр или осциллограф). С помощью Π_2 можно подключить индикатор либо к выходу усилителя, либо к концу линии задержки.

К гнездам Γ_2 , Γ_5 подключается ГСС.

Для включения его на вход усилителя служит Π_3 . С помощью Π_1 ГСС можно включать в цепь либо как генератор напряжения, либо как генератор тока.

§ 4. Упражнения

1. Снятие амплитудно-частотной характеристики разомкнутой системы. Разорвать цепь обратной связи и снять зависимость напряжения на выходе линии задержки от частоты внешнего сигнала на входе усилителя (рис. 5).

Для этого:

- 1) разомкнуть ключ Π_4 , тумблер переключателя Π_1 — поставить в положении «1», ключ Π_3 — в положении «вкл.», ключ Π_2 — в положении «2»;
- 2) коэффициент передачи установить максимальным;
- 3) концы кабеля подключить к Γ_1 , Γ_3 ;
- 4) к Γ_4 подключить катодный вольтметр;
- 5) на Γ_2 подать сигнал с ГСС;

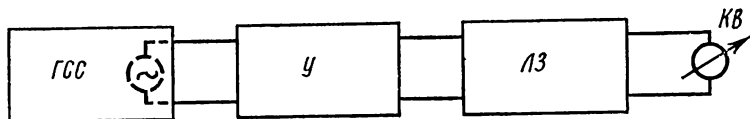


Рис. 5. Блок-схема для снятия амплитудно-частотной характеристики разомкнутой системы

6) изменяя частоту входного сигнала в пределах от 50 кГц до 1,5 мГц, снять по точкам амплитудно-частотную характеристику разомкнутой системы ;

7) полученную зависимость представить в виде графика.

2. Снятие фазочастотной характеристики ЛЗ. Для снятия фазочастотной характеристики ЛЗ по схеме, приведенной на рис. 6, необходимо:

1) подключить концы линии задержки к выходу ГСС и к пластинам X осциллографа; к пластинам Y осциллографа подключить непосредственно выход ГСС;

2) по фигурам Лиссажу на экране осциллографа снять фазочастотную характеристику линии задержки (удобно фиксировать точки со сдвигом фаз $\Delta\varphi = k\pi$, где $k=0, 1, 2$, эллипс в этом случае вырождается в прямую линию);

3) результаты измерения представить графически, в виде зависимости $\Delta\varphi(f)$.

3. Снятие амплитудно-частотной характеристики замкнутой недовозбужденной системы. Снять амплитудно-частотную характеристику системы при заданной степени регенерации по схеме рис. 7.

Для этого:

1) выключить внешний генератор синусоидальных сигналов. Ключ Π_3 поставить в положение «вкл.»;

2) замкнуть цепь обратной связи, для чего замкнуть ключ Π_4 , а тумблер переключателя Π_2 перевести в положение «1», тумблер переключателя Π_1 — в положение «2»;

3) к выходу усилителя, т. е. к гнезду Γ_4 , подключить осциллограф;

4) плавно увеличивая коэффициент обратной связи β (потенциометр R_2), определить по моменту возникновения автоколебаний значение $(\beta k)_{кр}$.

5) установить коэффициент обратной связи β вблизи возбуждения (соблюдение условия $\beta k < (\beta k)_{кр}$ проверить по отсутствию автоколебаний в схеме);

6) вместо осциллографа к гнезду Γ_4 подключить катодный вольтметр;

7) подключить ГСС, переведя Π_3 в положение «вкл.»;

8) снять амплитудно-частотную характеристику замкнутой недовозбужденной системы ($U_{\text{сигн}} \approx 0,5 \div 5 \text{ мВ}$; $50 \text{ кГц} < f_{\text{сигн}} < 1,5 \text{ МГц}$);

9) сопоставить полученные результаты с результатами упр. 1, 2.

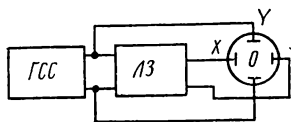


Рис. 6. Блок-схема для снятия фазочастотной характеристики элемента задержки

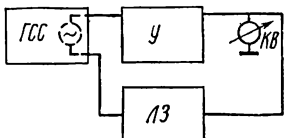


Рис. 7. Блок-схема для снятия амплитудно-частотной характеристики потенциально автоколебательной системы

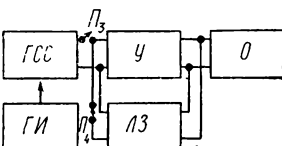


Рис. 8. Блок-схема для исследования системы в режиме автоколебаний

4. Изучение системы в режиме автоколебаний. В данном упражнении изучаются характеристики автоколебаний и исследуется возможность существования различных мод в зависимости от начальных условий. Схема включения приведена на рис. 8.

1. Замкнуть Π_4 , тумблер переключателя Π_1 — в положении «1», ключ Π_3 — в положении «выкл.», Π_2 — в положении «1».

2. Плавно увеличивая коэффициент обратной связи от минимального значения, наблюдать установление автоколебаний на основной моде.

3. Зарисовать форму автоколебаний при трех значениях βk : близком к $(\beta k)_{кр}$, равном $(\beta k)_{макс}$ и при некотором промежуточном значении.

Определить частоту автоколебаний либо с помощью меток времени, либо по фигурам Лиссажу.

4. Установить на выходе ГСС сигнал с частотой, соответствующей второму резонансному всплеску амплитудно-частотной характеристики замкнутой недовозбужденной системы. Этот сигнал задаст начальные условия.

5. Подать сигнал на вход исследуемой системы — перевести ключ Π_3 в положение «вкл.» на время $t \gg t_{\text{задержки}}$.

6. Перевести ключ Π_3 в положение «выкл.» и наблюдать автоколебания на второй моде. Измерить частоту автоколебаний.

Если после отключения сигнала генератора произошел срыв частоты автоколебаний исследуемой системы на первую моду, то необходимо слегка изменить частоту сигнала генератора и повторить операции п. 4—6.

7. Зарисовать форму автоколебаний на второй моде.

8. Плавным уменьшением коэффициента обратной связи добиться срыва частоты колебаний со второй моды на первую. Увеличивая вновь коэффициент обратной связи, убедиться в том, что вторая мода самостоятельно не возбуждается.

9. Повторить операции п. 4—8 с тем отличием, что частота сигнала генератора синусоидальных сигналов должна соответствовать третьему резонансному всплеску амплитудно-частотной характеристики недовозбужденной замкнутой системы, и возбуждаться будет соответственно третья мода. Измерить частоту автоколебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рубаник В. П. Колебания квазилинейных систем с запаздыванием. М., «Наука», 1969.
2. Азьян Ю. М., Мигулин В. В. Об автоколебаниях в системе с запаздывающей обратной связью. — «Радиотехника и электроника», 1, вып. 4, 1956.

IV. АКУСТИКА

1. ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА ФАЗОВЫМ МЕТОДОМ

Измеряется фазовая скорость звука в воде и твердых телах.

§ 1. Введение

Акустические волны с частотами от 20 до 20 000 Гц относятся к звуковым волнам. Диапазону частот от 20 000 до 10^9 Гц соответствуют ультразвуковые волны, выше которых лежит область гиперзвуковых волн.

Теория распространения механических (акустических) волн в жидкостях и газах, базирующаяся на основных уравнениях гидродинамики, по существу одинакова для звуков различных частот [1—3].

Одной из важнейших акустических величин является фазовая скорость распространения звуковой волны (скорость звука). Вместе с линейными размерами тела скорость звука определяет собственные частоты его колебаний; использование гидролокации для измерения расстояний до отражающего объекта возможно только в том случае, если известна скорость звука в воде; зная скорость звука и плотность жидкой или газообразной среды, можно вычислить ее адиабатический модуль объемной упругости, а в безграничной твердой среде — упругий модуль $\lambda + 2\mu$ (λ и μ — упругие константы Ламэ); во многих случаях измерение скорости звука позволяет с большой точностью определить процентный состав двухкомпонентных смесей и т. д.

При распространении в некоторых жидкостях ультразвуковых волн достаточно высоких частот (10^6 — 70^7 Гц) наличие вязкости и теплопроводности приводит к значительному поглощению энергии. На очень высоких ультразвуковых частотах, когда период колебаний близок ко времени релаксации, энергия лишь частично успевает передаваться внутренним степеням свободы, что приводит к дисперсии (зависимости скорости звука от частоты) и сильному поглощению звука.

Для низких и средних ультразвуковых частот в жидкостях со значительной степенью приближения процесс распространения звуковых волн возможно считать адиабатическим и рассматривать жидкую среду как не имеющую дисперсии и потерь. Это позволяет при выводе уравнений распространения звуковых волн в воде рассматривать ее с хорошим приближением как идеальную жидкость.

Данная работа посвящена изучению фазового метода измерения скорости звука, основанного на измерении разности фаз звуковых колебаний в различных точках бегущей волны.

В работе используются три способа измерения скорости звука c . Два — для измерения скорости в жидкости (воде), третий — для измерения скорости в твердых телах.

В первом способе перемещением приемника измеряется длина звуковой волны λ в воде. Частота f считается известной и скорость рассчитывается по формуле.

$$c = \lambda f. \quad (1)$$

Во втором способе расстояние между приемником и излучателем фиксировано, изменяется частота и в связи с этим число длин волн, укладывающихся между излучателем и приемником. На основе этих данных вычисляется среднее значение скорости на интервале изменения частоты.

Третий способ предназначен для измерения скорости звука в некоторых твердых веществах. Он основан на компенсации фазового сдвига, возникающего в звуковом пучке при внесении в него слоя твердого вещества. Твердый слой погружается в воду и располагается перпендикулярно звуковому пучку. Излучатель и приемник находятся по разные стороны от слоя, поэтому приемник находится в поле волны, прошедшей сквозь слой. Если слой удалить, фаза колебаний в приемнике несколько изменится. Суть компенсации состоит в том, что приемник перемещается в новое положение, чтобы восстановить прежнее значение фазы. Зная плотность материала, частоту, толщину слоя, скорость звука в воде и величину компенсирующего перемещения, можно найти скорость звука в материале. Такой способ измерения скорости звука пригоден не для каждого материала. Слой должен быть прозрачен для звука, что имеет место только при близких значениях величины ρc (ρ — плотность, c — скорость звука) для материала и воды.

§ 2. Теория

1. Волновое уравнение. В работе звуковое поле в воде создается с помощью пьезокварцевого излучателя и имеет вид расходящегося звукового пучка. Однако расширение пучка с удалением от излучателя происходит медленно ввиду того, что диаметр излучателя во много раз превосходит длину волны в воде на рабочих частотах (при таком соотношении размеров излучателя и длины волны получается очень острая характеристика направленности). Поэтому вблизи оси звукового пучка (где как раз и производятся измерения) можно пользоваться одномерным волновым уравнени-

ем для звукового давления p , считая, что весь процесс зависит от одной лишь продольной координаты x :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}. \quad (2)$$

Уравнение такого же вида справедливо для колебательной скорости v .

В жидкостях и газах распространяются только продольные звуковые волны, поэтому вместо вектора \mathbf{v} в волновое уравнение войдет алгебраическая величина $v_x = v$. Уравнение (2) и соответствующее уравнение для v имеют решения в виде двух плоских однородных волн, бегущих в положительном и отрицательном направлениях оси x . В частном случае — монохроматической волне, бегущей в положительном направлении, $p = p_1 e^{i(\omega t - kx)}$, $v = v_1 e^{i(\omega t - kx)}$, где $\omega = 2\pi f$, $k = \omega/c$.

Уравнение гидродинамики [1—3] связывает волны скорости и давления:

$$\omega v = k p. \quad (3)$$

Отношение $p/v = \omega \rho / k = \rho c$ — действительная величина (скорость c действительна при отсутствии потерь в среде), называемая волновым сопротивлением среды. Такое простое соотношение между давлением и колебательной скоростью имеет место только в плоской однородной (т. е. с одинаковой по фронту амплитудой) волне, где давление и скорость всегда синфазны. В волне, бегущей в отрицательном направлении оси x , отношение p/v равно $-\rho c$.

Волновое сопротивление является одной из важнейших акустических характеристик среды. Оно представляет собой активное сопротивление, на котором рассеивается удельная акустическая мощность, т. е. энергия, уносимая звуковой волной за 1 с через 1 см². В системе СГС при температуре 20° для воздуха $\rho c = 41$, для воды $\rho c = 1,48 \cdot 10^5$.

2. Прохождение звука через твердый слой. Фронт волны считаем параллельным границам слоя. При нормальном падении в слое возникает продольная волна. Во внешней среде со стороны первой границы слоя существуют падающая и отраженная волны, в слое — волны, бегущие в обе стороны, а во внешней среде со стороны второй границы слоя — только уходящая волна. В жидкой среде с плотностью ρ и скоростью c волна частоты ω падает на слой плотностью ρ_1 и скоростью звука c_1 (рис. 1). Толщину слоя обозначим через l .

Волны в разных областях связаны граничными условиями: по обе стороны каждой границы слоя равны давления и колебательные скорости. Обозначим комплексные амплитуды давления в этих волнах через \tilde{p}_1 и \tilde{p}_2 для внешней среды перед слоем, \tilde{p}_2 и \tilde{p}_2 — внутри слоя и \tilde{p}_3 — для внешней среды за слоем (рис. 1). Полагая, что первая граница расположена при $x=0$, а

вторая — при $x=l$, используя (3), запишем граничные условия через комплексные амплитуды:

$$\begin{aligned}\tilde{p}_1' + \tilde{p}_1'' &= \tilde{p}_2' + \tilde{p}_2'', \\ \tilde{p}_1' - \tilde{p}_1'' &= (\tilde{p}_2' - \tilde{p}_2'') \frac{\rho c}{\rho_1 c_1}, \\ \tilde{p}_2' e^{-ik_1 l} + \tilde{p}_2'' e^{ik_1 l} &= \tilde{p}_3' e^{-ik_1 l}, \\ \frac{\rho c}{\rho_1 c_1} (\tilde{p}_2' e^{-ik_1 l} - \tilde{p}_2'' e^{ik_1 l}) &= \tilde{p}_3' e^{-ik_1 l}.\end{aligned}\quad (4)$$

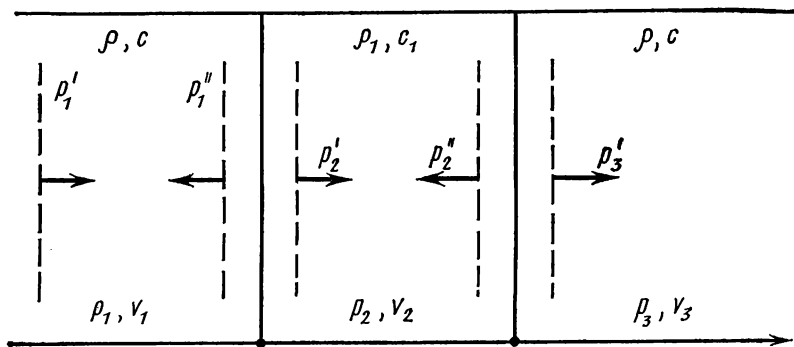


Рис. 1. Прохождение плоской волны через слой

Здесь $k_1 = \omega/c_1$ — волновое число для слоя. При отсутствии инородного слоя $\tilde{p}_1' = \tilde{p}_3'$. Если область $0-l$ занята инородным слоем, то $\tilde{p}_1' \neq \tilde{p}_3'$ (рис. 1). Разрешая систему (4) относительно $\tilde{p}_3'/\tilde{p}_1' = \omega e^{i\Delta\Phi}$, найдем, что фазовый сдвиг прошедшей волны относительно падающей

$$\Delta\Phi = kl - \varepsilon, \quad (5)$$

где

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{1}{2} \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right) \operatorname{tg} k_1 l, \quad \alpha = \frac{\rho c}{\rho_1 c_1}.$$

В действительной форме

$$p_3' = \omega p_1' \cos(\omega t - kx + kl - \varepsilon). \quad (5a)$$

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

1. Экспериментальная установка (рис. 2) представляет собой ванну (В), наполненную водой, с источником ультразвука — пьезокварцевой пластинкой (ПК) и приемником (П); изготовленным из кристалла сегнетовой соли. Излучающая пьезокварцевая пла-

стинка укреплена в торцевой стенке ванны и при подаче на нее переменного электрического напряжения создает в воде ультразвуковую волну, бегущую к противоположному концу ванны. С этой стороны ванна имеет сложную изогнутую форму, рассчитанную таким образом, что волна попадает в клинообразную часть ванны и вследствие многократных отражений постепенно затухает.

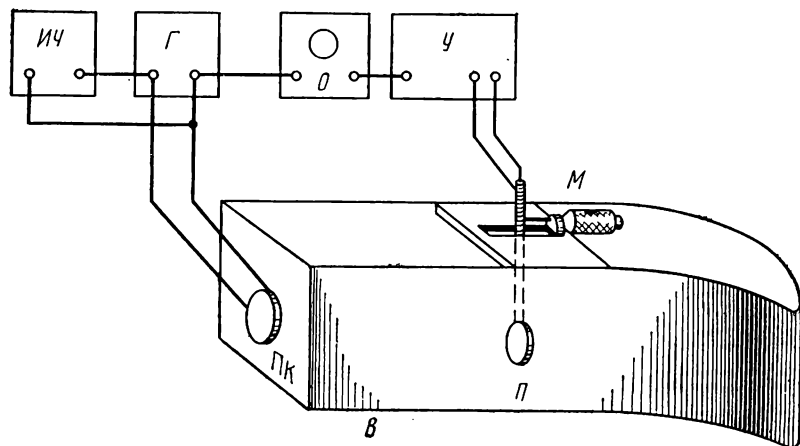


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

С целью более быстрого затухания заглушающая часть ванны покрыта слоем резины.

Приемник опускается в воду через прорезь в крышке ванны и зажимается держателем. С помощью микрометрического винта (М) вместе с держателем приемник может перемещаться вдоль звукового пучка. Скорость звука в воде зависит от температуры. Для ее измерения предусмотрен термометр (на рис. 2 не указан).

Установка содержит генератор (Г) электрических колебаний ультразвуковых частот, усилитель (У) электрических сигналов, осциллограф (О) и измеритель частоты, или частотомер, (ИЧ) электрических колебаний. Электрический сигнал генератора подается на излучающую пьезокварцевую пластинку, на частотомер и на горизонтальноотклоняющие пластины осциллографа. Выходное напряжение с приемника подается на усилитель, а с усилителя на вертикально отклоняющие пластины осциллографа.

На экране осциллографа возникает фигура Лиссажу в виде эллипса, соотношение осей которого зависит от разности фаз между напряжениями на пластинах. При разности фаз в 0 и 180° эллипсы вырождаются в прямые (рис. 3). Разность фаз сигналов непосредственно на отклоняющих пластинах осциллографа складывается из фазовых сдвигов в каналах усиления осциллографа,

в излучателе (при преобразовании электрического сигнала в акустический), при движении акустической волны от излучателя до приемника, в приемнике (при преобразовании акустического сигнала в электрический) и при прохождении сигнала через усилитель. Перемещением приемника мы изменяем только набег фазы, возникающий за счет движения акустической волны в среде от излучателя к приемнику. Остальные скачки фазы при этом не меняются. Поэтому смена картин на экране осциллографа позволяет с точностью до аддитивной константы исследовать распределение фазовых сдвигов колебаний частиц среды в звуковой волне

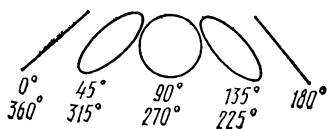


Рис. 3. Фигуры Лиссажу для различных фазовых сдвигов

относительно колебательного процесса, определяемого выходным напряжением генератора.

По трассе перемещения приемника звуковое поле представляет собой практически плоскую волну. Размеры приемника превышают длину волны, и он искажает звуковое поле в своей окрестности. Его показания будут результатом некоторого усреднения давления по поверхности приемника. В то же время следует учитывать, что при измерениях (упр. 1 и 3) приемник перемещается вдоль луча плоской волны и в любом месте искажает поле в своей окрестности одинаковым образом. Не зависит от координаты приемника и характер усреднения поля по его поверхности. Вследствие этих двух причин, а также из-за постоянства фазовых скачков в излучателе и приемнике можно считать, что разность фаз электрических колебаний на клеммах генератора и приемника линейно возрастает с удалением приемника от излучателя так же, как при использовании точечного приемника (т. е. имеющего размеры, много меньшие длины волны), не искажающего поле и измеряющего звуковое давление в той точке, где он находится. Следовательно, перемещение приемника на длину волны приводит к тому, что на экране осциллографа сменяется полный цикл фигур Лиссажу.

Диапазон рабочих частот установки определяется полосой частот, эффективно излучаемых в воду пластинкой кварца. Этот диапазон расположен возле частоты механического резонанса пластинки $f_{\text{кв}} = c_{\text{кв}}/2l$ (l — толщина пластинки, $c_{\text{кв}} = 5760$ м/с). В воздухе полоса эффективного излучения кварца весьма узка, но при нагружении его на водную среду она существенно расширяется.

Расширение резонансной кривой кварца объясняется уменьшением его добротности за счет потерь энергии на излучение. Теряемая кварцевой пластинкой мощность пропорциональна $S\rho c$, где S — площадь излучателя, а ρc — волновое сопротивление воды.

Фазовый метод позволяет измерить скорость звука с высокой точностью (ошибка составляет доли процента). Во всех трех

упражнениях измеряются частота, перемещения приемника, фиксируется прямолинейность фигуры Лиссажу.

Частота определяется с помощью цифрового измерителя частоты с пятью значащими цифрами. Ошибка в определении частоты практически не отражается на точности окончательного результата.

Длина волны определяется микрометром, цена деления которого 0,01 мм. Относительная ошибка здесь больше, чем при измерении частоты, но может быть уменьшена, если измерить длину отрезка в несколько длин волн.

Основная погрешность в определении λ связана с фиксацией прямолинейной фигуры Лиссажу. Ошибка определяется толщиной линии на экране и достигает 5° . Это приводит к относительной ошибке примерно в 1,5%. Ошибка удваивается за счет того, что прямую надо фиксировать дважды, но она уменьшается во столько раз, на сколько длин волн смещается приемник в данном опыте.

Относительная ошибка определения скорости звука при однократном измерении отрезка в n длин волн равна

$$\frac{\delta c}{c} = \frac{1}{n} 3\%.$$

Многократное повторение измерений приводит к дальнейшему уменьшению ошибки: $\frac{\delta c}{c} = \frac{1}{mn} 3\%$, где m — число измерений.

Несколько иначе обстоит дело с измерениями при неподвижном приемнике и переменной частоте (упр. 2). В этом случае сохраняются погрешности измерения длины и фиксации прямолинейной фигуры Лиссажу. В то же время возникает дополнительная погрешность, не поддающаяся количественному учету. Источниками этой погрешности являются искажение поля плоской волны приемником и интегральный характер реакции приемника на воздействие звуковой волны. Оба этих фактора могут существенно меняться с частотой. Их количественный учет здесь не проводится. Сам же способ следует считать для нашей задачи оценок.

2. Способ, основанный на перемещении приемника. Отсчет перемещения приемника начинается с фигуры, имеющей вид прямой линии. Перемещая приемник на несколько длин волн, находим среднюю длину волны λ . Скорость вычисляется по формуле (1). Измерение отрезков в одну длину волны необходимо в тех случаях, когда надо убедиться в отсутствии отраженных волн.

Поле отраженных от «заглушки» волн имеет сложную форму и в разных местах по-разному искажает поле падающей волны. Поэтому при наличии отраженных волн длины волн, измеренные на разных участках трассы приемника, должны быть различны.

3. Способ, основанный на изменении частоты. Пусть при некоторой частоте f_1 на расстоянии L между излучателем и приемником укладывается некоторое число m волн длиной λ_1 . Увеличим частоту до f_2 — настолько, чтобы фигура Лиссажу сделала n пол-

ных оборотов, число которых мы можем отсчитать. Следовательно, при этой частоте на расстоянии L укладывается $(m+n)$ длин волн λ_2 . Считая, что скорость звука c для частот f_1 и f_2 одинакова, получим систему уравнений

$$m\lambda_1 = (m+n)\lambda_2 = L,$$

$$\lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 = c,$$

откуда

$$c = L(f_2 - f_1)/n.$$

Таким образом, зная расстояние между излучателем и приемником и измерив разность частот $\Delta f = f_2 - f_1$, которой соответствует n полных оборотов фигуры Лиссажу, можно вычислить скорость звука.

Трудность определения c по полученной формуле состоит в том, что необходимо знать L . Эту величину можно исключить, если указанные измерения проводить дважды на разных расстояниях L_1 и L_2 от излучателя. Окончательная формула в этом случае имеет вид

$$c = \frac{\Delta x}{n_1/\Delta f_1 - n_2/\Delta f_2}, \quad (6)$$

где $\Delta x = L_1 - L_2$ (измеряется микрометром).

Изменение частоты может производиться как в сторону ее увеличения, так и в сторону уменьшения, поэтому начальную частоту можно выбирать вблизи любого края диапазона рабочих частот. Затем частота изменяется в сторону противоположного края диапазона, причем фигура Лиссажу должна совершить целое число полных циклов. Та же процедура повторяется при другом положении приемника (выбирается то направление перемещения, при котором люфт микрометра скомпенсирован).

4. Компенсационный способ измерения скорости звука в твердых телах. Тонкая пластинка из исследуемого материала (плексиглас, гетинакс, целлулоид) помещается в воду перед приемником перпендикулярно оси звукового пучка. После помещения пластинки устанавливается (изменением частоты или передвижением приемника) прямая наклонная линия на экране осциллографа. Затем пластинку удаляют и производят компенсацию возникшей разности фаз перемещением приемника. Нижняя часть пластинки имеет форму клина, поэтому, вынимая пластинку, можно проследить, в каком направлении происходит поворот фигуры Лиссажу. Толщина пластинки такова, что угол поворота не превосходит $\pi/2$. Компенсирующее перемещение приемника должно быть направлено так, чтобы изображение на экране кратчайшим путем снова перешло в прямую с тем же наклоном.

Считаем, что пластинка тоньше, чем $\lambda_1/2$, где λ_1 — длина продольной упругой волны в материале пластинки. Скорость продоль-

ных волн круговой частоты ω в этой пластинке можно определить следующим образом.

Пусть толщина пластинки l , а длина волны в воде λ . Обозначая через Δx смещение приемника при компенсации, с помощью формулы (5) найдем, что изменение фазы $\Delta\varphi$ за счет внесения пластинки (в прошедшей волне) определяется соотношением:

$$\Delta\varphi = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x.$$

Поскольку $\Delta\varphi = kl - \varepsilon$, для определения скорости звука c_1 в слое получаем уравнение

$$k\Delta x = -\arctg \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\rho_1 c_1}{\rho c} + \frac{\rho c}{\rho_1 c_1} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{\omega}{c_1} l \right) \right] + kl.$$

При известных значениях l , Δx , ω , ρ_1 , c это уравнение решается графически относительно c_1 . Для этого запишем уравнение в форме

$$2 \operatorname{tg} k(l - \Delta x) = \left(\frac{\rho_1 c_1}{\rho c} + \frac{\rho c}{\rho_1 c_1} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{\omega}{c_1} l \right). \quad (7)$$

Поскольку толщина пластинки меньше, чем $\lambda_1/2$, то $\omega l/c_1 < \pi$, и $\omega l/\pi < c_1$. Таким образом, достаточно рассмотреть область $\omega l/\pi < c_1 < \infty$ или для $1/c_1$ область $0 < 1/c_1 < \pi/\omega l$. В этой области правая часть (7) имеет один разрыв, соответствующий $\omega l/c_1 = \pi/2$, и не более одного раза пересекается с горизонтальной прямой (левая часть явно от c_1 не зависит и изображается горизонтальной прямой, пересечение которой с графиком правой части дает искомое значение c_1). Плотность материалов, подлежащих исследованию, не намного превышает плотность воды. Условием хорошего проникновения звуковой волны через пластинку (что необходимо для уверенного измерения величины Δx) является близость волновых сопротивлений воды и материала пластинки. Скорость звука c_1 не должна слишком сильно отличаться от c . На самом деле скорости звука во всех исследуемых материалах больше, чем скорость в воде, но превышают ее не более чем в 2,5 раза. Это позволяет задать область изменения c_1 от $1,5 \cdot 10^3$ до $3,8 \cdot 10^3$ м/с.

Несколько проще проводить построения, если аргумент тангенса выражать в обычной радианной мере \tilde{n} (при этом значения тангенса берутся из таблиц без предварительного вычисления аргумента), тогда $c_1 = \frac{\omega}{\tilde{n}} l$ и $\frac{\rho c}{\rho_1 c_1} = \frac{\rho c \tilde{n}}{\rho_1 \omega l}$. С учетом указанного

диапазона возможных значений c_1 получим $\frac{\omega l}{1,5} 10^{-3} > \tilde{n} > \frac{\omega l}{3,8} 10^{-3}$ (где l измерено в метрах). Суть этого приема за-

ключается в том, что облегчается построение тангенсоиды, а построение графика другого сомножителя не усложняется.

Наибольшая потеря точности в определении c_1 имеет место при больших скоростях звука в твердом теле. Причина этого в том, что при малых $1/c_1$ график функции почти параллелен прямой, соответствующей левой части (7), и точка их пересечения определяется с большой ошибкой. В этом случае целесообразно находить c_1 в два приема: сначала приближенно по полному графику правой части (7), а затем более точно с использованием лишь той части графика, которая лежит в окрестности первоначально найденной точки пересечения. Для этой части графика следует использовать укрупненный масштаб по оси ординат. Увеличивать масштаб имеет смысл до тех пор, пока ошибка графического определения c_1 не станет много меньше, чем ошибка, возникающая за счет приближенного определения исходных величин.

§ 4. Упражнения

1. Определение скорости звука в воде способом перемещения приемника. Рабочая частота генератора выбирается в диапазоне 650—750 кГц. Перемещением приемника устанавливается прямолинейная фигура Лиссажу с таким расчетом, чтобы дальнейшее перемещение приемника происходило в ту же сторону (этим исключается люфт микрометра), затем измеряется длина отрезка, содержащего несколько длин волн. Следует убедиться в отсутствии отраженных волн. Для этого измеряется отдельно длина каждого отрезка, разность фаз на котором изменяется на 2π . При остальных измерениях следует определять сразу длину всего отрезка, соответствующего сдвигу фазы на $2\pi n$ (n — число длин волн на отрезке).

На каждой рабочей частоте производится не менее десяти измерений длины отрезка, содержащего n длин волн, вычисляется средняя длина волны, затем по формуле (1) — скорость звука. Погрешность результата находится по формуле, приведенной в п. 1 § 3. Всего в диапазоне 650—750 кГц выбираются три рабочие частоты.

2. Определение скорости звука в воде способом изменения частоты. Частота генератора устанавливается вблизи края рабочего диапазона, затем приемник перемещается до появления на экране прямой линии. После этого частота изменяется так, чтобы фигура Лиссажу прошла несколько полных циклов и снова приняла форму прямой линии. При этом определяются n_1 и Δf_1 . В новое положение приемник сдвигается в том же направлении, что и при установлении прямолинейной фигуры Лиссажу. Смещение приемника Δx , определяемые вслед за этим n_2 и Δf_2 вместе с найденными ранее n_1 и Δf_1 подставляются в формулу (6).

Такие измерения проводятся не менее десяти раз при различных значениях Δx , ошибка результата вычисляется без учета погрешности, возникающей за счет искажения поля приемником (т. е. определяется ошибка результата, который может быть получен с помощью точечного приемника).

3. Определение скорости звука в твердых телах способом компенсации. Пластинка исследуемого материала через специальную прорезь в крышке ванны опускается в воду. После этого необходимо выждать некоторое время для уравнивания температур воды и пластинки. Затем перемещением приемника устанавливается фигура Лиссажу в виде прямой линии, после чего пластинку следует вынуть и убедиться при этом, что угол поворота фигуры не превосходит $\pi/2$. Компенсирующее перемещение Δx отсчитывается по микрометру.

Помимо измеренной величины Δx считаются известными скорость звука c в воде (используется среднее значение, найденное в упр. 1), рабочая частота f (определяется по частотомеру), плотность и толщина пластинки (эти величины приведены в таблице, прилагаемой к набору пластинок). Входящие в уравнение (7) величины k и ω вычисляются по известным f и c , затем уравнение решается графически.

Предлагается следующая схема обработки экспериментальных результатов в этом упражнении:

1. Строится график правой части (7) в функции c_1 или \tilde{n} для значений c_1 , изменяющихся через 100 м/с от $1,5 \cdot 10^3$ до $3,8 \cdot 10^3$ м/с. Решение находится по пересечению графика с горизонтальной прямой, ордината которой равна левой части (7).

2. Вычисляется ошибка результата.

3. Если эта ошибка может быть существенно уменьшена использованием более крупномасштабного графика, то графическое решение уравнения проводится еще раз, причем график строится только в окрестности уже найденного значения c_1 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрелков С. П. Механика. М., «Наука», 1975.
2. Исакович М. А. Общая акустика. М., «Наука», 1973, с. 123—138.
3. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука. Изд-во Моск. ун-та, 1960, с. 7—17, 318—323.
4. Горелик Г. С. Колебания и волны. М., Физматгиз, 1959.
5. Рэлей. Теория звука. т II. М., ГИТТЛ, 1955.
6. Физическая акустика, т. 1, ч. А, гл. 1. М., «Мир», 1966.

2. УЛЬТРАЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Изучаются процессы возбуждения, распространения и приема объемных и поверхностных ультразвуковых волн в изотропных твердых телах.

§ 1. Введение

Акустические методы находят широкое применение при исследовании физических свойств твердых тел. Наряду с объемными упругими волнами в последние годы широко применяются поверхностные волны.

Усовершенствование техники эксперимента, расширение диапазона частот упругих волн (до 10^{11} Гц) наряду с развитием теоретических представлений о механизме распространения упругих волн в твердых телах привели к тому, что ультразвуковые методы стали весьма полезными, а иногда и незаменимыми в физике твердого тела. В частности, сведения об электронных свойствах металлов и полупроводников, природе фазовых переходов, ангармонизме межатомных сил взаимодействия могут быть получены с помощью современных акустических методов.

Кроме того, ультразвуковые волны в твердых телах в настоящее время находят широкое практическое применение. Высокая чувствительность ультразвуковых волн к наличию механических неоднородностей среды привела к созданию ультразвуковой дефектоскопии, позволяющей определить наличие и характер дефектов в материалах, «непрозрачных» при исследовании другими методами. В настоящее время ультразвуковая дефектоскопия является одним из главных методов в системе неразрушающего контроля.

Малая величина скорости распространения электромагнитных волн), а следовательно, и длины волны при той же частоте позволила создать микроминиатюрные высокоэффективные устройства обработки информации (линии задержки, фильтры, системы кодирования и т. д.). Использование нелинейных эффектов при распространении ультразвуковых волн в твердых телах привело к созданию частотных умножителей, смесителей, параметрических усилителей, а также приборов корреляционного анализа сигналов.

Цель настоящей работы — ознакомление с экспериментальной методикой возбуждения и приема, а также с основными закономерностями распространения объемных и поверхностных ультразвуковых волн в изотропных твердых телах.

§ 2. Теория

Упругие свойства газов и жидкостей определяются одной упругой константой — объемной упругостью, и поэтому в них возможны лишь продольные волны. Твердые тела не только сопротивляются сжатию и растяжению, но и имеют упругость формы. Поэтому в твердых телах помимо продольных волн могут существовать и волны сдвига.

1. Объемные волны. В общем случае деформация твердого тела — сложная комбинация продольных и сдвиговых деформаций, с которой связано сложное поле напряжений. Коэффициенты пропорциональности для всех комбинаций деформаций и напряжений простой матрицы модулей упругости твердого тела. Наиболее простой вид эта матрица имеет для изотропного тела — в этом случае имеются лишь две независимые упругие постоянные, на-

пример постоянные Ламэ λ и μ . Связь между напряжениями и деформациями — закон Гука — имеет вид [1]:

$$\sigma_{xx} = \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \text{ и т. д.} \quad (1)$$

Здесь \mathbf{u} — вектор смещения, σ_{xx} — нормальное, а σ_{yz} — сдвиговое напряжение (первый индекс показывает направление силы, а второй индекс — плоскость, к которой она приложена), $\partial u_x / \partial x$ — продольная деформация, а $\partial u_y / \partial z$ — деформация сдвига.

Модуль упругости μ связывает сдвиговые деформации и напряжения и называется модулем сдвига. Коэффициент λ описывает напряжения при продольных деформациях тела.

Уравнение движения [2]

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \operatorname{grad} (\operatorname{div} \mathbf{u}) + \mu \Delta \mathbf{u} \quad (2)$$

позволяет определить характеристики распространения произвольного упругого возмущения в изотропном твердом теле. В частности, для продольных волн, применяя операцию div к обеим частям (2), получим

$$(\lambda + 2\mu) \Delta (\operatorname{div} \mathbf{u}) = \rho \frac{\partial^2 (\operatorname{div} \mathbf{u})}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Для поперечных волн после применения операции rot к (2) получим

$$\mu \Delta (\operatorname{rot} \mathbf{u}) = \rho \frac{\partial^2 (\operatorname{rot} \mathbf{u})}{\partial t^2}. \quad (4)$$

Уравнения (3) и (4) описывают распространение акустических продольных и поперечных волн в изотропном твердом теле. В общем случае произвольное упругое возмущение может быть выражено через скалярный (Φ) и векторный (Ψ) потенциалы смещения:

$$\mathbf{u} = \operatorname{grad} \Phi + \operatorname{rot} \Psi. \quad (5)$$

Если рассматривать плоские возмущения, для которых изменение компонент смещений происходит лишь в одном направлении, например вдоль оси x , то уравнения (3) и (4) значительно упрощаются:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}. \quad (6)$$

Для гармонических волн будем искать решение в виде $u \sim \exp[i(\omega t - kx)]$. Из первого уравнения системы (6) получаем $k^2 = \omega^2 \rho / (\lambda + 2\mu)$. Следовательно, распространение продольных упругих волн происходит с фазовой скоростью $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho}$.

Два других уравнения системы (6) показывают, что в изотропном теле фазовая скорость распространения поперечных волн с любой поляризацией в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, равна $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$.

Иногда в теории упругости вместо постоянных λ и μ используют модуль Юнга $E = (3\lambda + 2\mu)\mu/(\lambda + \mu)$ и коэффициент Пуассона $\sigma = \lambda/2(\lambda + \mu)$. В этом случае выражения для скоростей продольных и поперечных волн в изотропном теле принимают вид

$$c_1 = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)}}, \quad c_2 = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}}.$$

Поскольку для большинства твердых тел $0,25 < \sigma < 0,35$, то для них $c_2 \approx 0,5 c_1$.

Итак, в неограниченном изотропном твердом теле возможны волны двух типов — продольные и поперечные, причем скорость продольных волн примерно в два раза больше, чем скорость поперечных волн.

2. Поверхностные волны. Если твердое тело ограничено, то помимо продольных и поперечных волн в нем могут существовать и другие типы волн, характеристики которых определяются наличием границы. Граница изменяет упругие свойства твердого тела около нее и вдали от нее по-разному. Так, свободная поверхность твердого тела оказывается своеобразным волноводом, способным переносить упругие волны, локализованные в приповерхностном слое, — поверхностные волны (волны Рэлея).

Общие характеристики рэлеевских волн можно установить, воспользовавшись уравнениями (3) и (4). Считая, что распространение плоской поверхностной волны происходит вдоль оси x , а ось z направлена вглубь изотропного полупространства, решение этих уравнений для Φ и y -компоненты Ψ можно искать в виде

$$\Phi(x, z) = \Phi(z) \exp[i\omega(t - x/c_n)], \quad (7)$$

$$\Psi(x, z) = \Psi(z) \exp[i\omega(t - x/c_n)],$$

где c_n — скорость распространения поверхностной волны.

Подставив (7) в (5), (3) и (4), получим уравнения для определения $\Phi(z)$ и $\Psi(z)$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Phi(z)}{dz^2} &= \omega^2 \left(\frac{1}{c_n^2} - \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right) \Phi(z), \\ \frac{d^2\Psi(z)}{dz^2} &= \omega^2 \left(\frac{1}{c_n^2} - \frac{\rho}{\mu} \right) \Psi(z). \end{aligned} \quad (8)$$

Решения уравнений (8), удовлетворяющие условию ограниченности смещений, при $z \rightarrow +\infty$ имеют вид

$$\Phi(z) = A_1 e^{-n_1 z}, \quad (9)$$

$$\Psi(z) = A_2 e^{-n_2 z},$$

где A_1, A_2 — постоянные,

$$n_1 = \omega \sqrt{\frac{1}{c_{\Pi}^2} - \frac{1}{c_1^2}}, \quad n_2 = \omega \sqrt{\frac{1}{c_{\Pi}^2} - \frac{1}{c_2^2}}. \quad (10)$$

Интерес представляет только случай $c_{\Pi} < c_2$, так как при $c_{\Pi} > c_2$ решение является периодической функцией z и представляет собой обычную объемную волну.

Таким образом, в полубесконечном изотропном твердом теле возможно распространение волн, амплитуда которых убывает с расстоянием от поверхности. Скорость распространения такой поверхностной волны меньше фазовой скорости поперечных объемных волн. В неограниченной среде волны, определяемые потенциалами Φ и Ψ , распространяются в виде объемных волн независимо друг от друга. В случае же поверхностной волны такое разделение на две независимые части оказывается невозможным из-за граничных условий на поверхности тела.

Действительно, на границе изотропного твердого тела с вакуумом (свободная граница) отсутствуют внешние силы со стороны окружающей среды, т. е.

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0. \quad (11)$$

Из закона Гука можно видеть, что, используя продольную или поперечную волны в отдельности, невозможно удовлетворить условиям (11)¹. Поэтому необходимо принять, что $u = \text{grad}\Phi + \text{rot}\Psi$, и тогда механические напряжения на границе компенсируются совместным действием продольной и поперечной деформации.

Из (9) и (11) с учетом (5) получим систему уравнений для определения A_1 и A_2 , а также дисперсионное соотношение для рэлеевской волны

$$4k^2 n_1 n_2 - (k^2 + n_2^2)^2 = 0, \quad k = \omega/c_{\Pi}. \quad (12)$$

Его можно переписать в виде алгебраического уравнения шестой степени относительно величины фазовой скорости поверхностных волн (уравнения Рэлея)

$$\left(\frac{c_{\Pi}}{c_2}\right)^6 - 8\left(\frac{c_{\Pi}}{c_2}\right)^4 + 8\left(\frac{c_{\Pi}}{c_2}\right)^2 \left[3 - 2\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2\right] - 16\left[1 - \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2\right] = 0. \quad (13)$$

¹ Исключение составляет случай поперечной волны с поляризацией вдоль оси y . В этом случае $u_y(z) = \text{const}$, и, как видно из (1), граничные условия также выполняются. Отсюда следует, что для поверхностной волны $u_y = 0$.

Из (13) видно, что скорость поверхностных волн не зависит от частоты, а определяется лишь упругими свойствами твердого тела.

Приближенное решение этого уравнения можно записать в виде [3]

$$\frac{c_{\Pi}}{c_2} \approx \frac{0,87 + 1,12\sigma}{1 + \sigma}. \quad (14)$$

Таким образом, скорость поверхностных волн в твердых телах $c_{\Pi} \approx 0,9 c_2$.

Компоненты вектора смещения в рэлеевской волне

$$u_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad u_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (15)$$

На рис. 1 приведены распределения компонент смещений в поверхностной волне с глубиной ($\sigma=0,25$). Из графиков видно, что поверхностная волна локализуется в основном в приповерхностном слое толщиной $(1-2)\lambda_{\Pi}$.

Траекториями движения частиц среды в такой волне являются эллипсы, отношения полуосей которых определяются расстояниями от поверхности и упругими свойствами материала.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

В установке для исследования ультразвуковых волн в твердых телах (рис. 2) использован ультразвуковой дефектоскоп, объединяющий в одном приборе все электрические части.

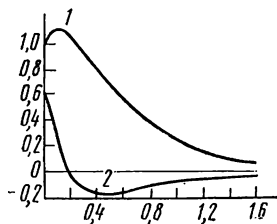


Рис. 1. График распределения компонент смещения по глубине в поверхностной волне: 1 — $u_z/u_z(0)$, 2 — $u_x/u_x(0)$. На горизонтальной оси отложены значения z/λ_{Π}

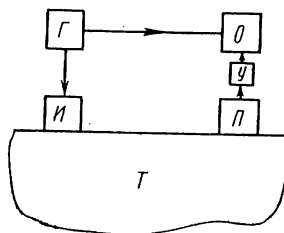


Рис. 2. Блок-схема установки: Г — генератор радиоимпульсов, И — излучающий преобразователь, П — приемный преобразователь, У — усилитель, О — осциллографическое устройство, Т — твердый образец

Генератор собран по схеме контура ударного возбуждения; он генерирует радиоимпульсы с максимальной амплитудой 2,5 кВ. Частота заполнения и длительность импульсов регулируются в

широких пределах. Частота заполнения подбирается выбором контура и должна быть согласована с собственной частотой преобразователя; она изменяется от 0,7 до 4 МГц. Длительность импульса, зависящая от собственных потерь контура и от нагрузки преобразователя, имеет пределы изменения от 0,5 до 5 мкс.

Приеморегистрирующая часть прибора включает усилитель резонансного типа с большим коэффициентом усиления (10^6) и осциллографическое устройство. В усилителе предусмотрена ручная и автоматическая регулировка усиления. Автоматическая регулировка позволяет устанавливать такой режим, при котором усиление в момент прихода мощного импульса (момент запуска развертки) резко падает, а затем увеличивается по заданному закону. Это позволяет наблюдать слабые сигналы (эхо-импульсы), пришедшие вскоре после мощных (посылка).

В осциллографической приставке имеется развертка с плавной регулировкой длительности и задержки.

Преобразователями электрических колебаний в механические (и обратно) служат пьезоэлектрические пластины кварца и пластины поляризованной керамики титаната бария.

При электрическом поле, направленном вдоль электрической оси кварца, в кристалле возникают смещения (колебания) вдоль этой оси. Пьезоэффект обратим; при возбуждении механических колебаний в пластинах пьезоэлектрика происходит поляризация и появляется переменная разность потенциалов.

Толщина пластин пьезоэлектриков выбирается с учетом наибольшей эффективности преобразования. Обычно работают на частотах, соответствующих резонансным частотам механических колебаний. В этом случае толщина пластин определяется так:

$$f_{\text{рез}} = \frac{c}{2l},$$

где c — скорость продольных волн в пластине, l — ее толщина.

Пьезопластины с нанесенными на них электродами укрепляются в специальных держателях. К электродам излучающего преобразователя (излучателя) подводится напряжение от генератора, а с электродов приемных пластин (приемника) напряжение снимается на усилитель. Держатели выполнены в виде цилиндрических стаканов, на дне которых лежат пьезопластины, прижимаемые специальными шайбами; таким образом, корпус держателя соединен с одним электродом, а второй электрод соединен с шайбой.

Для возбуждения продольных волн в образцах и для их приема преобразователи прижимают к поверхности твердого тела (образца). Для получения акустического контакта между преобразователем и образцом наносится тонкий слой масла. Поверхностные волны можно возбудить в образце твердого тела, если создать на его поверхности периодическое возмущение с пространственным периодом, совпадающим с длиной поверхност-

ной волны. Такое возмущение можно получить различными способами, но наиболее просто это осуществляется методом клина (рис. 3). Для этого к поверхности образца прижимают специальное твердое тело — «клин», в котором возбуждают продольные волны, распространяющиеся под некоторым углом к поверхности раздела. Если проекция волнового вектора падающей волны на границу раздела равна волновому вектору поверхностной волны, то в образце при наличии акустического контакта возбуждается поверхностная волна. Очевидно, что угол падения продольной волны φ должен при этом удовлетворять соотношению

$$\sin \varphi = c_{\text{кл}}/c_{\text{п}}, \quad (16)$$

где $c_{\text{кл}}$ — скорость продольных волн в материале клина, $c_{\text{п}}$ — скорость поверхностных волн в образце. Это возможно, если $c_{\text{кл}} < c_{\text{п}}$.

Поскольку угол φ , под которым падает продольная волна больше угла полного внутреннего отражения, то внутрь образца волны практически распространяться не будут; возмущения будут

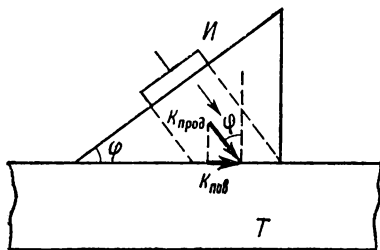


Рис. 3. Возбуждение поверхностных волн методом «клина»

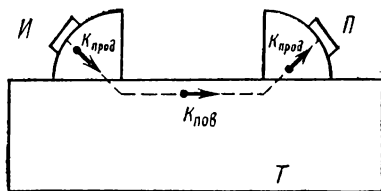


Рис. 4. Схема возбуждения и наблюдения поверхностных волн

локализоваться на границе у поверхности образца. Они и будут формировать поверхностную волну в образце. При оптимальных условиях интенсивность поверхностных волн в образце больше объемных на 20÷30 дБ. Для возбуждения продольных волн в клине используются описанные выше преобразователи.

Так как скорость поверхностных волн зависит от физических характеристик материала образца, то для их возбуждения необходимо для каждого образца подбирать соответствующий угол клина. Для этого клиновая приставка выполнена в виде цилиндрического сектора (рис. 4), по поверхности которого может перемещаться преобразователь. Таким образом, изменяя положение преобразователя, можно изменять угол падения продольной волны на образец и получать для каждого образца оптимальные углы возбуждения поверхностных волн.

Описанные устройства могут работать и в качестве приемников поверхностных ультразвуковых волн, поскольку под действием поверхностной волны, распространяющейся в образце, в клиновых

приставках возникают продольные волны под углами, определяемыми условием (16).

Измерение скорости продольных волн в образцах. Образцами служат плоскопараллельные пластины твердых тел, линейные размеры которых значительно больше длины возбуждаемой волны. Измерения скорости можно проводить двумя методами: «на прохождение» и «на отражение» импульсов. В первом методе используются два преобразователя: излучатель и приемник. Импульс, излучаемый первым преобразователем, принимается на другой стороне образца вторым преобразователем — приемником. Зная толщину образца и определяя время прохождения импульса в образце по экрану трубки осциллографа, можно найти скорость продольных волн.

Удобнее пользоваться вторым методом; здесь используется один преобразователь, служащий одновременно и излучателем и приемником. Преобразователь подключают одновременно к генератору и усилителю; для этого соединяют в приборе параллельно гнезда генератора и усилителя. При возбуждении колебаний в образце в этом случае на трубке будет видна серия импульсов, многократно отраженных от обеих сторон плоского образца (эхо-импульсы). Регулируя величину усиления, добиваются четкой картины серии импульсов так, чтобы можно было отсчитывать время между ними по шкале экрана. Масштаб шкалы времени на трубке устанавливают по времени прохождения звукового импульса через калибровочную пластину. За эталон принят слой оргстекла, скорость распространения продольных волн в котором равна 2650 м/с. Измерив толщину образцов (латунь, дюраль, стекло, сталь и другие) и определив время прохождения импульсов через них, можно рассчитать скорость продольных волн в указанных материалах.

Возбуждение поверхностных волн и измерение оптимальных углов возбуждения. Излучатель на клиновой подставке из оргстекла устанавливают на гладкую поверхность образца, которая также предварительно смазывается маслом. В нескольких сантиметрах от излучателя (на одной прямой) устанавливается такой же преобразователь с подставкой, служащий приемником. Приемник и излучатель подключаются к соответствующим гнездам прибора. Устанавливается медленная развертка луча, вводится полное усиление, и медленным изменением угла наклона преобразователей (двух одновременно) добиваются появления импульса на экране осциллографа, т. е. возбуждения поверхностных волн в образце.

Следует отметить, что при малых углах падения продольной волны на образец в нем могут возбуждаться заметные объемные волны. Эти волны после отражения от нижней стороны пластины (образца) могут попасть в клиновую приемную подставку и привести к появлению ложного сигнала на экране. Чтобы различить сигналы от объемных и поверхностных волн, можно воспользоваться тем, что затухание поверхностных волн в сильной степени

зависит от состояния поверхности образца. Поэтому всякое изменение состояния поверхности, например надавливание на нее или смазывание маслом, приводит к резкому уменьшению принимаемого импульса поверхностных волн, но не влияет на величину импульса объемных волн.

Дальнейшим изменением угла наклона преобразователей находят оптимальный угол возбуждения (и приема) поверхностных волн, соответствующий максимальной величине импульса на экране осциллографа.

Измерение скорости поверхностных волн. Клиновые подставки, отрегулированные для оптимального возбуждения и приема поверхностных волн в данном образце, располагают на расстоянии 5—10 см друг от друга (рис. 4) и регистрируют положение импульса на экране осциллографа. Перемещая приемную подставку на известное расстояние и измеряя перемещение импульса поверхностных волн по экрану, т. е. определяя изменение времени, определяют скорость поверхностных волн. При этом из-за неоднородности калибровки масштаба времени вдоль луча развертки возможны погрешности в определении абсолютной величины временного перемещения импульса (5—7%). Более точные измерения можно провести, подбирая величину перемещения приемника такой, чтобы смещение импульса на экране соответствовало фиксированному интервалу времени, например расстоянию между соседними импульсами отраженных продольных волн в калибровочном образце.

Для этого повторяют измерения с калибровочной пластиной из оргстекла (толщиной l_1) и на экране осциллографа фиксируют координаты двух последовательных отраженных импульсов продольных волн. Положение этих импульсов определяется временем $t_1 = 2l_1/c_{\text{орг}}$. Затем, работая с поверхностными волнами на данном образце, перемещением приемной приставки на некоторое расстояние l_2 добиваются смещения импульса на то же время t_1 . При этом приходится пользоваться регулировкой задержки развертки (не меняя длительность развертки) и координаты импульса поверхностных волн совмещать с отмеченными ранее координатами импульсов отраженных продольных волн. В этом случае скорость поверхностных волн может быть рассчитана из условия

$$t_1 = \frac{l_2}{c_n} = \frac{2l_1}{c_{\text{орг}}}.$$

Отсюда можно рассчитать угол оптимального возбуждения

$$\sin \varphi = \frac{c_{\text{орг}}}{c_n} = \frac{2l_1}{l_2}.$$

§ 4. Упражнения

1. Измерить скорость распространения продольных волн в различных твердых телах (стекло, сталь, дюраль и др.). Оценить точность измерения.

2. Возбудить поверхностные волны в тех же образцах; определить для них оптимальный угол возбуждения.

3. Измерить в тех же образцах скорости распространения поверхностных волн.

4. Рассчитать по известным параметрам твердых тел скорости распространения объемных и поверхностных ультразвуковых волн. Результаты расчетов сравнить с экспериментом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрелков С. П. Механика. М., «Наука», 1975.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М., «Наука», 1972.
3. Викторов И. А. Физические основы применения волн Лэмба и Рэлея в технике. М., «Наука», 1966.

3. ИСКАЖЕНИЕ ФОРМЫ И ПОГЛОЩЕНИЕ МОЩНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В ЖИДКОСТИ

Изучается процесс распространения мощных звуковых волн в жидкости без дисперсии. Экспериментально определяются искажение формы синусоидальной волны в воде и ее поглощение.

§ 1. Введение

Процессы распространения мощных ультразвуковых волн относятся к нелинейной акустике. Интерес к ней вызван тем, что появившиеся мощные источники ультразвуковых волн оказались эффективным средством исследования различных веществ, а также средством воздействия на ряд физических, химических и биологических процессов.

Интенсивные волны обладают рядом совершенно новых свойств, резко отличных от свойств волновых процессов малой интенсивности.

Цель настоящей работы — качественное наблюдение некоторых из этих особенностей на примере распространения плоских акустических волн большой интенсивности в воде, а также сравнение количественных оценок, получаемых при теоретическом рассмотрении процесса распространения волн в недиспергирующих средах, с результатами эксперимента.

§ 2. Теория

В случае одномерного движения уравнения гидродинамики могут быть записаны в виде

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

— уравнение движения жидкости (уравнение Эйлера) и

$$\rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

— уравнение непрерывности. Здесь ρ — плотность, v — скорость частиц среды (колебательная скорость), p — избыточное звуковое давление.

Уравнения должны быть дополнены уравнением состояния среды, связывающим давление с плотностью среды. В случае идеального газа (адиабатический процесс)

$$P = P_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma,$$

где $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ — отношение теплоемкостей при постоянном давлении и объеме, а $P = P_0 + p$. Тогда

$$p = P_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right].$$

Для жидкости можно записать эмпирическое уравнение состояния в аналогичной форме (уравнение Тэта)

$$p = P_* \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\Gamma - 1 \right],$$

где P_* и Γ — константы (для данной жидкости), определяемые из экспериментов. Нелинейный параметр Γ имеет порядок нескольких единиц (до десяти), хотя $c_p/c_v = 1$. P_* — внутреннее давление в жидкости, определяемое межмолекулярным взаимодействием. Для воды $P_* \approx 3 \cdot 10^8$ н/м²; $\Gamma \approx 7$.

Введем величину скорости c , которая удовлетворяет соотношению

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad (3)$$

и имеет смысл локальной скорости звука малой амплитуды в возмущенной среде, и функцию Римана

$$\sigma = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{c(\rho) d\rho}{\rho}. \quad (4)$$

Исходная система (1), (2) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + c \frac{\partial \sigma}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma}{\partial t} + v \frac{\partial \sigma}{\partial x} + c \frac{\partial v}{\partial x} &= 0. \end{aligned}$$

Полагая $\sigma = \pm v$, сведем систему к одному уравнению. Выбор знака определяется выбором направления распространения волны (простая волна). Для волны, распространяющейся в положительном направлении оси x ,

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + c \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

Решение этого уравнения при гармоническом возбуждении $v|_{x=0} = v_0 \sin \omega t$ можно записать в виде

$$v = v_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c+v} \right).$$

Используя (3) и (4), найдем связь между c и v :

$$v = \frac{2}{\Gamma - 1} (c - c_0), \quad \text{где} \quad c_0^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_0}.$$

Отсюда $c = c_0 + \frac{\Gamma - 1}{2} v$, и решение уравнения (5) запишется так:

$$v = v_0 \sin \omega \left[t - \frac{x}{c_0 \left(1 + \frac{\Gamma + 1}{2} \frac{v}{c_0} \right)} \right]. \quad (6)$$

Решение в этой форме выражено неявно. При $v \rightarrow 0$ оно переходит в обычное решение линейной акустики.

Важно отметить, что, даже при линейном уравнении состояния ($\Gamma = 1$), нелинейность в (6) не исчезает и определяется нелинейными членами уравнений гидродинамики.

Вид полученного решения говорит о том, что участки волнового возмущения, имеющие различные колебательные скорости v , распространяются с различной скоростью, т. е. точки с $v > 0$ обгоняют точки с $v < 0$.

Для малых чисел Маха ($M = v/c_0 \ll 1$) можно считать, что скорость распространения участков возмущения, имеющих колебательную скорость v , будет определяться величиной $c_0 + (\Gamma + 1)v/2$ и мало отличаться от значения c_0 . Это означает, что при перемещении волны на небольшие (сравнимые с длиной волны) расстояния изменения в ее форме будут незначительны. Однако эти небольшие различия в скорости приводят к постепенно накапливающемуся искажению ее формы, которое на больших расстояниях может стать очень заметным. Таким образом, при любом конечном v и достаточно большом x начинает сказываться нелинейность полученного решения.

Проследим за искажением формы волны по мере ее распространения. Это удобно сделать графически (рис. 1). Так как источник совершает колебания по закону

$$v(t)|_{x=0} = v_0 \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

то пространственная форма волны у источника будет

$$v(x) = v_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x; \quad x \leq \lambda.$$

Через время $t_1 \gg T$ нулевые точки волны ($v=0$) переместятся на расстояние $x_1 = c_0 t_1$; остальные точки ($v \neq 0$) переместятся на

$$x = \left(c_0 + \frac{\Gamma + 1}{2} v \right) t_1.$$

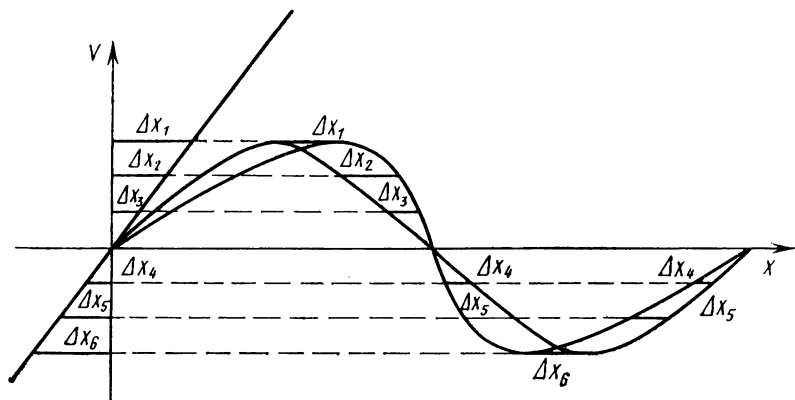


Рис. 1. Искажение формы волны по мере ее распространения

Таким образом, точка волны, соответствующая скорости v , окажется смещенной (относительно нулевой) на

$$\Delta x = \frac{\Gamma + 1}{2} v t_1 = \frac{\Gamma + 1}{2} \frac{v}{c_0} x_1. \quad (7)$$

Новую форму волны (через время t_1) можно получить, построив синусоиду, соответствующую начальному виду волны, и сдвинув все ее точки (по оси абсцисс) на соответствующие величины Δx . На рис. 1 для удобства построения из начала координат проведена прямая

$$v = kx; \quad k = \frac{2}{\Gamma + 1} \frac{c_0}{x_1}$$

и каждая точка синусоиды смещена на соответствующую величину.

Из этих построений видно, что при увеличении x форма волны будет все время изменяться: передний фронт становится более крутым, а задний — более пологим.

На некотором расстоянии в нулевой точке ($v=0$) фронт волны испытает разрыв. Это расстояние (x_p) можно найти из условия,

что угол наклона прямой $v=kx$ равен углу наклона синусоиды при $v=0$:

$$\left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{v=0} = k \text{ или } v_0 \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2}{\Gamma+1} \frac{c_0}{x_p}.$$

Отсюда

$$x_p = \frac{2}{\Gamma+1} \frac{c_0^2}{\omega v_0}.$$

Если продолжать такое построение и далее, то появится неоднозначность $v(x)$. Этого в реальной среде не произойдет. Необходимо учитывать наличие вязких потерь, которыми теперь пренебрегать нельзя, так как появляются очень большие перепады скорости.

Для рассмотрения этих особенностей в исходных уравнениях следует учесть диссипацию энергии, т. е. использовать систему уравнений Навье—Стокса.

Уравнение движения примет вид

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} - b \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0,$$

где $b = \xi + \frac{4}{3} \eta$ (для воды $b = 4 \cdot 10^{-2}$ пуаз). Здесь η — сдвиговая, а ξ — объемная вязкость. Уравнение непрерывности в данном случае остается без изменений. Уравнение состояния для большинства жидкостей также можно оставить прежним.

Решение для малых амплитуд имеет вид затухающих волн

$$v = v_0 e^{-\frac{b\omega^2}{2c_0^3\rho} x} \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right). \quad (8)$$

Поглощение энергии препятствует накоплению нелинейных искажений. Из (8) видно, что заметное затухание (в e раз) будет наблюдаться на расстоянии $x_{\text{зат}} = 2c_0^3\rho/b\omega^2$. Влияние поглощения на процесс формирования разрыва будет существенным, если $x_{\text{зат}} < x_p$, в противном случае ($x_{\text{зат}} > x_p$) разрывная форма волны успеет сформироваться. Сравнение $x_{\text{зат}}$ и x_p приводит к соотношению

$$\frac{x_{\text{зат}}}{x_p} = \frac{\rho c_0 v_0}{b\omega} (\Gamma + 1).$$

Величина $\rho c_0 v_0/b\omega = p_0/b\omega$ носит название акустического числа Рейнольдса и обозначается символом Re . Его структура аналогична гидродинамическому числу Рейнольдса $Re = vd/\nu$, где v — скорость потока, d — характеристический размер, а ν — кинемати-

ческая вязкость. Действительно, учитывая, что $c_0/\omega = \lambda/2\pi$, получим $Re = v_0 \lambda \rho / 2\pi b$, т. е. роль d играет длина волны, а амплитуда колебательной скорости v_0 заменяет скорость потока.

Таким образом, при $Re \ll 1$ нелинейные эффекты подавляются вязким затуханием и линейный подход к задаче будет правомерен.

Анализ уравнений для вязкой жидкости при $Re \gg 1$ показывает, что вплоть до x_p форма волны меняется практически так же, как

в случае идеальной жидкости. Далее при $x \geq x_p$ отличие заключается в том, что вместо появления бесконечно крутого фронта и его «опрокидывания» ширина фронта Δ остается конечной. Как показывают расчеты, ширина фронта в долях длины волны [2]

$$\delta = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{1 + \frac{\Gamma + 1}{2c_0^2} \omega v_0 x}{\pi \frac{\Gamma + 1}{2} Re} \quad (9)$$

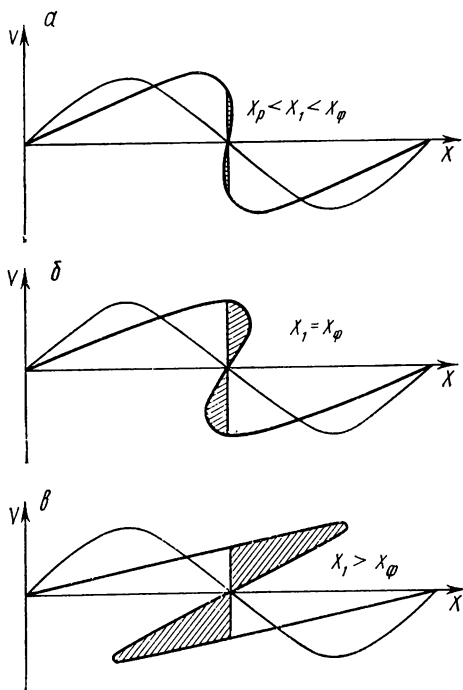


Рис. 2. График перепада скорости в разрыве

$= x_p$ (рис. 2). При этом будем считать, что избыточная энергия, «соответствующая» заштрихованным участкам, поглощается средой.

Из рис. 2 следует, что величина перепада скорости в разрыве v_p будет расти, достигнет максимальной величины $2v_0$ и волна приобретет пилообразную форму. Назовем расстояние, на котором это произойдет, расстоянием формирования пилы — x_ϕ ; его можно найти из условия

$$\Delta x|_{v=v_0} = \frac{\lambda}{4},$$

что непосредственно видно на рис. 2, б. Тогда

$$x_\phi = \frac{2}{\Gamma + 1} \frac{c_0^2}{\omega} \frac{1}{v_0} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} x_p.$$

При дальнейшем распространении волны величина перепада скорости v_p будет уменьшаться. Эта величина (v_p) определяется скоростью v того начального участка синусоиды, который, смещаясь на Δx (при данном x), догоняет нулевые участки волны ($v=0$). Обозначим абсциссу точки синусоиды, обладающей этой скоростью, через ξ . Тогда для определения v_p получим равенство

$$\xi + \Delta x = \frac{\lambda}{2}.$$

Простое выражение для v_p можно найти для расстояний $x > (3 \div 4) x_p$. Считая ξ/λ малой величиной, найдем

$$\frac{v_p}{2} = v = v_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} \xi \approx v_0 \frac{2\pi}{\lambda} \xi.$$

Подставив в вышеприведенное равенство значение Δx из (7) и найденное значение ξ , получим

$$v_p \approx 2 \frac{v_0 \pi}{1 + \frac{\Gamma+1}{2} \frac{\omega}{c_0^2} x}. \quad (10)$$

В отсутствие вязкости далее на всех расстояниях будет наблюдаться затухающая пилообразная волна. В реальной среде, как это следует из уравнения (9), на расстоянии $x > x_f$ ширина фронта постепенно увеличивается и на некотором расстоянии (x_n) она станет сравнима с длиной волны ($\delta \approx 0,5$); волна вновь станет почти синусоидальной.

Это расстояние можно определить из условия

$$\delta \approx 0,5; x_n \approx \frac{\rho c_0^3}{4bf^2} \frac{1}{2\pi}.$$

На этом расстоянии от излучателя, если на нем задано $v = v_0 \sin \omega t$, независимо от начальной скорости v_0 ультразвуковая волна неизбежно ослабевает настолько, что практически вновь возвращается к синусоидальной форме.

Можно оценить амплитуду v'_0 почти гармонической волны при $x \approx x_n$, подставив значение x_n в (10), учитывая при этом, что $v_p/2 \approx v'_0$:

$$v'_0 \approx \frac{v_p}{2} \Big|_{x=x_n} = \frac{b\omega}{\rho_0 c_0} \frac{\Gamma+1}{2}.$$

Дальнейшее распространение этой волны близко к случаю малой амплитуды.

При $x \gg x_n$ амплитуда вообще не зависит от v_0 . Этот неожиданный на первый взгляд результат указывает на то, что независимо от начальной мощности на расстояниях от излучателя, опре-

деляемых лишь частотой и параметрами жидкости, нелинейные эффекты и вязкие потери приводят к тому, что мощность не превышает некоторой предельной величины.

Все предыдущее рассмотрение проводилось в предположении о плоском характере волны. Обычно работа ведется с пучками ультразвуковых волн ограниченного сечения. Поэтому наши оценки всех характерных координат x_p , x_f , x_d будут справедливы, если они находятся в пределах области дифракции Френеля (прожекторная зона) используемого излучателя, длина которой

$$l \approx r_0^2/\lambda,$$

где r_0 — радиус излучателя. За этой зоной пучок начинает заметно расходиться, что ускоряет процесс убывания энергии волны, и при $x_p \gg l$ разрыв вообще не образуется.

Структура звукового поля в прожекторной зоне очень сложна. Как показывают расчеты, в различных точках ультразвукового пучка амплитуда колебательной скорости изменяется от 0 до $2v_0$. Однако средняя по сечению амплитуда остается в линейном приближении постоянной, как у плоской волны. Строгого решения аналогичной задачи с граничными условиями для нелинейных уравнений гидродинамики в настоящее время не существует, а имеющиеся экспериментальные результаты находятся в удовлетворительном согласии с изложенной здесь теорией.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Установка предназначена для наблюдения и измерения искажения и поглощения ультразвуковых волн в воде (рис. 3). Используется импульсный режим работы генератора. Это позволяет избавиться от кавитации (возникновение в жидкости газовых пузырей), возникающей при длительном и непрерывном воздействии ультразвуковых колебаний на среду, в результате чего появляется значительное дополнительное поглощение, сильно искажающее изучаемые явления. Этот режим позволяет также использовать сравнительно небольшой генератор, обладающий большим значением мощности в импульсе.

Генератор электрических импульсов создает радиоимпульсы длительностью в несколько микросекунд и частотой заполнения 1 МГц (рис. 4). Задающий генератор ($f=1$ МГц) подключен к делителю частоты (коэффициент деления $2^{11}=2048$), на выходе которого имеется формирующее устройство, с которого снимаются видеоимпульсы длительностью 8 и 16 мкс и частотой повторения около 500 Гц ($T_{повт}=2,048$ мс). Этими импульсами модулируются сигналы частотой 1 МГц, поступающие на модулятор с задающего генератора. Такая схема модуляции позволяет получить постоянную начальную фазу высокочастотного сигнала $f=1$ МГц относительно модулирующего импульса, что необходимо для получения стабильной картины на экране осциллографа. С модулятора радиоимпульсы поступают на усилитель мощности (выходная

мощность в импульсе ~ 2500 Вт), а затем на пьезокерамический преобразователь-излучатель (диаметром около 4 см). Огибающая электрического импульса, подаваемого на излучатель, имеет несколько отличную от прямоугольной форму, поскольку используется усилитель мощности резонансного типа. Излучатель создает

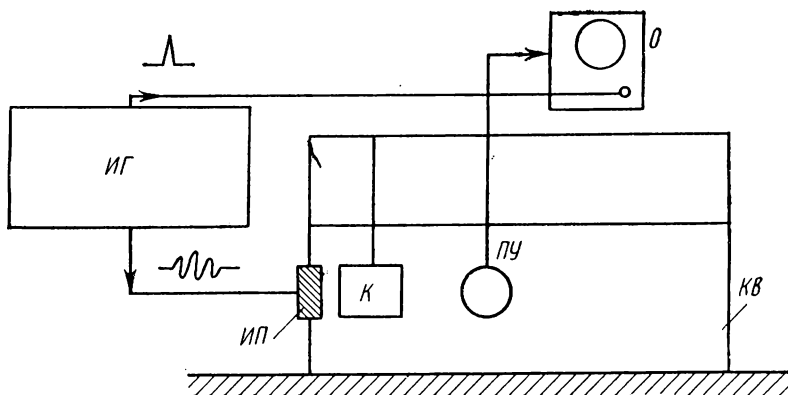


Рис. 3. Блок-схема измерительной установки: КВ — кювета, укрепленная в жесткой раме и заполненная водой; ИП — излучающий преобразователь, установленный в торце кюветы; ПУ — приемное устройство, укрепленное в подвижной каретке; ИГ — импульсный генератор; О — осциллограф; К — калориметр

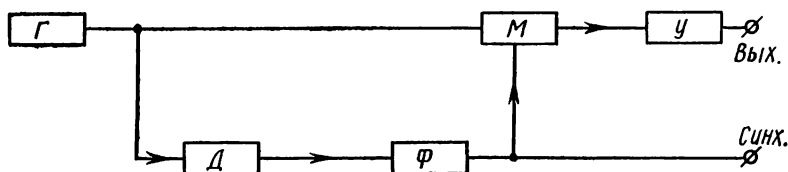


Рис. 4. Блок-схема генератора ультразвуковых импульсов: Г — задающий генератор, Ф — формирователь, Д — делитель, М — модулятор, У — усилитель мощности

в кювете пучок ультразвуковых волн, который на другом конце кюветы практически полностью поглощается. Для этого на конце кюветы созданы специальные условия: подобрана соответствующая геометрия конца кюветы, а стенки кюветы покрыты поглощающим материалом.

На раме, в которой укреплена кювета, имеется каретка с приемным устройством, перемещающаяся по всей длине кюветы. Большая жесткость рамы и каретки позволяет сохранять высокую степень параллельности приемника и излучателя на всей длине перемещения каретки (около 60 см). Это очень существенно, так

как малая длина волны ультразвука ($\lambda=1,5$ мм) и достаточно большой размер приемника ($d \approx 20$ мм) могут привести к резкому снижению чувствительности даже при появлении малых углов между плоскостями приемника и излучателя. Действительно, если угол будет $\sim 4^\circ$, то колебания основной частоты в разных точках приемника будут сдвинуты на π и чувствительность упадет до нуля. Нетрудно видеть, что еще более жесткие требования к параллельности предъявляют высшие гармоники.

Приемник — кварцевая пластинка x -среза — имеет высокую резонансную частоту (>10 Мгц), что позволяет принимать сигналы не только основной частоты ультразвука, но и гармонические составляющие, которые в конечном итоге определяют форму волны. Частотная характеристика кварцевого приемника равномерна вплоть до частот, близких к резонансной, так как добротность кварцевой пластины в воде порядка 10. Значительные размеры пластины (~ 2 см) обусловлены двумя причинами: необходимостью получить достаточную чувствительность приемника и требованием к усреднению принимаемых колебаний по сечению пучка ультразвуковых волн. Сигнал с приемника поступает на широкополосный осциллограф (полоса $\Delta f > 50$ Мгц); такая полоса определяет некоторые особенности его конструкции, в частности, осциллограф имеет короткий кабель с щупом, на конце которого имеется сменная делительная насадка вместо обычно применяемого встроенного аттенюатора. Осциллограф имеет ждущую развертку с задержкой, величина которой может плавно изменяться. Это позволяет компенсировать время распространения сигнала от излучателя до приемника и получать на экране нужный участок импульса.

Для калибровки приемного тракта применяется калориметрический метод. С помощью калориметра измеряется поглощенная в нем энергия ультразвуковой волны, по величине которой определяются акустические характеристики волны. Калориметр — цилиндрический сосуд из пенопласта объемом около 100 см^3 , с толстыми стенками, одна из торцевых сторон которого открыта, а другая сторона — дно — имеет сферическую форму. Высокий коэффициент отражения пенопласта и выбранная форма калориметра обеспечивает фокусировку и многократное отражение падающей звуковой волны, которая при этом практически полностью поглощается в воде, заполняющей калориметр. Открытая сторона (диаметром около 3 см), затянутая тонкой пленкой, прозрачной для ультразвуковых волн, представляет, таким образом, акустическое черное тело. В стенке калориметра имеется отверстие для термометра.

Искажение формы ультразвуковой волны по мере ее распространения определяется в эксперименте по временной зависимости колебаний, наблюдаемой на экране осциллографа. Как уже было показано, можно считать, что пространственная форма волны мало меняется на расстояниях порядка ее длины (при $M \ll 1$). Отсюда следует, что пространственная форма волны в окрестности

некоторой точки x_0 будет мало отличаться от временной зависимости колебаний в этой точке и, следовательно,

$$a(x_0 + \Delta x, t_0) \approx a(x_0, t_0 - \Delta t)$$

при

$$|\Delta x| = |c_0 \Delta t| \ll \lambda.$$

Исследования начинают с получения на экране осциллографа четкой, неискаженной и неподвижной картины импульса при максимальном приближении приемника к излучателю. Для этого необходимо подобрать соответствующий делитель на выносном щупе, скорость развертки и время задержки. Импульс имеет колоколообразную форму, что обусловлено не только характеристикой усилителя мощности, но и ограниченной полосой пропускания резонансного излучателя.

Убедившись в том, что имеется хорошее изображение импульса, начинают плавно передвигать каретку; при этом для наблюдения одного и того же участка импульса необходимо вводить дополнительную задержку. Если форма колебаний изменяется в соответствии с теоретическими выводами, то можно приступить к калибровке приемного тракта. Для этого вблизи от излучателя при выключенном генераторе устанавливают калориметр, ориентируя его открытый конец на излучатель. Калориметр заливается водой из кюветы (через отверстие), и в нем замеряется температура. Затем включают генератор на фиксированное время $T_{из}$ (порядка 100 с), после чего вновь производится измерение температуры. При работе генератора термометр должен быть вынут из калориметра.

Определив разность температур, можно рассчитать энергию, поглощенную за время $T_{из}$, по формуле

$$E = V_k \rho C_B \Delta t^\circ,$$

где C_B — теплоемкость воды (4200 Дж/кг·К); V_k — объем калориметра; Δt° — изменение температуры воды; ρ — плотность воды.

Интенсивность звука в импульсе (удельная акустическая мощность) может быть найдена из соотношения

$$I = \frac{EQ}{T_{из}S} = \frac{V_k \rho C_B \Delta t^\circ Q}{T_{из}S},$$

где Q — скважность импульсов; S — сечение калориметра.

По известному соотношению [1] (для плоских синусоидальных волн)

$$I = \frac{v_0^2}{2} \rho c = \frac{p_0^2}{2\rho c}$$

можно определить амплитудные значения p_0 (избыточное давление) и v_0 (колебательная скорость).

Указанная методика расчета относится к импульсам с огнивающей прямоугольной формы, т. е. импульсам с постоянной амплитудой колебаний основного сигнала. В нашем случае, когда импульс имеет колоколообразную форму, необходимо определить эффективную длительность прямоугольного импульса, энергия которого равнялась бы энергии реального импульса. Для этого измеряют «амплитуды» всех колебаний в импульсе A_i (амплитуда, которой можно пренебречь при измерениях, должна быть меньше 1/10 максимальной, чтобы ошибка не превышала 1—2%) и подсчитывают эквивалентное количество колебаний в импульсе прямоугольной формы, имеющих амплитуду A_{\max} :

$$n_{\text{экв}} = \frac{\sum_i A_i^2}{A_{\max}^2}.$$

Затем определяют длительность эквивалентного импульса

$$t_{\text{имп. экв}} = \frac{n_{\text{экв}}}{f},$$

откуда

$$Q_{\text{экв}} = \frac{T_{\text{повт}}}{t_{\text{имп. экв}}} = \frac{fT_{\text{повт}}}{n_{\text{экв}}},$$

где $T_{\text{повт}}$ — период следования импульсов, f — частота сигнала.

Точность определения звукового давления и колебательной скорости определяется точностью измерения разности температур, точностью измерения рабочего объема калориметра, а также качеством теплоизоляции калориметра. Ошибку, вносимую несовершенством теплоизоляции, можно оценить, если вновь измерить температуру в калориметре через интервал времени, равный времени $T_{\text{из}}$ (~ 100 с).

Определив по указанным измерениям максимальную величину колебательной скорости, можно подсчитать характерные расстояния, на которых должен произойти разрыв (x_p), а также сформироваться пилообразный сигнал (x_ϕ).

Экспериментальное определение этих расстояний связано с определенными трудностями, так как наблюдаемая на осциллографе форма колебаний несколько искажается приемным устройством, частотная характеристика которого имеет область резонансного подъема.

До появления разрыва приемник передает форму волны без искажения. При появлении в волне разрыва (что соответствует быстрому перепаду давления), приемная пластинка начинает интенсивно колебаться на собственной частоте («звенеть»). Эти колебания появляются в момент разрыва и медленно затухают со временем, налагаясь на колебания, вызванные ультразвуковой волной. На рис. 5 приведены характерные кривые формы волны,

наблюдаемые на разных расстояниях от источника. При $x=x_p$ (рис. 5, а) осциллирующий процесс начинается на участке нарастания колебаний (крутой участок), т. е. в момент разрыва. Очевидно, что для исключения искажений, вносимых приемником при обработке осциллограмм, нужно произвести сглаживание кривой, которое показано на рисунке пунктиром. Появление осциллирующего процесса с удалением приемника от излучателя может слу-

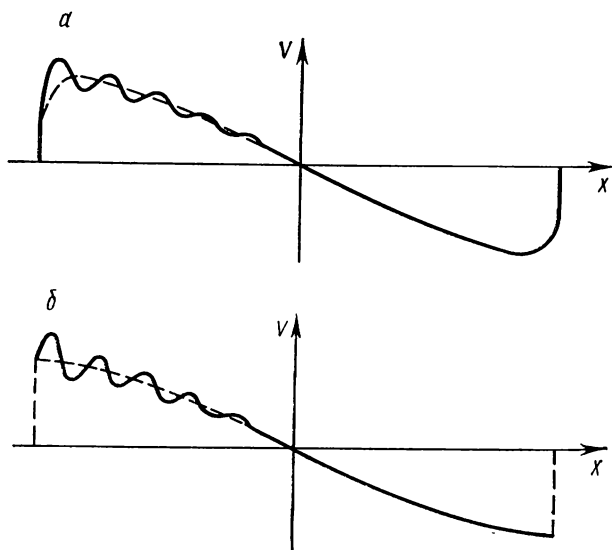


Рис. 5. Формы волны на разных расстояниях от источника

жить критерием появления разрыва, т. е. определением точки x_p' . Действительно, по мере роста крутизны фронта в волне появляются гармоники высших порядков. При длительности фронта $\tau_{фр} = \Delta/c_0 < 1/f_{рез}$ возникнут гармоники, частота которых близка к собственной частоте приемника, и произойдет заметная раскачка колебаний на $f_{рез}$ приемника. При дальнейшем увеличении расстояния момент вступления осцилляций начинает сдвигаться по крутому фронту нарастания колебаний к вершине, а сами колебания переходят на участок плавного пилообразного сигнала (рис. 5, б).

Расстояние $x_{ф}$ целесообразно определять по сдвигу осцилляций на самый верхний участок колебания, а также по стабилизации формы.

После визуального наблюдения формы и определения характерных расстояний следует приступить к зарисовке формы колебаний на различных расстояниях. Для этого скорость развертки и задержка подбираются таким образом, чтобы на экране осциллографа получить 2—3 колебания с максимальным значением

амплитуды колебаний в импульсе. При построении теоретических кривых формы волны, аналогичных рис. 1, для удобства сравнения желательно выбирать такой масштаб, чтобы амплитуда начальной синусоиды равнялась максимальному значению колебаний экспериментальной кривой, а ее период — периоду колебаний на экране осциллографа.

§ 4. Упражнения

1. Провести измерение мощности ультразвуковых импульсов с помощью калориметра. По этим измерениям рассчитать амплитуду колебательной скорости и избыточное звуковое давление; оценить точность определения этих величин.

2. Определить число Re , длину зоны Френеля l , расстояния x_p , x_ϕ , x_λ ; оценить ширину фронта Δ при $x = x_\phi$.

3. Экспериментально определить величины x_p и x_ϕ и сравнить с расчетом.

4. Зарисовать на кальку с экрана осциллографа форму ультразвуковых колебаний при различных расстояниях приемника от источника: а) $x = x_{\min}$ (x_{\min} — наименьшее расстояние от источника); б) $x = \frac{1}{2} x_p$; в) $x = x_p$; г) $x = x_\phi$ и еще в трех точках между x_ϕ и x_{\max} (x_{\max} — максимальное удаление от приемника).

5. Построить теоретическую форму волны (форму колебаний), пользуясь графическим методом, для тех же расстояний. Сравнить теоретические кривые с экспериментальными.

6. Определить резонансную частоту приемного устройства (по периоду осцилляций).

ЛИТЕРАТУРА

1. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М., «Наука», 1966.
2. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., «Наука», 1975.
3. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М., «Наука», 1973.

4. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ СИСТЕМ ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ ЗВУКА МЕТОДОМ МАЛОЙ КАМЕРЫ

Изучаются звуковое поле в малой камере и акустические свойства различных систем при наклонном падении звука.

§ 1. Введение

Для акустических измерений и в строительной практике необходимо изучение угловой зависимости импеданса и коэффициента звукопоглощения (КЗП) различных материалов и систем. Если

известна угловая зависимость КЗП, то усреднением по углу возможно также определить диффузный коэффициент звукопоглощения.

Экспериментальных данных об угловой зависимости КЗП имеется мало, что объясняется трудностями эксперимента: создание волны, близкой к плоской, и большие размеры образцов для исключения влияния дифракции на краях образца (краевого эффекта).

В методе малой камеры основная трудность по созданию поля плоской волны исключается. Благодаря зеркальному отражению звука от стенок камеры при возбуждении касательных мод [1] отражение от исследуемого образца, занимающего одну из стенок камеры, соответствует отражению от безграничной плоской поверхности. Таким образом, исключается и краевой эффект.

Работа знакомит с экспериментальным методом определения характеристик поглощения различных материалов и систем при наклонном падении звука, с распределением звукового поля в камере и измерением импеданса различных акустических систем.

§ 2. Теория

1. Звуковое поле в камере с жесткими стенками. Для акустического процесса в камере (рис. 1) можно записать волновое уравнение

$$\Delta\psi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где c — скорость звука в свободной среде; для гармонического процесса потенциал скоростей

$$\psi(x, y, z, t) = \Phi(x, y, z) e^{i\omega t}.$$

На жестких стенках нормальная составляющая скорости равна нулю, поэтому граничные условия

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{x=0,l} &= 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_{y=0,h} = 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0,b} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

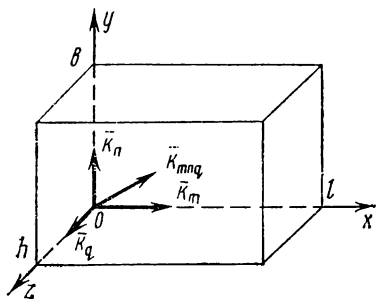


Рис. 1

Частное решение (1) при граничных условиях (2) для потенциала скоростей имеет вид [2]

$$\begin{aligned} \Phi_{mnq}(x, y, z) &= G_{mnq} \cos \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{n\pi y}{h} \cos \frac{q\pi z}{b} = \\ &= G_{mnq} \cos k_m x \cos k_n y \cos k_q z, \end{aligned} \quad (3)$$

$m, n, q=0, 1, 2, \dots$ Постоянные k_m, k_n, k_q имеют смысл волновых чисел и связаны условием

$$k_m^2 + k_n^2 + k_q^2 = k_{mnq}^2 = k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (4)$$

ω — циклическая частота.

Волновое движение (3) носит название «мода m, n, q ». Согласно [2] собственная частота

$$f_{mnq} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{l}\right)^2 + \left(\frac{n}{h}\right)^2 + \left(\frac{q}{b}\right)^2}. \quad (5)$$

Частоте f_{mnq} соответствует волновой вектор $\mathbf{k}_{mnq} = \mathbf{k}$. Углы θ, β, κ , которые \mathbf{k} составляет с ребрами камеры определяются соотношениями

$$\cos \theta = k_m/k_{mnq}, \quad \cos \beta = k_n/k_{mnq}, \quad \cos \kappa = k_q/k_{mnq}. \quad (6)$$

Если $n=q=0$, а $m=1$ (мода 1, 0, 0), волна распространяется вдоль x и, отражаясь от стенки $x=l$, создает плоскую стоячую волну с частотой $f=c/2l$. На стенки, перпендикулярные оси x , таким образом, падает плоская волна. При $m=q=0$ и $n=1$ и $m=n=0, q=1$ будут образовываться плоские стоячие волны вдоль соответствующих направлений. В общем случае при k_m, k_n, k_q , отличных от нуля, имеется комбинация плоских волн, направление которых определяется различными сочетаниями составляющих k_m, k_n, k_q волнового вектора \mathbf{k}_{mnq} . При возбуждении моды m, n, q на каждую пару параллельных стенок плоская звуковая волна будет падать под некоторым из углов θ, β, κ . Если один из индексов m, n, q равен нулю, возбуждаемые моды называются касательными, при m, n, q , отличных от нуля, — косыми [1].

Распределение давления для некоторых мод показано на рис. 2.

2. Звуковое поле в камере с произвольными граничными условиями. Звукпоглощающие свойства характеризуют коэффициентом отражения r — отношением амплитуды отраженной волны к падающей, которое зависит от импеданса границы Z , равного отношению звукового давления к нормальной компоненте колебательной скорости. Величина Z может быть комплексной

$$Z = R + iY,$$

где R — активная, Y — реактивная составляющие. Z и r при нормальном падении звука связаны между собой соотношениями

$$r = \frac{Z - \rho c}{Z + \rho c} = |r| e^{i2\delta}, \quad Z = \frac{\rho c - r}{\rho c + r}, \quad (7)$$

$$Z_1 = Z/\rho c = 1 - r/1 + r$$

(ρc — волновое сопротивление воздуха). При падении плоской волны под углом θ к нормали r можно определить по данным формулам, но Z может зависеть от θ (и нормировочный множитель не ρc , а $\rho c / \cos \theta$). Нормированный импеданс помечен индексом «1» (Z_1 ; R_1 , Y_1 , $Z_{1\theta}$, $R_{1\theta}$, $Y_{1\theta}$).

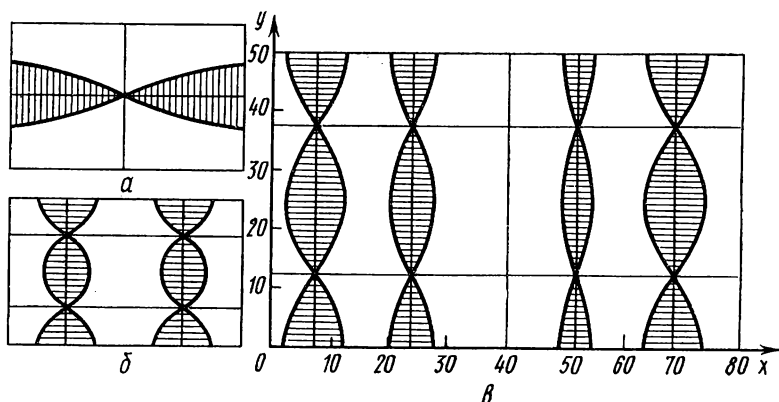


Рис. 2. $a - \Phi_{100} = A_{100} \cos k_{100}x$; $б - \Phi_{020} = A_{020} \times \cos k_{020}y$; $в - \Phi_{120} = A_{120} \cos(k_{100}x) \cos(k_{020}y)$

При размещении на одной из граней камеры (например, при $x=l$) звукопоглощающей системы с импедансом Z граничное условие можно записать (p — давление, v — скорость):

$$\frac{p}{v} = \frac{\rho \frac{\partial \psi}{\partial t}}{-\frac{\partial \psi}{\partial x}} = R + iY; \quad \frac{p}{vpc} = Z_1 = \frac{|Z|}{\rho c}. \quad (8)$$

Наличие поглотителя на границе $x=l$ приводит к комплексным значениям $k_m = v_m + i\mu_m$, где v_m — волновое число моды m , 0, 0 по оси x , а μ_m — величина затухания этой моды. Используя (3), получаем

$$\frac{v_m + i\mu_m}{k} \operatorname{tg}(v_m + i\mu_m)l = \frac{i}{Z_1} = \frac{Y_1 + iR_1}{R_1^2 + Y_1^2}. \quad (9)$$

Собственные частоты $f_{m00} = v_m c / 2\pi$ камеры с поглощающей стенкой при $x=l$ определяются уравнением (9) при условии $v_m = k$. Записывая (9) с учетом сказанного, получим [3]

$$\left(1 + i \frac{\mu_m}{k}\right) \operatorname{tg}(k + i\mu_m)l = i\zeta + \chi, \quad (10)$$

$$\chi = \frac{\sin 2v_m l - \frac{\mu_m}{v_m} \operatorname{sh} 2\mu_m l}{\cos 2v_m l + \cos 2\mu_m l}; \quad \zeta = \frac{\operatorname{sh} 2\mu_m l + \frac{\mu_m}{v_m} \sin 2\mu_m l}{\cos 2v_m l + \operatorname{ch} 2\mu_m l}.$$

Эта система решается графически с помощью номограммы рис. 3. При $\mu_m \approx 0$ ($R_1 \approx 0$) уравнение (10) упрощается:

$$\operatorname{tg} kl = 1/Y_1. \quad (11)$$

Оно также решается графически относительно $kl = 2\pi f'_{m00}/c$ (рис. 4). Можно полагать, что собственная частота колебаний,

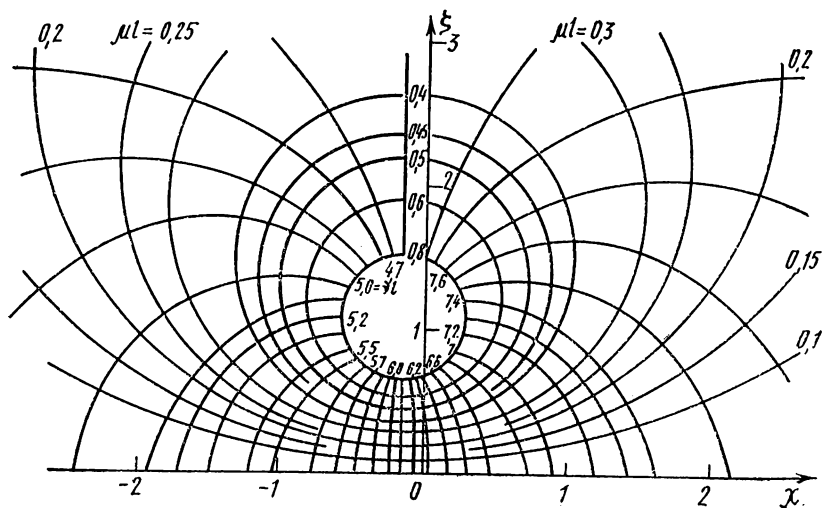


Рис. 3

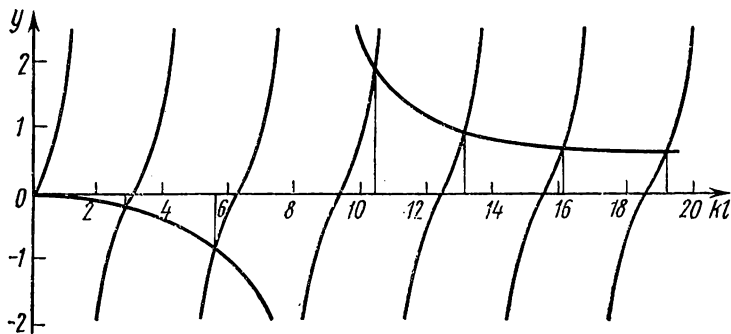


Рис. 4

направленных параллельно звукопоглощающей поверхности (мода 0, n, 0), изменяться не будет. Частота касательной моды

$$f'_{mn0} = \sqrt{f_{m00}^2 + f_{0n0}^2}. \quad (12)$$

3. Звукопоглощающие системы при наклонном падении звуковой волны. Вначале рассмотрим однородную изотропную среду.

Акустические свойства такой среды могут быть выражены через волновое сопротивление $W = \rho_1 c_1$ и постоянную распространения $\gamma = \alpha + i\beta$, где α — постоянная затухания, а β — волновое число. В среде с потерями W и γ будут комплексными. Зная W и γ , можно записать входной импеданс безграничного протяженного слоя конечной толщины l , расположенного на жесткой стенке, при падении на него под углом θ плоской звуковой волны

$$Z_\theta = \frac{W}{\cos \psi} \operatorname{cth} (\gamma l \cos \psi), \quad (13)$$

ψ — комплексный угол преломления, получаемый из закона преломления, который в наших обозначениях имеет вид

$$ik \cos \theta = \gamma \sin \psi,$$

откуда

$$\cos \theta = \sqrt{1 + \frac{k^2 \sin^2 \theta}{\gamma^2}}.$$

При комплексном γ угол ψ будет также комплексным.

Комплексность угла преломления означает, что преломленная волна неоднородна, а геометрическое место точек равной фазы — плоскость, наклонная к поверхности образца (геометрическое место точек равных амплитуд — плоскость, параллельная поверхности). В неоднородной волне амплитуды в плоскостях равной фазы непостоянны.

Нормируя (13), получаем

$$Z_{10} = \frac{W \cos \theta}{\cos \psi} \operatorname{cth} (\gamma l \cos \psi). \quad (14)$$

Рассмотрим акустическую систему, называемую резонансным поглотителем, который представляет собой жесткий лист с отверстиями (перфорированная панель), поставленный на некотором расстоянии l_1 от жесткой стенки. Реактивная Y_0 часть импеданса (реактанс), обусловленная массой среды, колеблющейся в отверстии с добавлением присоединенной массы, равна [2]

$$Y_0 = i\omega M = \rho S_0 l_0 + \rho S_0^2 \mathcal{K} = \rho S_0 (l_0 + 2l') = \rho S_0^2 \mathcal{K}', \quad (15)$$

здесь $\mathcal{K}' = S_0 / (l_0 + 2l')$ — проводимость отверстия в панели толщины l_0 , с площадью S_0 , поправка на конец [4]

$$2l' = 0,96 \sqrt{S_0} (1 - 1,25 d/a), \quad d/a \leq 0,4, \quad (16)$$

здесь d — диаметр отверстия, а a — сторона квадратной ячейки, т. е. площади S , на которой расположено одно отверстие. Безразмерный удельный реактанс перфорированной панели $Y_{\pi} = i\omega S_0 / c \mathcal{K}$,

Удельный безразмерный реактанс резонансного поглотителя

$$Y_1 = i\omega S / c \mathcal{K} - \operatorname{ctg} (\omega l_1 / c). \quad (17)$$

Активная часть импеданса отверстия (резистанс) R_0 , обусловленная вязкостью воздуха [2],

$$R_0 = \frac{2(l_0 + 2\delta)}{d} S_0 \sqrt{2\rho\mu\omega}, \quad (18)$$

где ρ — плотность, а μ — коэффициент вязкости воздуха. Резистанс единицы площади перфорированной панели, нормированный в ρc , при этом

$$R_1 = SR_0/S_0\rho c. \quad (19)$$

Если резистанс обусловлен потерями в материале, вносимом в отверстие, которые характеризуются удельной постоянной сопротивления R_m , равной отношению перепада давления при потоке через материал к объемной скорости, то

$$R_1 = SR_m/S_0\rho c. \quad (19a)$$

При наклонном падении звука в предположении угловой независимости присоединенной массы (т. е. при условии $a/\lambda \leq 0,2$, λ — длина волны) для поглотителя, воздушный промежуток которого разделен на отсеки [3],

$$Z_{1\theta} = R_1 \cos \theta + i[\omega S/\mathcal{K}c - \operatorname{ctg}(\omega l_1/c)] \cos \theta. \quad (20)$$

Если отсеков нет, то [3]

$$Z_{1\theta} = R_1 \cos \theta + i[\omega S/c\mathcal{K} - \operatorname{ctg}(\omega l_1 \cos \theta/c)]. \quad (21)$$

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Установка предназначена для исследования поведения звукопоглощающих систем при наклонном падении звука. Она состоит из 1) камеры из плексигласа, 2) излучателя (динамического громкоговорителя), 3) приемника (микрофона с зондом), 4) звукового генератора, 5) измерительного усилителя с фильтром (1/3 октавы) — анализатора (рис. 5).

Камера представляет собой параллелепипед со стенками из плексигласа толщиной 3 см и размерами: $l=80$ см, $h=50$ см, $b=10$ см.

Собственные частоты для мод (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) лежат в пределах 200—1700 Гц. Таким образом, частота, начиная с которой возбуждаются косые моды (определяемая из условия $q=1$, $m=n=0$), лежит несколько выше 1700 Гц.

Звуковое поле возбуждается излучателем Д, питаемым от генератора звуковой частоты Г (рис. 5). Чтобы колебания от громкоговорителя не передавались стенкам камеры К, а возбуждались бы лишь колебания в воздушном объеме, громкоговоритель соединяется резиновым патрубком П с отверстием в стенке камеры. Отверстие со стороны камеры закрывается металлической пластинкой, перфорированной отверстиями с диаметром 0,1 см.

Вследствие большого влияния вязкости в малых отверстиях входное отверстие источника со стороны камеры можно рассматривать как часть жесткой стенки, и, следовательно, граничные условия не нарушаются.

Возмущение в одной точке возбуждает всевозможные моды, но если частота возбуждающего звука совпадает с частотой одной из мод, то вследствие резонанса амплитуда данной моды будет во много раз больше, нежели амплитуда других мод, и их влияние будет незначительным.

Давление p в звуковом поле для какой-либо моды $m, n, 0$ измеряется зондом 3, представляющим собой трубку с внутренним диаметром 0,3 см. Такое малое сечение взято для того, чтобы по возможности уменьшить искажение поля при внесении в него зонда. Зонд, как и всякий звукопровод, имеет некоторый входной импеданс, и при измерениях распределения давления нужно учитывать «поправку», возникающую за счет искажения поля зондом. При малом радиусе зонда поправка мало скажется на результатах измерений.

Зонд соединяется с микрофоном М, напряжение с которого подается на измерительный усилитель ИУ с фильтром Ф. Фильтр настраивается так, чтобы исследуемая частота лежала в его полосе пропускания.

Метод измерения угловой зависимости импеданса. Метод возбуждения собственных колебаний в камере можно применить и для измерений импеданса при наклонном падении звука.

По аналогии с методом измерения импеданса при нормальном падении звука [2] активная и реактивная компоненты при измерениях в случае наклонного падения подсчитываются по формулам [3]

$$R \cos \theta / \rho c = R_{10} = 2N / (N^2 + 1) - (N^2 - 1) \cos 2\delta,$$

$$Y \cos \theta / \rho c = Y_{10} = (N^2 - 1) \sin 2\delta / (N^2 + 1) - (N^2 - 1) \cos 2\delta, \quad (22)$$

где N — измеренное отношение давления в максимуме к давлению в минимуме стоячей волны: $N = p_{\text{макс}} / p_{\text{мин}}$; сдвиг фазы, введенный в формуле (7),

$$2\delta = 2\pi \left(d_1 - \frac{\lambda_{mno} \sec \theta}{4} \right) / \frac{\lambda_{mno} \sec \theta}{2},$$

где d_1 — расстояние первого минимума от поверхности образца, λ_{mno} — длина волны моды $m, n, 0$ в камере, θ — угол падения.

Выражения (22) отличаются от известных выражений при нор-

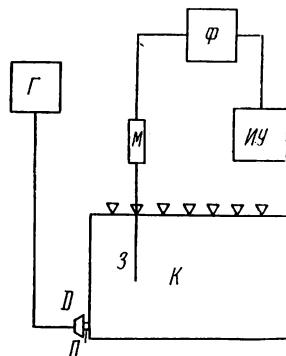


Рис. 5

мальном падении звуковой волны тем, что ρc и λ_{mn0} при $\theta \neq 0$ умножаются на

$$\sec \theta = k_{mn0}/k_{m00}.$$

Для измерения импеданса при наклонном падении образец толщиной l_1 помещается на одной из стенок камеры, например при $x=l$ или $y=h$. Тогда, собственная частота колебаний вдоль одного из ребер камеры, например x , изменится вследствие двух причин: 1) изменения длины ребра камеры на величину l_1 и 2) изменения импеданса стенки.

Для определения измененной частоты касательной моды сначала нужно подсчитать $f_{m00} = cm/2(l-l_1)$. Если Z_{10} (импеданс при нормальном падении и при частоте f_{m00}) известен, то можно подсчитать χ и ξ по формулам (10) и по номограмме рис. 3 определить измененную частоту моды

$$f'_{m00} = v_m c/2(l-l_1).$$

Вычислив f'_{m00} , полагая f_{0n0} неизменной, по формуле (5) вычисляется f'_{mn0} .

Если стенка имеет чисто реактивный импеданс ($R_1 \approx 0$), то измененную частоту f'_{m00} можно определить по графику рис. 4. Сначала подсчитывается частота моды f_{m00} , соответствующая измененному (за счет внесения образца толщиной l_1 , например резонансного поглотителя) размеру камеры, $f_{m00} = mc/2(l-l_1)$, как если бы стенка была жесткой, т. е. $Y_1 = -\infty$, $R \approx 0$. Затем следует подсчитать Y_1 при частоте f_{m00} по формуле (17). Но стенка с импедансом Y_1 , в свою очередь, изменяет частоту f_{m00} , и эту измененную частоту f'_{m00} можно определить из значения $(kl)'$, соответствующего абсциссе точки пересечения тангенсоиды $\operatorname{tg} k(l-l_1)$ с $1/Y_1$. Поскольку в камере могут последовательно возбуждаться моды разных порядков, то из точек пересечения кривой $1/Y_1$ тангенсоидами можно определить собственные частоты f'_{m00} . Если величина Y_1 при нормальном падении звука, т. е. при частоте f_{m00} , не может быть получена из расчета, ее следует определить экспериментально при возбуждении моды $(m, 0, 0)$.

Экспериментальное определение импеданса при разных углах падения θ , но при одной и той же частоте, связано с трудностями. В камере при изменении угла падения одновременно изменяется и частота. Для того чтобы обойти эту трудность, нужно изменять размеры камеры и возбуждать такие порядки мод $m', n', 0$, чтобы $f_{m'n'0} = f'_{m'n'0}$. Штрих означает, что частота соответствует той, которая получается, если на стенке $x=l$ расположена система с импедансом Z_{10} . При этом необходимо, чтобы импеданс Z_{10} при нормальном падении звука был известен во всем диапазоне частот либо из расчета по формуле (136), либо из эксперимента.

Пусть первоначальный размер камеры (для простоты уже с учетом толщины исследуемого образца) по оси x равен l . Для того чтобы определить новый размер камеры, запишем соотношение

$$f_{mn0}'^2 = f_{m'n'0}'^2 = f_{m00}'^2 + f_{0n0}'^2. \quad (23)$$

Если изменить порядок моды колебаний по оси y , то, задавая его значение n' , можно определить частоту $f_{0n'0}' = \pi c/2h$, поскольку размер камеры h остается неизменным и известен. Тогда из (23) получаем

$$f_{m'00}' = \sqrt{f_{mn0}'^2 - f_{0n'0}'^2}, \quad (23a)$$

Теперь поскольку Z_{10} известно во всем частотном диапазоне, а следовательно, и при частоте $f_{m'00}'$ и равно, скажем, $Z_{10}' = R_{10}' + iY_{10}'$, то из (10) можно подсчитать χ , ζ и по номограмме рис. 3 определить $v_m l = A$. С другой стороны,

$$v_m = 2\pi f_{m'00}'/c.$$

Следовательно, размер камеры

$$l' = Ac/2\pi f_{m'00}'.$$

Но $\cos \theta = f_{m'00}'/f_{mn0}'$; т. е. можно получить значение импеданса при той же частоте f_{mn0}' , на другом угле падения, так как $f_{m'n'0}' = f_{mn0}'$, а $f_{m'00}' \neq f_{m00}'$.

§ 4. Упражнения

1. Определение погрешностей, вносимых зондом при исследовании звукового поля. Сначала следует подсчитать значения собственных частот для тех мод, когда волны распространяются перпендикулярно крышке камеры, т. е. f_{0n0} , и возбудить излучателем эти моды. При этом зонд вставляется в одно из отверстий в крышке камеры и устанавливается вблизи стенки камеры на 1—2 см. Плавно изменяя частоту генератора в окрестностях значения собственной частоты, находят максимальное отклонение стрелки измерительного прибора и соответствующую частоту. Затем, вводя зонд внутрь камеры, замеряют положение минимума. Зная температуру воздуха, подсчитывают скорость звука по формуле $c = 20\sqrt{T}$ м/с (где T — абсолютная температура). Минимум давления должен быть на расстоянии $\lambda_{0n0}/4$ от жесткой стенки. Проверить это условие для различных частот и построить графики отклонения измеренного $\lambda_{0n0}/4$ от расчетного в зависимости от частоты.

2. Измерение распределения давления внутри камеры при возбуждении мод $(m, 0, 0)$ и $(0, n, 0)$. Возбудив моды, способом, ука-

занным в п. 1, измерить распределение давления, для чего вставлять зонд последовательно в отверстия в крышке камеры через 5 см (в области ожидаемого минимума через 1 см). При этом глубина ввода конца зонда внутрь фиксируется. Сначала она должна быть 1—2 см, считая от внутренней поверхности крышки, а затем 5, 10, 15 и т. д. Сравнить результаты измерения с расчетом.

3. Измерение распределения звукового давления в камере при частотах, соответствующих касательным модам $(m, n, 0)$. Рассчитать распределение давления и построить графики распределения давления. Для этого, фиксировав y , рассчитать $p \approx A \cos(m\pi x/l) \cos(n\pi y/h)$ для различных x , взятых, например, через 5 см. Принимая амплитуду при $x=1$ см и $y=1$ см за единицу, нормировать все остальные значения амплитуды к данной. При данных x и y отложить отрезок на графике по оси x пропорционально нормированной амплитуде. Задавая другое y , снова подсчитать p и снова отложить соответствующий отрезок и т. д. В результате получится график, аналогичный графику рис. 2. Сопоставить результаты расчета и измерений.

4. Исследование смещения собственных частот в камере со стенкой, имеющей чисто реактивный импеданс. Для этого в камеру поместить перфорированную панель с очень малым R_1 на некотором расстоянии l_1 от стенки. Подсчитать импеданс такой системы, его реактивную (17) и активную (18) составляющие. При этом следует убедиться, что для данной панели R_1 действительно стремится к нулю. Подсчитать измененную собственную частоту. Подсчитать частоту касательной моды. Найти распределение звукового давления из опыта. Сопоставить все данные расчета с экспериментом.

5. Измерение импеданса звукопоглощающего слоя. Для этого поместить в камеру на одну из стенок, например при $x=l$, слой звукопоглощающего материала с известным импедансом при нормальном падении и толщиной l_1 . Подсчитать частоту f_{m00} для размера камеры $l-l_1$, а затем измененную собственную частоту f'_{m00} , обусловленную наличием импедансной стенки. Подсчитать f_{mn0} . Возбудить моду $(m, n, 0)$ и сопоставить полученное из опыта значение частоты с рассчитанным. Измерить импеданс при той же частоте, но другом угле падения, для чего нужно рассчитать требуемый размер камеры по оси x . Разместив внутри камеры дополнительную стенку (жесткую) так, чтобы получилось вычисленное значение ребра l' , поместить на эту стенку исследуемую систему и измерить импеданс. Сопоставить с расчетом по формуле (13) при условии, что значения волновых параметров W и γ заданы.

Следует отметить, что поскольку при низких частотах большинство звукопоглощающих материалов имеет очень большой по абсолютному значению отрицательный реактанс, т. е. мало по своим свойствам отличается от акустических свойств жесткой стенки, то

исследование их нужно проводить при более высоких частотах, т. е. при $m \geq 2$. Поэтому и номограмма рис. 3 рассчитана для таких значений m .

ЛИТЕРАТУРА

1. Морз Ф. Колебания и звук. М.—Л., ГИТТЛ, 1949.
2. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука. Изд-во Моск. ун-та, 1960.
3. Велижанина К. А., Воронина Н. Н., Кодымская Е. С. «Акуст. журн.», 17, 2, 1971.
4. Велижанина К. А. «Акуст. журн.», 14, 1, 1968.

5. ВОЗБУЖДЕНИЕ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ВОЛН В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

Изучаются возбуждение, прием и распространение гиперзвуковых волн в пьезоэлектрических кристаллах. Рассчитываются и измеряются скорость и затухание волн в различных монокристаллах. Измеряются потери на преобразование.

§ 1. Введение

Гиперзвуковые волны (10^2 МГц— 10 ГГц) благодаря малой скорости звука (малой длине волны) в настоящее время широко применяются как в физических исследованиях, так и в технике для создания различного рода устройств обработки сигнальной информации: линий задержки, фильтров, оптико-акустических модуляторов и корреляторов и т. п. Длина гиперзвуковой волны в твердых телах меньше 10^{-3} см. Распространение таких акустических волн возможно только в монокристаллах. Последние обладают анизотропией характеристик распространения акустических волн (фазовой и групповой скорости, поляризации) [1, 2]. Кроме того гиперзвуковые волны сильно затухают ($\sim \omega^2$). Это требует применения очень совершенных монокристаллов, а в высокочастотной области гиперзвукового диапазона — охлаждения кристаллов до температуры жидкого азота или даже гелия.

Возбуждение и прием гиперзвуковых волн является трудной экспериментальной задачей, так как лишь очень незначительная доля электромагнитной (акустической) энергии превращается в акустическую (электромагнитную), что затрудняет проведение измерений в непрерывном режиме возбуждения акустических волн. Поэтому в акустике твердого тела наиболее распространен импульсный режим работы.

Цель данной работы — ознакомиться с современными методами возбуждения, приема и исследования характеристик распространения гиперзвуковых волн в пьезоэлектрических кристаллах и методами определения основных характеристик распространения акустических волн в анизотропных средах.

§ 2. Теория

1. Расчет фазовой скорости акустических волн в кристаллах.

Линейная теория распространения акустических волн в кристаллах с учетом анизотропии физических свойств кристаллов требует использования уравнений в тензорной форме: уравнение движения элемента объема твердого тела

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (1.1)$$

линейное уравнение состояния (обобщенный закон Гука)

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} u_{kl}, \quad (1.2)$$

где U_i — проекция вектора смещения элемента объема на оси выбранной системы координат, c_{ijkl} — компоненты тензора модулей упругости, σ_{ij} — компоненты тензора механических напряжений, ρ — плотность кристалла, u_{kl} — компоненты тензора деформаций, связанные с проекциями вектора смещения (в линейном случае) соотношением

$$u_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_k}{\partial x_l} + \frac{\partial U_l}{\partial x_k} \right). \quad (1.3)$$

Индексы i, j, k, l пробегают значения 1, 2, 3, и применяется правило суммирования по повторяющимся индексам. Подставляя (1.2) и (1.3) в (1.1), получают волновое уравнение, описывающее распространение объемных акустических волн в кристаллах:

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_j \partial x_l}. \quad (1.4)$$

Для плоских гармонических волн

$$U_i = U_{i0} \exp[i(\omega t - \mathbf{k} \mathbf{r})] \quad (1.5)$$

уравнение (1.4) дает систему алгебраических уравнений

$$\rho \omega^2 U_i = k^2 c_{ijkl} n_j n_l U_k.$$

Здесь $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$, k и n_i — модуль и направляющие косинуса волнового вектора, \mathbf{r} — радиус-вектор. Можно записать систему однородных алгебраических уравнений

$$[\Gamma_{ik} - \rho v^2 \delta_{ik}] U_k = 0. \quad (1.6)$$

Здесь δ_{ik} — символ Кронекера, $v = \omega/k$ — фазовая скорость акустической волны, $\Gamma_{ik} = c_{ijkl} n_j n_l$ — компоненты тензора Кристоффеля для данного направления распространения акустической волны. Уравнение (1.6) (Грина—Кристоффеля) описывает распространение в кристалле плоских однородных волн, которые называются объемными в отличие от неоднородных волн, которые могут распространяться вдоль поверхности кристалла.

Из равенства нулю определителя системы (1.6)

$$\begin{vmatrix} \Gamma_{11} - \rho v^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - \rho v^2 & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} - \rho v^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.7)$$

получим три действительных значения фазовых скоростей трех возможных объемных волн. Собственные векторы тензора Γ_{ik} определяют поляризации этих волн. Так как собственные векторы ортогональны, то и поляризации объемных волн взаимно ортогональны. Если один из векторов смещения U совпадает с направлением волновой нормали \mathbf{k} , то такая волна называется чисто продольной. Если же направления векторов смещения составляют некоторый угол θ с направлением волновой нормали, отличный от 0 и 90° , то такие волны называют квазипродольными или квазипоперечными. Квазипродольные и квазипоперечные волны являются специфическими видами волн в кристаллах и не могут быть представлены в виде суперпозиции чисто продольных и сдвиговых волн. Каждая из трех волн имеет свою фазовую скорость и свою определенную плоскую поляризацию.

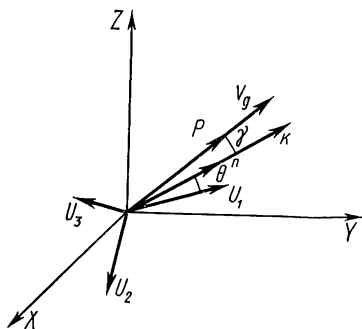


Рис. 1. Расположение векторов: волнового \mathbf{k} , потока энергии \mathbf{P} и смещений \mathbf{u} в системе координат, связанной с главными кристаллографическими осями кристалла

2. Групповая скорость и поляризация гиперзвуковых волн. Компоненты единичных векторов смещения акустической волны при известной фазовой скорости можно определить из (1.6) и дополнительного условия нормировки

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 1, \quad (2.1)$$

где u_i — единичный вектор смещения.

Если рассматривать распространение волн вдоль одной из кристаллографических осей (рис. 1) и если в этом случае недиагональные компоненты тензора Γ_{ik} равны нулю, то система (1.6) распадается на три независимых уравнения:

$$(\Gamma_{nn} - \rho v^2) u_n = 0, \quad n = 1, 2, 3.$$

Фазовая скорость одной из волн $v_1 = \sqrt{\Gamma_{11}/\rho}$. Для этой волны $u_1 = 1$, а $u_2 = u_3 = 0$, т. е. это волна с поляризацией по оси x . Поляризации двух других волн направлены по осям y и z соответственно. Угол θ между вектором смещения \mathbf{u} и направлением волновой нормали \mathbf{k} определяется по формуле

$$\theta = \arccos(u_i n_i). \quad (2.2)$$

Анизотропия кристаллов приводит к тому, что групповая скорость акустической волны в общем случае отличается от фазовой по величине и не совпадает с направлением волнового вектора:

$$v_{gi} = c_{ijkl} u_j u_l n_k / \rho v. \quad (2.3)$$

Для вектора групповой скорости всегда выполняется условие $\mathbf{v}_g \mathbf{n} = v$. Для расчета групповой скорости необходимо предварительно вычислить фазовую скорость и компоненты вектора смещения данной акустической волны. Определяя вектор

$$C_i = A_{ik} n_k, \quad (2.4)$$

где тензор $A_{ik} = c_{ijkl} u_j u_l$ определяется сверткой, аналогичной тензору Γ_{ik} , и единичные векторы потока энергии акустической волны

$$\mathbf{g}_i = C_i / \rho v |\mathbf{v}_g|, \quad (2.5)$$

можно рассчитать угол между направлением распространения волны и направлением потока энергии

$$\gamma = \arccos(\mathbf{g}_i \mathbf{n}_i), \quad (2.6)$$

3. Гиперзвуковые волны в пьезоэлектрических кристаллах. Уравнение движения остается в виде (1.1), а уравнение состояния примет вид

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} u_{kl} - e_{nij} E_n, \quad (3.1)$$

$$D_m = e_{mkl} u_{kl} + \epsilon_{mn} E_n.$$

Здесь e_{nij} — тензор пьезоэлектрических коэффициентов, ϵ_{nm} — тензор диэлектрической проницаемости, \mathbf{E} — вектор электрического поля, сопровождающего акустическую волну, \mathbf{D} — вектор электрической индукции. Для решения задачи о распространении акустических волн в пьезокристаллах необходимо решить систему уравнений (1.1) и (3.1) совместно с системой уравнений Максвелла. Однако учитывая, что скорость звука v в кристаллах значительно меньше скорости света c , с большой точностью (погрешность порядка v/c) можно пользоваться квазистатическим приближением (считать электрическое поле в пьезокристалле потенциальным). Полагаем также, что свободные объемные заряды отсутствуют. Тогда, введя электрический потенциал Φ , получим

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = 0,$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \Phi,$$

$$E_n = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_n}, \quad \frac{\partial D_m}{\partial x_m} = 0. \quad (3.2)$$

Из (1.1), (3.1) и (3.2) получим

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_j \partial x_l} + e_{nij} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j \partial x_n}, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial D_m}{\partial x_m} = e_{mkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_l \partial x_m} - \varepsilon_{mn} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_m \partial x_n} = 0.$$

Для плоских волн (1.5) из (3.3) получим видоизмененное уравнение Грина — Кристоффеля

$$(\Gamma_{ik} + K_{ik} - \rho v^2 \delta_{ik}) U_k = 0, \quad (3.4)$$

где $K_{ik} = \mathcal{G}_i \mathcal{G}_k / \varepsilon$, $\mathcal{G}_i = e_{nij} n_j n_n$ — пьезоэлектрический вектор, $\varepsilon = \varepsilon_{mn} n_m n_n$ — эффективная диэлектрическая проницаемость пьезокристалла. Таким образом, задача о распространении акустических волн в пьезокристаллах сводится к решению уравнения (3.4). В пьезокристаллах происходит перенормировка фазовой скорости. За счет «электрической» жесткости фазовая скорость обычно несколько увеличивается. Влияние пьезоэффекта на распространение упругих волн характеризуют коэффициентом электромеханической связи K ,

$$K^2 = \frac{W_{вз}^2}{W_{мех} W_{эл}}, \quad (3.5)$$

где $W_{мех}$, $W_{эл}$ и $W_{вз}$ — упругая, электрическая и энергия электромеханической связи в единице объема кристалла. Коэффициент K^2 может быть определен через фазовую скорость упругой волны

$$K^2 = \frac{v^2 - v_0^2}{v_0^2}, \quad (3.6)$$

где v_0 — фазовая скорость без учета пьезоэффекта ($K_{ik} = 0$), и является важной характеристикой пьезокристалла, необходимой для расчета ультразвуковых преобразователей, акустических волноводов на поверхностных волнах и т. д.

Поляризация объемных упругих волн в пьезокристаллах определяется так же, как и в пьезоэлектрических кристаллах, но вместо Γ_{ik} надо брать $\Gamma_{ik} + K_{ik}$.

4. Метод возбуждения и приема гиперзвука. Для возбуждения и приема гиперзвуковых волн обычно используют явление пьезоэффекта. Возбуждение гиперзвуковых волн в пьезоэлектрических кристаллах удобно осуществлять с поверхности самих образцов. Для этого в емкостной зазор четвертьволнового коаксиального СВЧ резонатора (рис. 2) в пучность высокочастотного электрического поля помещается торец пьезокристалла.

Основным параметром, характеризующим преобразователи гиперзвука, является коэффициент преобразования — отношение

акустической мощности к электрической мощности, подводимой к преобразователю (и обратно):

$$A_{12} = \frac{P'_{\text{АК}}}{P'_{\text{ЭМ}}}; \quad A_{21} = \frac{P''_{\text{ЭМ}}}{P''_{\text{АК}}}, \quad (4.1)$$

где $P'_{\text{АК}}$ и $P''_{\text{АК}}$ — мощности гиперзвуковой волны, излучаемой входным преобразователем и падающей на выходной преобразователь соответственно; $P'_{\text{ЭМ}}$ и $P''_{\text{ЭМ}}$ — мощности электромагнитной волны, подводимой к входному преобразователю и снимаемой с

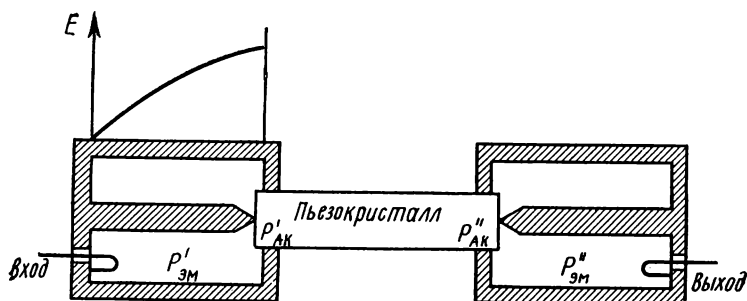


Рис. 2. Коаксиальные четвертьволновые СВЧ-резонаторы для возбуждения гиперзвука и распределение электрического поля в резонаторе

выходного преобразователя. В случае обратимых преобразователей выполняется равенство $A_{12} = A_{21}$. Часто вводят коэффициент двойного преобразования $A^2 = A_{12}A_{21}$.

Эффективность преобразования электрической энергии в механическую (гиперзвуковую волну), так же как и обратного преобразования, обычно очень низка. Поэтому вместо коэффициента преобразования пользуются величиной

$$B_{12} = 10 \lg \frac{P'_{\text{АК}}}{P'_{\text{ЭМ}}}, \quad B_{21} = 10 \lg \frac{P''_{\text{ЭМ}}}{P''_{\text{АК}}} \quad (4.2)$$

(потерями на преобразование в дБ). Экспериментально удобнее измерять потери на двойное преобразование, так как в этом случае достаточно измерить только электрические мощности на входе и на выходе. При условии $P'_{\text{АК}} = P''_{\text{АК}}$ потери на однократное преобразование составляют $0,5 B$, где

$$B = B_{12} + B_{21} = 10 \lg \frac{P''_{\text{ЭМ}}}{P'_{\text{ЭМ}}}. \quad (4.3)$$

Расчет эффективности возбуждения гиперзвука с поверхности пьезоэлектрических кристаллов можно выполнять, решая уравнения пьезоэффекта при граничных условиях на торцевой (излучающей) поверхности кристалла. Проведем его на примере кристаллов класса $3m$ (ниобат и танталат лития). Пусть электрическое поле СВЧ резонатора направлено вдоль оптической оси Z кристалла (рис. 3). Из непрерывности нормальной составляющей электрической индукции

$$D_3 = \epsilon_0 E_3^0 \quad (4.4)$$

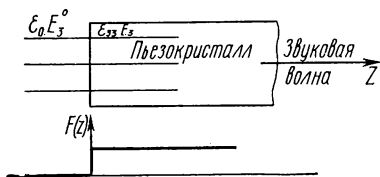


Рис. 3. Электрическое поле на границе пьезокристалла

и из уравнений пьезоэффекта (3.1)

$$\epsilon_0 E_3^0 = e_{3kl} u_{kl} - e_{33} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3}$$

и

$$\sigma_{ij} = (c_{ijkl} + e_{3ij}e_{3kl}/\epsilon_{33}) u_{kl} - e_{3ij} \epsilon_0 E_3/\epsilon_{33}. \quad (4.5)$$

Здесь ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, E_3^0 — напряженность СВЧ поля в резонаторе в вакууме вблизи поверхности кристалла. Подстановка (4.5) в (1.1) для продольной волны дает

$$\rho \frac{\partial^2 U_3}{\partial t^2} - c_{33}(1 + K^2) \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_3^2} = \frac{\partial}{\partial x_3} (e_{33} D_3/\epsilon_{33}), \quad (4.6)$$

где $K^2 = e_{33}^2/\epsilon_{33}c_{33}$ — коэффициент электромеханической связи.

Уравнение (4.6) неоднородное, правую часть его называют функцией возбуждения

$$F(x, t) = \frac{\partial}{\partial x_3} (e_{33} D_3/\epsilon_{33}). \quad (4.7)$$

Так как D_3 непрерывна на границе и в однородном поле не зависит от координаты x_3 , то функция возбуждения отлична от нуля лишь на границе кристалла, где есть скачок e_{33}/ϵ_{33} (рис. 3), или в любой точке кристалла, где есть скачок пьезоэлектрических и диэлектрических свойств, например на границах доменов.

Для гармонического возбуждения $D_3 e^{-i\omega t}$ из (4.6) получаем

$$\frac{\partial^2 U_3}{\partial x_3^2} + k^2 U_3 = \frac{1}{c_{33}(1 + K^2)} \frac{\partial}{\partial x_3} (e_{33} D_3/\epsilon_{33}). \quad (4.8)$$

В случае ступенчатой функции возбуждения решение уравнения (4.8) имеет вид

$$U_3(x, t) = K^2 D_3 e^{-i(\omega t - kx_3)}/2ke_{33}. \quad (4.9)$$

Далее, подставляя (4.9) в (3.1), найдем

$$E_3 = D_3/\epsilon_{33} - K^2 D_3 e^{-i(\omega t - kx_3)}/2\epsilon_{33}. \quad (4.10)$$

Можно ввести эффективную разность потенциалов V , приложенную к пьезокристаллу в зазоре СВЧ-резонатора глубиной b :

$$V = \int_0^b E_3(x) dx \quad (4.11)$$

и ток через кристалл сечением S

$$J = -i\omega D_3 S e^{-i\omega t}. \quad (4.12)$$

Тогда электрическая мощность

$$P = JV = i\omega D^2 S b/E + \omega K^2 D^2 S b/2\epsilon. \quad (4.13)$$

Действительная часть (4.13) — мощность, излучаемая в виде гиперзвуковой волны

$$\text{Re}(P) = \omega K^2 D^2 S b/2\epsilon = P_{\text{АК}}. \quad (4.14)$$

Коэффициент преобразования при возбуждении гиперзвука в пьезокристалле с его поверхности можно рассчитать, пользуясь понятиями «ненагруженной» добротности резонатора Q_0 и эффективной добротности преобразователя $Q_{\text{пр}}$:

$$Q_0 = \omega W/P_0, \quad (4.15)$$

$$Q_{\text{пр}} = \omega W/P_{\text{АК}}. \quad (4.16)$$

Здесь W — энергия, запасенная в СВЧ-резонаторе, P_0 — мощность, рассеянная в СВЧ-резонаторе (в стенках, на излучение и т. п.). Учитывая, что

$$P'_{\text{ЭМ}} = P_0 + P'_{\text{АК}}, \quad Q_{\text{пр}} \gg Q_0,$$

для коэффициента преобразования из (4.1) получим

$$A = \frac{P'_{\text{АК}}}{P'_{\text{ЭМ}}} = \frac{1}{1 + Q_{\text{пр}}/Q_0} \approx \frac{Q_0}{Q_{\text{пр}}}. \quad (4.17)$$

Энергия, запасенная в резонаторе,

$$W = \xi \epsilon_0 (E_3^0)^2 V_{\text{рез}}/2, \quad (4.18)$$

где $V_{\text{рез}}$ — объем резонатора, ξ — коэффициент, учитывающий форму и распределение электрического поля в резонаторе. Тогда

$$A = K^2 Q_0 S \Lambda \epsilon_0 / 2\pi \xi V_{\text{рез}} \epsilon_{33}, \quad (4.19)$$

т. е. коэффициент преобразования пропорционален коэффициенту электромеханической связи кристалла, добротности резонатора и отношению «объема» преобразователя $SL\epsilon_0$ к «объему» резонатора $\xi V_{рез} \epsilon_{33}$ (L — длина акустической волны в кристалле).

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

1. Методы гиперзвуковых измерений. При проведении экспериментов с ультра- и гиперзвуковыми волнами в большинстве случаев измерения проводятся на электрической стороне, т. е. до или после преобразования электрического сигнала в акустический. Такие измерения удобнее проводить в импульсном режиме, так как в непрерывном режиме чрезвычайно трудно выделить сигнал, полученный на выходном преобразователе, на фоне помехи от входного сигнала даже при хорошей экранировке входа и выхода. При импульсном режиме работы благодаря значительной задержке акустического сигнала помеха не существенна. При этом для предотвращения перегрузки чувствительного приемного устройства оно на время действия входного «зондирующего» импульса закрывается специальным бланкирующим импульсом.

Другой особенностью гиперзвуковых измерений является отражение акустического сигнала от торцов кристалла. Коэффициент отражения акустической волны от торцевой поверхности кристалла

$$R = \frac{Z_{кр} - Z_0}{Z_{кр} + Z_0}, \quad Z_0 = \rho_0 v_0, \quad Z_{кр} = \rho v,$$

где ρ_0 , v_0 — плотность и скорость звука в воздухе; ρ , v — плотность и скорость звука в кристалле. Так как $Z_0 \ll Z_{кр}$, то $R \sim 1$, т. е. акустическая волна почти полностью отражается от поверхности кристалла. Поэтому при малом поглощении гиперзвуковой волны в кристалле устанавливается серия многократных отражений акустических импульсов, амплитуда которых экспоненциально спадает по мере распространения волны (рис. 4). Это помогает проводить измерения характеристик распространения волны. По времени задержки импульсов в серии и длине кристалла l определяется скорость звуковой волны v , а по спаду амплитуды — коэффициент поглощения. Для проведения импульсных измерений выбирается длительность зондирующего импульса $\tau < l/v$ и частота повторения $F < v/2ln$, где n — число наблюдаемых отражений.

Обратимость пьезоэлектрических преобразователей позволяет использовать два режима работы при гиперзвуковых измерениях: «на прохождение» и «на отражение». В первом случае используются два преобразователя, а во втором — один и тот же преобразователь как для возбуждения, так и для приема гиперзвуковой волны. Серии наблюдаемых в этих случаях импульсов отличаются (рис. 4) временем задержки первого импульса.

В кристалле иногда возможно возбуждение одновременно двух, а иногда и трех типов волн. Тогда наблюдаемая картина серии

импульсов сильно усложняется (рис. 4, в). Идентифицировать серии в некоторых случаях нетрудно, так как каждый тип волны имеет свой коэффициент поглощения (соответственно спад амплитуды) и свою скорость.

2. Блок-схема установки (рис. 5). Для экспериментального исследования возбуждения и распространения гиперзвуковых волн в пьезокристаллах используется стандартная радиоэлектронная аппаратура дециметрового диапазона. Импульсный режим работы

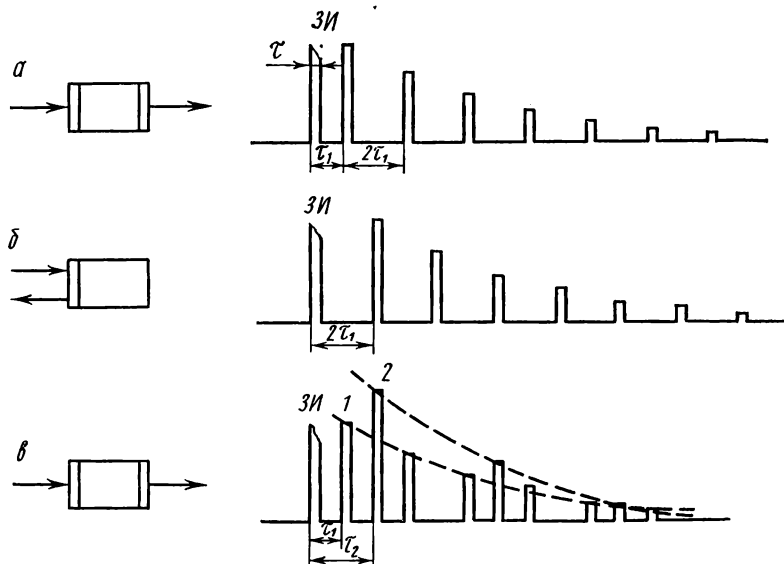


Рис. 4. Вид типичной серии ультразвуковых импульсов, наблюдаемых на экране осциллографа (ЗИ — зондирующий импульс): *а* — возбуждается один тип волн, режим работы на прохождение; *б* — возбуждается один тип волн, режим работы на отражение; *в* — возбуждаются два типа волн — продольная и сдвиговая (в монокристалле ниобата лития)

установки задается генератором прямоугольных импульсов ГИ-1, который модулирует генератор высокой частоты ГВЧ. Длительность модулирующего импульса и частота повторения устанавливаются на ГИ-1. Частота ГВЧ может плавно перестраиваться в пределах 150—1000 МГц. Максимальная мощность ВЧ-импульса порядка 1 Вт. Зондирующий ВЧ-импульс далее поступает в СВЧ-резонатор Р, который возбуждает в пьезокристалле гиперзвуковую волну. С выходного СВЧ-резонатора сигнал поступает в измерительный приемник ИП, который перестраивается в том же диапазоне.

Для надежного измерения мощность сигнала на входе ИП должна быть не ниже 10^{-11} — 10^{-12} Вт. Для сохранения чувствительности в последующее за зондирующим импульсом время вход приемника в момент генерации зондирующего импульса запирает-

ся с помощью импульсного генератора ГИ-2, синхронизированного с ГИ-1. Задержка запирающего импульса и его длительность подбираются экспериментально, чтобы обеспечить надежное запира-ние приемника. Продетектированный сигнал с выхода ИП посту-пает на осциллограф ЭО, на экране которого наблюдается серия гиперзвуковых импульсов. Второй СВЧ-генератор — ГВЧ-И имеет калиброванный выход и служит для измерительных целей.

3. СВЧ-резонаторы. Для работы в диапазоне частот 150—1000 МГц наиболее удобны коаксиальные СВЧ-резонаторы. Такой резонатор состоит из внутреннего стержня и наружной трубы

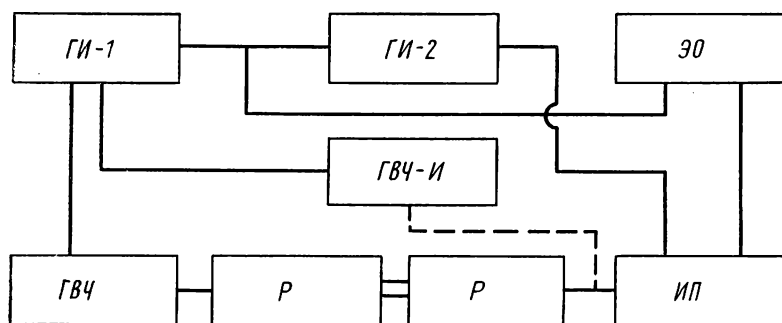


Рис. 5. Блок-схема установки для экспериментального исследования возбуждения и распространения гиперзвуковых волн в пьезокристаллах

(рис. 2). Перестройка резонатора осуществляется подвижным замыкающим поршнем. Возбуждение и вывод сигнала происходят с помощью петель связи, расположенных в подвижном замыкающем поршне. Один конец резонатора имеет отверстие для кристалла. Центральный стержень резонатора снабжен специальными наконечниками, увеличивающими напряженность электрического поля у торца кристалла. Резонаторы укреплены на специальной подставке, позволяющей перемещать их относительно друг друга так, чтобы можно было вставлять пьезокристаллы различной длины.

4. Включение и настройка аппаратуры. Включить приборы и дать прогреться установке в течение 5—7 минут. Установить на ГИ-1 длительность импульсов 3—4 мкс и частоту повторения 2—3 кГц и соединить его с ГВЧ. Установить требуемую частоту на ГВЧ и подсоединить вход ИП к выходу ГВЧ «мкВт», который имеет плавную регулировку амплитуды зондирующего импульса с помощью калиброванного аттенюатора. Установить максимальную амплитуду импульса, после чего настроить ИП так, чтобы на экране осциллографа сигнал был максимальным. Для этого используются ручки «установка частоты» и «подстройка» (в соответствующем диапазоне). Бланирующий генератор ГИ-2 во время

настройки приемника должен быть отключен. По мере приближения к точной настройке необходимо уменьшать амплитуду зондирующего импульса attenuатором. Предельный сигнал, который должен чувствовать точно настроенный приемник, имеет мощность 10^{-12} — 10^{-11} Вт.

После настройки приемника необходимо настроить СВЧ резонаторы. Каждый резонатор с исследуемым кристаллом включается между генератором ГВЧ и приемником ИП поочередно. Настройка производится плавным перемещением поршней до получения максимального сигнала на осциллографе. Сигнал настройки может быть меньше сигнала, идущего непосредственно от генератора не более чем на 6—8 дБ.

После настройки приемника и резонаторов включается ГИ-2 и подбирается длительность импульса и задержка так, чтобы максимально скомпенсировать зондирующий импульс. На экране осциллографа будет видна серия отраженных акустических импульсов. Подстроить приемник и СВЧ-резонаторы до получения наибольшей длины серии отраженных импульсов. При больших потерях на преобразование или при большом затухании гиперзвука необходимо перейти на мощный выход генератора «Ватты».

Аналогично настраивается аппаратура в режиме «на отражение». При этом одна петля связи присоединяется к генератору, а вторая — к приемнику. В этом случае настраивается только один резонатор.

5. Измерение потерь на преобразование и добротности резонатора. Для измерения добротности резонатора производится настройка установки, как указано выше. Выход генератора — «мкВт». ГВЧ перестраивается ручкой «расстройка» так, чтобы сигнал на экране осциллографа изменился до уровня 0,7. Определяется резонансная частота и ширина полосы пропускания резонатора, и по ним рассчитывается добротность резонатора Q . В этом случае кристалл не должен находиться в резонаторе. Аналогично измеряется и рассчитывается «нагруженная» добротность резонатора с кристаллом при настройке системы на резонансную частоту (у резонатора с пьезокристаллом она несколько изменяется).

Для определения потерь на преобразование используется метод сравнения первого прошедшего акустического импульса с зондирующим сигналом. При этом предполагается, что коэффициент передачи для зондирующего сигнала близок к единице, и потерями в электромагнитном тракте можно пренебречь по сравнению с потерями на преобразование и акустическими потерями. Для измерения потерь на преобразование с помощью attenuатора генератора уровень первого прошедшего акустического импульса уменьшается до определенной фиксированной величины (например до уровня шумов) и замеряются соответствующие показания attenuатора. Затем тем же attenuатором уменьшается уровень сигнала до тех пор, пока импульс наводки не достигнет той же величины, и замеряются показания attenuатора. Разность этих

показаний аттенюатора дает значение полных (вносимых) потерь с СВЧ линии задержки. Если можно пренебречь поглощением гиперзвука по сравнению с потерями на преобразование, то эта величина и будет потерями на двойное преобразование (в дБ).

6. Измерение скорости гиперзвуковых волн. Скорость гиперзвуковых волн определяется по времени задержки гиперзвукового импульса. Импульсный метод позволяет измерить групповую скорость волны. Однако проекция групповой скорости на направление волновой нормали равна фазовой скорости звука в данном направлении. Поэтому при отсутствии дисперсии импульсные измерения дают значение фазовой скорости.

Для измерения скорости звука на экране осциллографа с помощью меток времени определяется время задержки между зондирующим и n -ым прошедшим (отраженным) импульсом. По известной длине образца l и времени задержки τ рассчитывается фазовая скорость звука. При работе на отражение

$$v = 2nl/\tau.$$

При работе на прохождение

$$v = (2n - 1) l/\tau.$$

Погрешность измерения фазовой скорости определяется соотношением

$$\Delta v/v = \Delta l/l + \Delta \tau/\tau,$$

из которого видно, что основная погрешность связана с измерением времени задержки. При точности определения времени задержки порядка 2 мкс точность данного метода не ниже 1% и растет с числом отраженных импульсов. Поэтому следует настраивать систему так, чтобы видеть на экране осциллографа максимально возможное число отраженных (прошедших) импульсов. При этом нет необходимости добиваться хорошего экспоненциального спада серии импульсов.

7. Измерение поглощения гиперзвуковых волн. Коэффициент поглощения гиперзвуковых волн в данной установке может быть измерен с помощью сравнения отраженных (прошедших) импульсов с импульсом от измерительного генератора. Этот импульс поступает на вход приемника с небольшой задержкой относительно зондирующего импульса (эту задержку можно менять в процессе измерений) и виден на экране осциллографа одновременно с серией акустических импульсов. Для измерения поглощения необходимо настроить систему так, чтобы серия акустических импульсов спадала по возможности экспоненциально. Существует ряд причин нарушения экспоненты [2] (дифракция, непараллельность торцов образца, отклонение направления распространения от оси симметрии и т. п.). При экспоненциальной серии коэффициент поглощения гиперзвука можно определить, измеряя первый

прошедший (отраженный) импульс и n -ный импульс акустической серии. Тогда при работе на отражение и на прохождение поглощение

$$\alpha = (\ln A_1 - \ln \bar{A}_n) / 2ln,$$

где A_n — амплитуда n -ного импульса ультразвука. Точность метода измерения коэффициента поглощения определяется главным образом точностью измерения амплитуд и экспоненциальностью серии.

§ 4. Упражнения

1. Измерение добротности резонаторов. Измерить добротность Q_0 и нагруженную добротность $Q_{пр}$ с несколькими кристаллами (из тех, что используются в работе). Частоты, на которых производятся измерения, выбираются предварительно. Для каждого кристалла следует измерить полные вносимые потери и потери на преобразование. Сравнить измеренные потери на преобразование с рассчитанными по формуле (4.19). Оценить точность измерения потерь на преобразование.

2. Определение фазовой скорости. Измерить фазовую скорость одной из трех акустических волн в тех же кристаллах. Оценить точность измерений. По упругим и пьезоэлектрическим константам кристалла (см. приложение) рассчитать фазовую и групповую скорости и поляризацию волны для изучаемых кристаллов и сравнить полученные значения со значениями скорости, определенными экспериментально.

3. Определение коэффициента поглощения. На трех-четырех частотах измерить коэффициент поглощения для волн выбранных ранее поляризаций в тех же кристаллах и построить частотную зависимость поглощения. Оценить точность измерений поглощения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

УПРУГИЕ И ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ ДЛЯ ТРИГОНАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛОВ

Кварц SiO_2

$c_{11} = 8,674 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$; $c_{12} = 0,699 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$; $c_{13} = 1,19 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$;
 $c_{14} = 1,791 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$; $c_{34} = 0$; $c_{44} = 5,79 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$;
 $c_{33} = 10,72 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$; $c_{66} = 3,988 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$;
 $e_{11} = 0,40 \cdot 10^{10} \text{ Ф/м}$; $e_{33} = 0,36 \cdot 10^{10} \text{ Ф/м}$;
 $e_{11} = 0,171 \text{ Кл/м}^2$; $e_{14} = -0,0406 \text{ Кл/м}^2$; $e_{13} = 0$;
 $\rho = 2,648 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Ниобат лития LiNbO_3

$c_{11} = 2,03 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$; $c_{12} = 0,57 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$; $c_{13} = 0,75 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$;
 $c_{14} = 0,09 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$; $c_{33} = 2,42 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$; $c_{44} = 0,6 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$;

$$\begin{aligned}
c_{66} &= 0,75 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2; \\
\varepsilon_{11} &= 0,75 \cdot 10^{-9} \text{ Ф/м}; \quad \varepsilon_{33} = 0,254 \cdot 10^{-9} \text{ Ф/м}; \\
e_{15} &= 3,7 \text{ Кл/м}^2; \quad e_{22} = 2,5 \text{ Кл/м}^2; \quad e_{31} = 0,2 \text{ Кл/м}^2; \quad e_{33} = 1,3 \text{ Кл/м}^2; \\
\rho &= 4,72 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.
\end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М., «Мир», 1967.
2. Труэлл Р., Эльбаум Ч. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. М., «Мир», 1972.
3. Федоров Ф. И. Теория упругих волн в кристаллах. М., «Наука», 1972.
4. Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики. М., «Наука», 1975.
5. Такер Дж., Рэмpton В. Гиперзвук в физике твердого тела. М., «Мир», 1976.

6. РАСПРОСТРАНЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В ЖИДКОСТЯХ

Исследуется нелинейное акустическое явление — волны конечной амплитуды.

§ 1. Введение

Теоретическое рассмотрение задач акустики производится большей частью в линейном приближении, т. е. в системе уравнений гидродинамики отбрасываются все нелинейные члены. Полученное таким образом решение согласуется с результатами опытов, проводимых при достаточно малых амплитудах колебаний.

В некоторых случаях, однако, появляется необходимость в исследовании нелинейных явлений, возникающих в волнах сравнительно больших амплитуд. Это связано с практическим применением ультразвуковых волн высокой интенсивности, например, для приготовления высококачественных эмульсий, очистки окалина с деталей сложной формы и других целей.

Одно из явлений нелинейной акустики называется «волнами конечной амплитуды» [1]. В этом явлении возникают эффекты, которые не могут быть объяснены в рамках линейной акустики, главный из них — появление в волне гармоник с частотами, кратными основной, что приводит к искажению синусоидальной формы бегущей волны.

Среди всех гармоник (не считая первой, т. е. волны основной частоты) наибольшую амплитуду имеет вторая гармоника. Присутствие второй гармоники — признак нелинейных искажений звуковой волны. Метод исследования нелинейных процессов посредством регистрации второй гармоники весьма чувствителен и особенно эффективен при сравнительно небольшой интенсивности ультразвука, когда непосредственное наблюдение искажения формы волны затруднено.

Цель настоящей задачи — ознакомление с методами экспериментального исследования волн конечной амплитуды. В задаче исследуется изменение амплитуды второй гармоники, определяется интенсивность ультразвука с помощью эффекта «давления радиации», для разделения волн разных частот применяется пластинчатый фильтр.

§ 2. Теория

Выражение для синусоидальной бегущей волны конечной амплитуды может быть представлено в виде [1, 2]

$$v = v_0 \sin \omega \left[t - \frac{x}{c_0 + \frac{\Gamma+1}{2} v} \right]. \quad (1)$$

Из (1) следует, что по мере распространения волны в ней должны возникать высшие гармоники. Если при $x=0$ излучатель создает в среде синусоидальную волну с частотой ω , то на некотором расстоянии от излучателя эта волна будет содержать также частоты 2ω , 3ω и т. д.

Рассмотрим образование второй гармоники. Для этого преобразуем выражение (1), учитывая малость v_0/c_0 :

$$\begin{aligned} v &= v_0 \sin \omega \left[t - \frac{x}{c_0 + \frac{\Gamma+1}{2} v} \right] \approx \\ &\approx v_0 \sin \omega \left[t - \frac{x}{c_0} \left(1 - \frac{\Gamma+1}{2} \cdot \frac{v}{c_0} \right) \right] \approx \\ &\approx \frac{v_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right)}{1 - \omega x \frac{\Gamma+1}{2} \frac{v_0}{c_0^2} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right)} \approx \\ &\approx v_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) + \omega x \frac{\Gamma+1}{4} \cdot \frac{v_0^2}{c_0^2} \sin 2\omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, в волне наряду с колебаниями частоты ω присутствуют колебания частоты 2ω .

Учитывая, что амплитуда скорости i -той гармоники v_{0i} связана с амплитудой давления P_{0i} этой же гармоники соотношением $P_{0i} = v_{0i} \rho_0 c_0$, получаем

$$P_{02} = \frac{\Gamma+1}{4} \cdot \frac{\omega x}{\rho_0 c_0^3} \cdot P_{01}^2, \quad (3)$$

где P_{01} —амплитуда давления первой гармоники основной волны. Величина P_{02}/P_{01} , которая принимается за меру нелинейного искажения волны, растет пропорционально частоте, пробегу волны и квадрату амплитуды первой гармоники.

Из формулы (1) следует, что участок волны с положительным значением v движется тем быстрее, чем большее значение колебательной скорости ему соответствует. Это приводит к тому, что синусоидальная волна при своем движении деформируется и по прохождении некоторого расстояния становится ударной (т. е. волной, в которой колебательная скорость терпит разрывы). Очевидно, в данном случае местом разрыва должен стать передний фронт волны, т. е. окрестность той точки волны, в которой колебательная скорость равна нулю, а ее график имеет отрицательный наклон. Сама же волна должна принять пилообразную форму [2].

В исходной системе уравнений гидродинамики не учитывается вязкость среды. На самом деле в изучаемом явлении вязкость играет большую роль. Особенно велико ее влияние в том случае, когда волна по своему характеру приближается к ударной. В это время происходит наиболее интенсивное поглощение звуковой энергии. В результате действия вязкости крутизна фронта волны не становится бесконечной, а по достижении некоторого конечного значения перестает изменяться. При этом прекращается нарастание амплитуды второй гармоники, и на протяжении некоторого отрезка, длина которого носит название «расстояния стабилизации», ее амплитуда остается постоянной.

Пройдя этот отрезок, волна снова начинает изменять свою форму, но теперь форма постепенно приближается к синусоидальной. При этом амплитуда второй гармоники уменьшается. Таким образом, если на отрезке стабилизации поступление энергии от первой гармоники (т. е. основной волны) ко второй равно энергии, теряемой второй гармоникой из-за вязкости среды, то на следующем этапе поступление энергии ко второй гармонике уменьшается по причине постепенного уменьшения амплитуды первой гармоники. Явление стабилизации второй гармоники происходит при сравнительно небольших мощностях ультразвука. В ультразвуковых волнах большой мощности происходит сильное поглощение первой гармоники, что не позволяет стабилизироваться амплитуде второй гармоники [2].

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Схема установки представлена на рис. 1. Исследуемая жидкость (вода) наливается в длинную кювету. В торцевой стенке кюветы укреплена круглая кварцевая пластинка (ПК) X-среза, имеющая собственную частоту колебаний 1 МГц. Возбуждение кварца производится переменным электрическим напряжением той же частоты, подаваемым с генератора (Г). Излучаемый кварцем пучок ультразвука настолько узок (угол расхождения пучка определяется

отношением квадрата радиуса излучателя к длине волны), что не задевает боковых стенок кюветы. На противоположной торцевой стороне кюветы имеется специальная ловушка, внутренняя поверхность которой выложена звукопоглощающим материалом. Благодаря этому отражения ультразвука от противоположной стороны кюветы нет, а следовательно, нет и стоячих волн. Таким образом, в кювете существует только бегущая волна.

Для измерения интенсивности ультразвука применяется радиометр (Р) с диском. Диск образован легким алюминиевым кольцом,

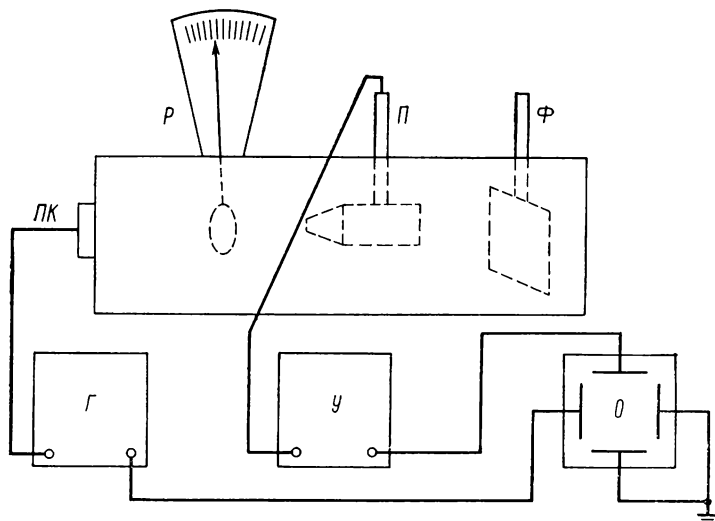


Рис. 1. Блок-схема измерительной установки

обе стороны которого заклеены тонкими слюдяными пластинками. Внутри кольца остается замкнутая воздушная полость. Диск укреплен на нижнем конце вертикального стержня, верхнему концу которого придана форма стрелки. Стержень имеет горизонтальную ось, вокруг которой он может вращаться. Ось укреплена в корпусе радиометра. Если на диск действует сила, стержень отклоняется от вертикали, и стрелка перемещается вдоль шкалы.

Для измерения интенсивности ультразвука диск опускают в воду и располагают перпендикулярно оси звукового пучка. Наличие воздушной прослойки внутри диска приводит к тому, что в воде он полностью отражает звук. На диск в этом случае действует радиационное давление P_r [1], равное удвоенной объемной плотности звуковой энергии в падающей волне, или $P_r = 2I/c_0$, где I Вт/м² — интенсивность падающей звуковой волны (т. е. энергия, переносимая звуковой волной за 1 с через 1 м² поперечного сечения пучка). Для воды $P_r = 1,35 \cdot 10^{-3} I$ Па. Таким образом, радиометром можно измерять интенсивность звука.

Давление звуковой радиации на препятствие (среднее за период значение силы, действующей на единицу площади препятствия со стороны падающей на него звуковой волны) имеет величину второго порядка малости относительно колебательных смещений, колебательных скоростей, звукового давления и т. д.

В среде с заметным поглощением интенсивность звука в пучке уменьшается с удалением от излучателя. Соответственно падает давление радиации, которое существует в среде независимо от наличия или отсутствия препятствия. Перепад давления радиации вызывает акустические течения в среде.

Устройство радиометра изображено на рис. 2. Расстояние от оси до центра диска равно l_1 . На расстоянии l_2 от оси находится центр тяжести подвижной системы радиометра. Для определения интенсивности звука с помощью радиометра необходимо еще знать массу M подвижной системы радиометра, объем Ω диска и его площадь S .

Угол отклонения определяется по шкале, цена деления которой должна быть известна. Окончательно $I = DN$, где N — число делений, на которое отклонилась стрелка, D — чувствительность радиометра, которая вычисляется через цену деления шкалы, а также M , S , Ω , l_1 , l_2 . Численные значения этих величин сведены в таблицу, прилагаемую к радиометру.

На диск радиометра кроме силы давления радиации действует еще сила динамического давления стационарных потоков жидкости — упомянутых ранее акустических течений. Для того чтобы исключить действие акустических течений на диск, перед диском установлена рамка, затянута тонкой пленкой. Звуковые колебания свободно проходят через пленку, но для стационарных потоков среды она непроницаема.

Исследование второй гармоники производится с помощью приемника (П) звукового давления (пластинка из титаната бария). Резонансная частота приемника совпадает с частотой второй гармоники (2 МГц). Принятые им колебания подаются на вертикально отклоняющие пластины осциллографа (О) через усилитель (У). Подавая на пластины горизонтальной развертки осциллографа синусоидальное напряжение от генератора, возбуждающего кварц, с помощью фигур Лиссажу можно убедиться в том, что принятый сигнал имеет вдвое большую частоту.

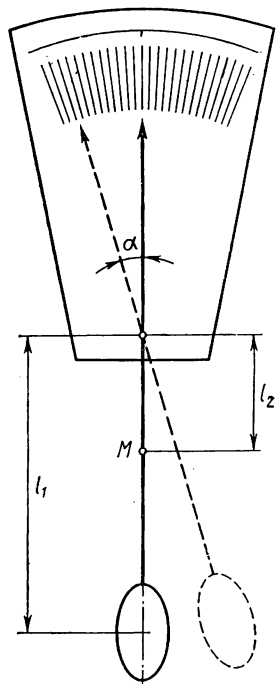


Рис. 2. Принципиальное устройство радиометра

Приемник помещен в цилиндрический корпус, на который со стороны, обращенной к излучателю, надет конус из толстой резины. Звуковая волна, падающая на конус, частично поглощается, частично отражается в стороны, благодаря чему в промежутке между излучателем и приемником нет ярко выраженной системы стоячих волн.

На приемник звуковая волна попадает через отверстие в вершине конуса. Внутри конуса существует почти чисто стоячая волна. Однако энергия отраженной волны, выходящей из отверстия

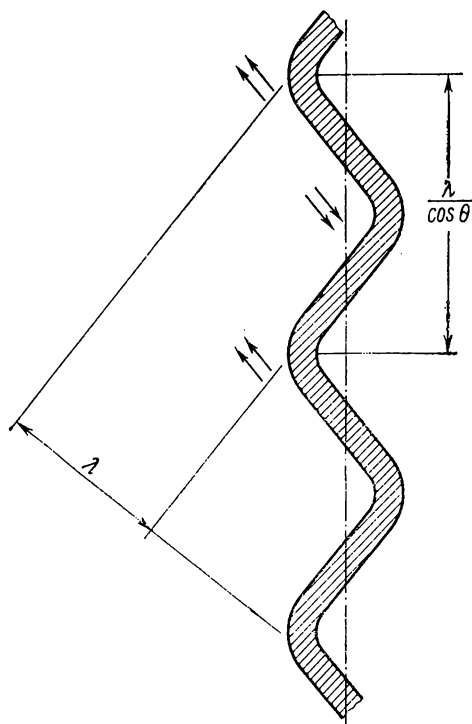


Рис. 3. Возбуждение колебаний в пластинчатом фильтре

конуса, слишком мала для того, чтобы образовать заметную стоячую волну вне конуса. Поэтому при перемещении приемника вдоль звукового пучка не получаются характерные для стоячей волны периодические изменения амплитуды сигнала (за исключением мест в непосредственной близости от излучателя).

Для разделения волн основной и удвоенной частоты используется фильтр-пластина (Ф). Рассмотрим кратко принцип действия фильтра [3]. Если пространство, занятое жидкой или газообразной средой, разделено бесконечной тонкой и упругой пластиной, на которую с одной стороны падает плоская звуковая волна, то пластина начнет колебаться. При нормальном падении волны колебания пластины будут синфазными. В случае наклонного падения характер колебаний пластины будет существенно

зависеть от угла падения волны и частоты колебаний. Каждый элемент пластины является источником бегущих по пластине волн. Если колебания одних элементов пластины гасят волны, приходящие от других элементов, волны в пластине существовать не будут. Наоборот, в том случае, если колебания одних элементов соответствуют волновым движениям, исходящим от других элементов, в пластине будет существовать волновой процесс.

Для существования волн в пластине необходимо равенство длин волн в пластине и у следа падающей волны на пластине. Вследствие равенства частот колебаний в среде и в пластине будут

равны фазовые скорости волны в пластине и следа падающей волны. В этом случае перемена знака деформации в пластине соответствует перемене знака деформации в близлежащих точках среды.

Из-за ограниченности размеров реальных пластин в них возникают также волны, отраженные от края пластины. Поэтому при подходящих размерах пластины в ней будут существовать стоячие волны.

Типы колебаний пластины могут быть различными. Простейший тип — изгибные колебания. Допустим, что плоская волна частоты ω падает на пластину под углом скольжения θ (рис. 3). Для возникновения волн в пластине длина изгибной волны должна быть равна длине волны следа $\lambda' = \lambda / \cos \theta$. Чертеж на рис. 3 соответствует условию распространения изгибной волны. Стрелками на рисунке обозначены смещения частиц среды в падающей волне. Нормальные к пластине составляющие этих смещений совпадают по направлению со смещениями в самой пластине.

Если скорость изгибных волн в пластине на частоте ω больше скорости звука в среде c_0 , то подходящим выбором угла θ можно добиться равенства ее и скорости следа (скорость следа равна $c_0 / \cos \theta$). При этом длина волны следа окажется равной длине изгибной волны в пластине.

Если бы скорость изгибных волн в пластине не зависела от частоты, то изгибные волны в пластине возбуждались бы при одном и том же угле скольжения независимо от частоты падающей звуковой волны. На самом деле скорость изгибных волн в пластине пропорциональна корню из частоты. Это означает, во-первых, что на разных частотах возбуждение изгибных волн в пластине происходит при разных углах скольжения и, во-вторых, что при достаточно низкой частоте колебаний (в падающей волне) в пластине изгибные волны не возникают, так как скорость изгибных волн становится меньше c_0 .

Проникновение волн через пластину из одной части пространства в другую наилучшим образом происходит при распространении волн в пластине. Это явление называется резонансом совпадения. Если колебания частиц в падающей волне носят сложный характер и могут быть представлены как совокупность синусоидальных колебаний различных частот, то в полупространство за пластиной может проникнуть только волна с синусоидальным движением частиц такой частоты, для которой при выбранном угле скольжения волны имеет место резонанс совпадения. Если угол таков, что резонанса совпадения нет ни на одной частоте, пластина будет практически полностью отражать звук. Таким образом, пластина может быть использована в качестве фильтрующего устройства.

В установке имеется пластинчатый фильтр таких размеров, что он полностью перекрывает все сечение звукового пучка. Поместив приемник, предназначенный для регистрации второй гармоники,

сзади фильтра, следует повернуть пластину таким образом, чтобы сигнал на экране осциллографа был максимальным. При этом волна основной частоты за фильтром будет значительно ослаблена.

§ 4. Упражнения

1. Определение интенсивности ультразвука в функции расстояния от излучателя. Радиометр устанавливается вблизи излучателя, фильтр и приемник из кюветы вынуты. Включив генератор, увеличивают напряжение на кварце так, чтобы отклонение стрелки было близко к максимальному. Затем при том же напряжении на кварце измеряется зависимость интенсивности от расстояния (перемещением радиометра). Постоянство напряжения на кварце контролируется вольтметром. Полученные результаты представляются в виде графика.

2. Изучение зависимости амплитуды второй гармоники от расстояния. Приемник погружен в кювету, фильтр и радиометр вынуты. Напряжение от приемника через усилитель подается на входные клеммы вертикальной развертки осциллографа. Изменяя ориентацию приемника, необходимо добиться максимальной амплитуды на экране осциллографа. Затем на входные клеммы горизонтальной развертки подается напряжение от генератора. По фигурам Лиссажу определяется отношение частот сигналов, поступающих от приемника и генератора.

После проверки соотношения частот осциллограф переключается на работу от генератора внутренней развертки. С помощью сетки, помещенной на экране осциллографа, производятся относительные измерения амплитуды второй гармоники на различных расстояниях от излучателя. Вблизи излучателя измерения производятся через 1 см до расстояния в 10 см, затем через 2 см до расстояния в 20 см и далее через 5 см. Результаты измерений представляются в виде графика.

3. Исследование распространения второй гармоники в отсутствие первой. Пластина фильтра помещается между излучателем и приемником. Угол поворота пластины устанавливается на максимум сигнала второй гармоники. При расстоянии между излучателем и фильтром 10 см определяется изменение амплитуды второй гармоники (в относительных единицах по сетке на экране осциллографа) с увеличением расстояния, начиная с 25 см от излучателя. Затем фильтр устанавливается на расстоянии 15 см от излучателя, и измеряется амплитуда второй гармоники на расстоянии 30 см и более от излучателя. Процесс продолжают, сдвигая фильтр каждый раз на 5 см. Результаты представляются в виде графиков зависимости амплитуды от положения приемника при неподвижном фильтре и графиков зависимости амплитуды от положения фильтра при неподвижном приемнике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М., «Наука», 1966.
2. Искажение формы и поглощение мощных ультразвуковых волн в жидкости. (Задача IV.3).
3. Бергман Л. Ультразвук. М., ИЛ, 1956, с. 374—378.
4. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., «Наука», 1975.
5. Скучик Е. Основы акустики, т. II. М., ИЛ, 1959, с. 410—423.
6. Исакович М. А. Общая акустика. М., «Наука», 1973, гл. XIII.
7. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука. Изд-во Моск. ун-та, 1960, с. 326—332.

7. УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТР СО СТОЯЧИМИ ВОЛНАМИ И ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ УЛЬТРАЗВУКА В ЖИДКОСТИ

Измеряется скорость ультразвука методом стоячих волн с помощью интерферометра Пирса.

§ 1. Введение

Звуковое поле может служить инструментом исследования физических характеристик среды.

Измерение параметров стоячей волны позволяет получить определенные сведения о характеристиках среды, в которой распространяется звуковая волна. Например, измерение расстояния между узлами или пучностями стоячей волны давления дает возможность определить длину волны λ , поскольку расстояние между соседними узлами (пучностями) $\lambda/2$; если при этом известна частота ν , то можно вычислить скорость звука, так как $c = \lambda\nu$. Если известна плотность ρ исследуемой жидкости, то можно получить еще две важные ее характеристики: удельное акустическое сопротивление ρc и модуль объемной упругости $\kappa = \rho c^2$. Поскольку в области высоких частот, вследствие малости длины звуковой волны, можно обходиться меньшими объемами исследуемой жидкости (газа), чем на низких частотах, для измерения параметров среды используются ультразвуковые приборы. Одним из них является звуковой интерферометр со стоячей волной.

Экспериментальная установка для изучения параметров стоячей волны должна была бы состоять из излучателя, возбуждающего в жидкости плоскую волну, отражателя, позволяющего получить стоячую волну, приемника звукового давления, по возможности мало искажающего поле (в идеале точечного), и устройства для измерения перемещения приемника. Эта простая схема не может быть реализована на практике, так как заведомо плоская волна возбуждается лишь плоским излучателем бесконечных размеров, совершающим поршневые колебания, т. е. колебания по нормали к плоскости с одинаковой амплитудой по всей поверхно-

сти. При конечных размерах излучателя звуковое поле в плоскости, параллельной поверхности излучателя, становится неоднородным в результате интерференции волны, распространяющейся по нормали к поверхности излучателя, и волн, дифрагированных на его краях. Только усредненное поле звукового давления (усредненное в плоскости, параллельной излучателю) соответствует полю плоской волны [1]. Усреднение поля могло бы осуществляться звукоприемником с активной поверхностью достаточно больших размеров, но такой приемник, конечно, не мог бы не искажать поле.

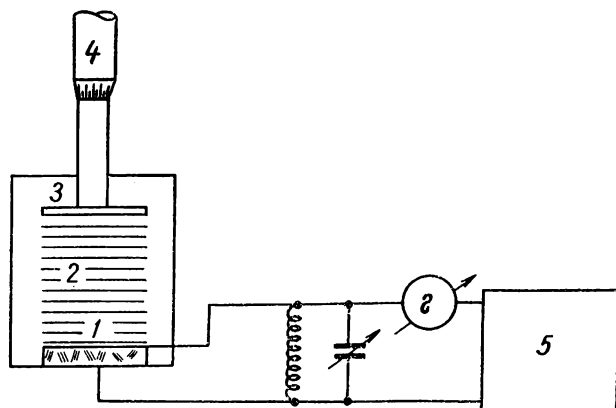


Рис. 1. Схема интерферометра со стоячими волнами

Обойти в известной мере эти трудности можно с помощью ультразвукового интерферометра Пирса [2]. В интерферометре в качестве приемника используется пьезоэлектрическая пластинка, служащая одновременно излучателем, а подвижным элементом сделан жесткий отражатель. Способ измерения скорости ультразвука с его помощью основан на изменении реакции поля стоячей волны на излучающий электромеханический преобразователь при перемещениях отражателя. Такого рода интерферометры широко применяются в лабораторной и промышленной практике.

Интерферометр со стоячими волнами (рис. 1) состоит из генератора электрических колебаний (5), возбуждающего механические колебания в пьезоэлектрической пластине (обычно пластина x -среза кристалла кварца (1)). Колебания пластины через тонкую диафрагму передаются в камеру с исследуемой жидкостью (2), в которой распространяется волна: с противоположной стороны камеры помещается отражатель (в виде достаточно толстой металлической пластины (3)), плоская поверхность которой параллельна излучающей поверхности. Отражатель может перемещаться вдоль

направления распространения ультразвука. В пространстве между излучателем и отражателем устанавливается стоячая волна.

Цель настоящей работы — изучение методики интерферометрических измерений скорости звука в жидкостях.

§ 2. Теория

Возможность использования в качестве приемника звука излучающей пластины основывается на следующем: электрический импеданс Z на входе электромеханического преобразователя (в нашем случае пьезопластины) зависит от механической нагрузки на его выходе [3].

Эта зависимость может быть записана в следующем виде:

$$Z = \frac{U}{I} = Z_{эл} + \frac{|d|^2}{Z_m + Z_n}, \quad (1)$$

здесь U и I — напряжение и ток на входе электромеханического преобразователя, $Z_{эл}$ — электрический импеданс заторможенного преобразователя, Z_m — механический импеданс преобразователя, Z_n — сопротивление механической нагрузки преобразователя, d — коэффициент электромеханической связи, характеризующий тип преобразователя.

Таким образом, в рабочем режиме к собственному электрическому сопротивлению $Z_{эл}$ преобразователя добавляется внесенное за счет движения электрическое сопротивление

$$Z_n = \frac{|d|^2}{Z_m + Z_n}.$$

Механической нагрузкой в нашем случае служит столб жидкости длиной l , нагруженный импедансом отражателя $Z(l)$. В простейшем случае, когда отражателем служит бесконечно жесткая стенка,

$$Z_n = -jS\rho c \operatorname{ctg} kl, \quad (2)$$

здесь S — выделенная площадь столба жидкости, ρ — плотность жидкости, c — скорость звука в жидкости. Подставив (2) в (1), получим входной импеданс преобразователя

$$Z = Z_{эл} + \frac{|d|^2}{Z_m - jS\rho c \operatorname{ctg} kl}. \quad (3)$$

Импеданс Z_n — явная функция волнового параметра kl , остальные же величины, входящие в формулу, на фиксированной частоте постоянны. Функция $Z(kl)$ периодическая, с периодом $kl = \pi$ или $l = \lambda/2$. При условии $S\rho c > Z_m$ $Z(kl)$ имеет резкие выбросы при $kl = (2n+1)\pi/2$, когда обращается в нуль $\operatorname{ctg} kl$. Условие $Z_m < S\rho c$ удовлетворяется, если преобразователь интерферометра работает на частоте вблизи своего механического резонанса, когда $Z_m \approx r$

(r — активное механическое сопротивление преобразователя, определяющее потери). Таким образом, характеристики поля стоячей волны оказываются связанными с измеримой величиной входного импеданса преобразователя.

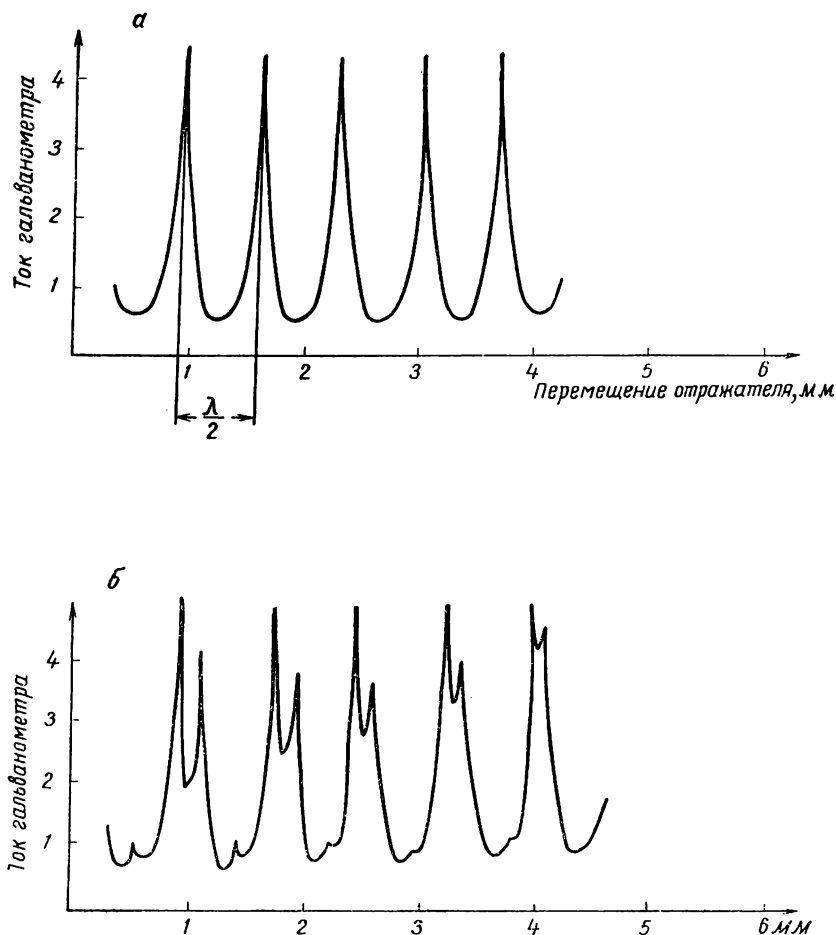


Рис. 2. Кривые реакции в отсутствии (а) и при наличии (б) сателлитов

Сама по себе задача измерения входного импеданса преобразователя, являющегося нагрузкой генератора электрических колебаний с произвольным внутренним сопротивлением Z_i , достаточно сложна. Однако при выполнении некоторых специальных требований к генератору ее решение существенно упрощается. Так, если преобразователь служит нагрузкой генератора тока, то напряжение на входе преобразователя будет пропорционально его импедансу Z .

При использовании генератора напряжения с малым внутренним сопротивлением ($Z_i \ll Z$) ток через преобразователь пропорционален его проводимости $1/Z$. Измерение напряжения или тока технических трудностей не представляет. График зависимости модуля импеданса преобразователя (или напряжения на его зажимах) от расстояния до отражателя называют кривой реакции звукового поля стоячей волны на преобразователь. Форма кривой, конечно, не такая простая, как распределение амплитуд звукового давления в стоячей волне, но с той же периодичностью, что позволяет по ней определить длину волны в исследуемой жидкости. Качественно такая кривая показана на рис. 2, а.

При соизмеримости величин Z и Z_i нарушится пропорциональность между напряжением на преобразователе и его комплексным сопротивлением для генератора тока (между током и проводимостью для генератора напряжения). Однако периодичность изменения напряжения в зависимости от волнового параметра kl сохранится. Кривую (рис. 2), описывающую зависимость напряжения от расстояния l между преобразователем и отражателем, можно назвать кривой реакции поля звуковой волны на систему генератор—преобразователь.

Оценим, насколько справедливо представление об образовании в интерферометре системы плоских стоячих волн. Звуковое поле круглой диафрагмы, совершающей поршневые колебания, при условии $R \gg \lambda$ (R — радиус диафрагмы) представляет собой слабо расходящийся пучок, внутри которого наблюдается достаточно сложное радиально-симметричное распределение амплитуд и фаз колебаний от точки к точке (результат наложения волны, распространяющейся по нормали к диафрагме, и волн косых направлений, дифрагированных на ее краях). Как уже указывалось, при усреднении этого поля по достаточно большой плоской поверхности, параллельной диафрагме, оно в среднем ведет себя как плоская волна. На отражатель, таким образом, падает «в среднем плоская» волна. Отражатель может рассматриваться как вторичный излучатель, амплитуды колебаний которого распределены пропорционально амплитудам в падающей волне.

Будь падающая на отражатель волна не только «в среднем плоской», мы могли бы считать отражатель вторичной поршневой диафрагмой и повторить для отраженной волны сказанное выше. В действительности поле отраженной волны оказывается более сложным. Неравномерность распределения амплитуд вдоль отражающей поверхности, как и дифракция на ее краях, ведет к возбуждению составляющих косых направлений в отраженной волне. Появление волн косых направлений образует в интерферометре между излучателем и отражателем систему стоячих волн с расстоянием между соседними узлами L , отличающимися от половины длины волны, а именно $L = \lambda/2 \cos \alpha$, где α — угол между нормалью к плоскости излучателя (отражателя) и направлением распространения волны. Образование стоячих волн с другим простран-

ственным периодом, в свою очередь, ведет к появлению дополнительных пиков («сателлитов») на кривой реакции. Появление сателлитов зачастую значительно осложняет измерения с помощью интерферометра и накладывает ограничения на их точность, так как близко расположенные основные пики и сателлиты сливаются на кривой реакции. Качественная картина кривой реакции с сателлитами показана на рис. 2, б.

Несмотря на это, метод измерения скорости звука, предложенный Пирсом, до сих пор остается одним из наиболее совершенных.

§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений

Установка для измерения скорости ультразвука в жидкостях состоит из собственно интерферометра, генератора электрических колебаний ультразвуковой частоты, регистрирующего прибора и прибора контроля частоты—частотомера.

Интерферометр (рис. 3) представляет собой массивный металлический стакан с двойными стенками, к которому снизу на резьбе присоединяется кварцедержатель (2), прижимающий с помощью пружины излучающий кварц (7) ко дну камеры с исследуемой жидкостью (6). Измерительная камера плотно вставляется в основной стакан. Дно измерительной камеры изготавливается из тонкой бронзовой фольги и служит одним из электродов пьезокварца. Другим электродом служит упорный диск кварцедержателя, изолированный от корпуса интерферометра. Акустический контакт между дном измерительной камеры и кварцем улучшается нанесением на излучаемую поверхность кварца тонкого слоя трансформаторного масла. С противоположной стороны интерферометр закрывается плотно пригнанной крышкой (8) с вмонтированным в нее микрометром (9) и соединенным с ним отражателем (10). При вращении микрометрического винта по часовой стрелке отражатель перемещается к излучателю. В обратном направлении (при противоположном вращении винта) перемещение отражателя происходит под действием пружины (11). Грубое изменение положения отражателя вместе с микрометром производится освобождением стопорного винта и смещением микрометрической системы относительно корпуса крышки интерферометра.

Между внешней и внутренней стенками основного стакана (1) может циркулировать жидкость (обычно вода) с заданной температурой, контролируемой термометром (12), чем обеспечиваются измерения скорости ультразвука в исследуемой жидкости в определенном диапазоне температур.

Весь прибор установлен на теплоизолирующей станине (14). Высокочастотное электропитание кварца подводится к гнезду (4). Пьезокристалл возбуждается генератором на одной из собственных частот продольных (по толщине пластины) колебаний $f_n = nc_x/2D$, $n=1, 2, 3, \dots$, c_x —скорость продольных упругих волн в кварце вдоль кристаллографической оси, D —толщина пластины.

Для возбуждения колебаний кварца используется генератор со стабилизацией частоты, которая осуществляется введением в его схему еще одного кварца-стабилизатора. Частота такого генератора практически не зависит от его нагрузки. Уровень же выходного его напряжения является функцией комплексного сопротивления нагрузки, являющегося, в свою очередь, функцией положения отражателя в интерферометре.

Для измерения выходного напряжения генератора (напряжения на излучающем кварце) применен электронный вольтметр с компенсацией части переменного напряжения, не изменяющейся при перемещении рефлектора (потенциометр Π_1), и регулировкой чувствительности (потенциометр Π_2). Конструктивно генератор, вольтметр и стабилизированный источник их питания собраны в одном блоке. При работе с прибором регулировкой потенциометра Π_1 устанавливается отклонение стрелки регистрирующего прибора в минимуме, кривой реакции, затем регулировкой потенциометра Π_2 — отклонение в максимуме. Последовательной регулировкой Π_1 и Π_2 устанавливается такое отклонение стрелки прибора, чтобы разность по-

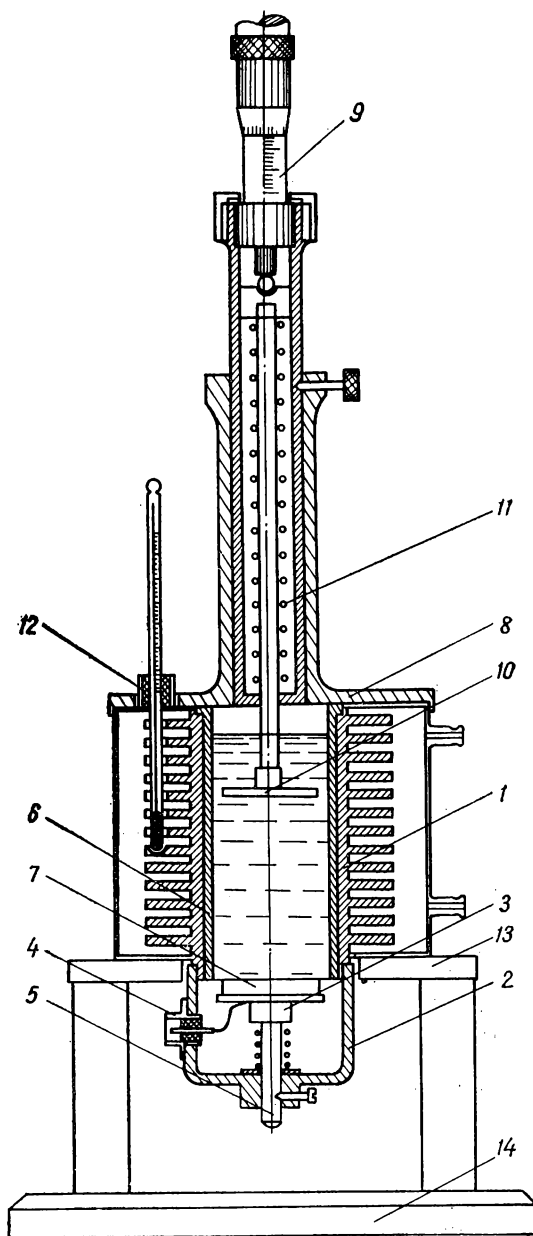


Рис. 3. Интерферометр

казаний в максимуме и минимуме составляла 50—60% всей шкалы.

Порядок работы. На кварцедержатель укладывается кварцевая пластинка, на верхнюю поверхность которой наносится капля трансформаторного масла. Кварцедержатель привинчивается к корпусу интерферометра. После этого устанавливается измерительная камера с исследуемой жидкостью так, чтобы дно его плотно соприкасалось с кварцем. Устанавливается крышка с рефлектором, освобождается стопорный винт, и рефлектор опускается до соприкосновения с дном камеры для установки параллельности поверхностей кварца и отражателя. Затем отражатель поднимается на необходимую высоту, и закрепляется стопорный винт.

Перед включением установки необходимо убедиться в правильности всех соединений. Кабель с выхода генератора должен быть подключен к входному гнезду интерферометра. Контроль за частотой осуществляется частотомером, подключенным к гнезду «Контроль частоты». Интерферометр и генератор должны быть надежно заземлены.

После включения установки прибор прогревается в течение 10—15 мин. Далее, как указывалось выше, последовательной регулировкой сопротивлений Π_1 и Π_2 и перемещением отражателя от минимума до максимума кривой реакции добиваются разности отклонений стрелки регистрирующего прибора 50—60% всей шкалы. После этого, измерив частоту (около 1 МГц для основной частоты кварца в данной установке), можно переходить к измерениям длины волны в исследуемой жидкости.

Прежде чем переходить к точным измерениям, следует сделать несколько пробных отсчетов, чтобы получить примерное представление о порядке длины волны, а также для того, чтобы найти в измерительной камере область расстояний от излучателя до рефлектора, в которой в меньшей степени сказывается наличие «сателлитов». Для этого кривые реакции снимаются при нескольких средних положениях отражателя, начиная с расстояния 2—3 см между излучателем и отражателем.

Кривую реакции снимают, плавно вращая микрометр и фиксируя показания прибора через 0,1—0,2 мм перемещения отражателя в области малых изменений показаний и через 0,02—0,05 мм — вблизи максимумов и минимумов. Положение самих максимумов (минимумов) фиксируется с точностью до 0,01 мм. Результаты представляются в виде графиков, на которых по оси абсцисс откладываются перемещения рефлектора, а по оси ординат — показания стрелочного прибора. Расстояние между двумя соседними основными максимумами (минимумами) соответствует половине длины волны в исследуемой жидкости. При снятии кривой реакции следует пройти 3—5 последовательных максимумов.

В дальнейшем, при измерениях скорости ультразвука в различных жидкостях, нет необходимости в подробной регистрации кривой реакции. Следует лишь производить точные отсчеты поло-

жения максимумов и минимумов. Для повышения точности измерений отсчеты должны производиться для достаточно большого числа максимумов и минимумов.

В качестве исследуемой жидкости в настоящей работе предлагается раствор этанола в воде разных концентраций.

§ 4. Упражнения

1. Снять кривые реакции звукового поля стоячей волны на систему генератор — преобразователь в трех положениях рефлектора: вблизи излучающего кварца, в средней части измерительной камеры и в верхней ее части, используя в качестве исследуемой жидкости дистиллированную воду. По полученным результатам выбрать для дальнейших измерений область положений рефлектора, где влияние сателлитов будет наименьшим.

2. Измерить длину волны ультразвука в растворе этанола в воде при разных концентрациях раствора.

По полученным результатам вычислить значения скорости ультразвука и построить ее зависимость от концентрации раствора (включая нулевую).

Вычислить приборную погрешность измерительной установки. Сравнить ее с погрешностью результатов измерений. Объяснить возможные различия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука. Изд-во МГУ, 1960.
2. Бергман Л. Ультразвук и его применение. М., ИЛ, 1960.
3. Римский-Корсаков А. В. Электроакустика. М., «Связь», 1973.
4. Фурдуев В. В. Электроакустика. М., ГТИ, 1948.

ПРИЛОЖЕНИЕ. РАДИОПРАКТИКУМ

Радиопрактикум выполняется всеми студентами 3 курса физического факультета в объеме 48 учебных часов (8 занятий по 6 часов).

Каждый студент выполняет два индивидуальных задания, включающих в себя как расчет, так и изготовление (монтаж) радиосхем. (Как правило, одна из схем выполняется на электронных лампах, другая — на транзисторах.)

Перечень заданий:

- 1) усилитель низкой частоты (двух- или трехкаскадный):
 - а) широкополосный усилитель (с коррекцией в области низких и высоких частот),
 - б) резонансный усилитель,
 - в) узкополосный усилитель низкой частоты с использованием RC -мостов;
- 2) LC -генератор синусоидальных сигналов;
- 3) RC -генератор синусоидальных сигналов (одно- или двухкаскадный);
- 4) генератор пилообразного напряжения;
- 5) мультивибратор;
- 6) одновибратор;
- 7) триггер с двумя устойчивыми состояниями;
- 8) ограничитель импульсов.

Для наладки и исследования радиосхем используются следующие приборы: универсальный источник питания УИП—2, стабилизированный источник для питания транзисторных схем, генераторы сигналов низкой частоты типа ГЗ—33, ГЗ—34, генераторы стандартных сигналов радиочастотного диапазона типа Г4—18, Г4—42, генераторы импульсов Г5-15, электронные осциллографы типа СИ—5, СИ—72, комбинированные измерители типа ВК7—9, милливольтметры типа МВЛ—1, ВЗ—38, измерители параметров радиоламп и транзисторов, емкости конденсаторов, индуктивности катушек, сопротивления резисторов, панорамные измерители частотных характеристик, частотомеры и другие приборы, а также некоторое оборудование для механических работ.

Рекомендуются книги: Бонч-Бруевич А. М. «Радиоэлектроника в экспериментальной физике». М., «Наука», 1966; Брандт А. А., Ржевский К. С. «Техника монтажа и налаживания радиосхем» 3 изд. Изд-во Моск. ун-та, 1965; методические пособия с характеристиками радиоламп, транзисторов, диодов, резисторов и конденсаторов, плакаты, помещенные в лабораториях, заводские описания приборов и методическое пособие «Функциональные схемы радиоизмерительных приборов».

В радиопрактикуме установлены стенды с готовыми радиосхемами, на которых с помощью системы переключателей и плавных регулировок можно наблюдать изменение рабочих характеристик тех или иных цепей при изменении величин емкостей, сопротивлений и т. д. Имеются стенды: усилитель, мультивибратор, 3 схемы включения транзистора (с общей базой, эмиттером, коллектором), элементы логических схем, усилитель на интегральной схеме (с возможностью преобразования в схему узкополосного усилителя низкой частоты, резонансного усилителя, усилителя с коррекцией, RC -генератора синусоидальных колебаний).

Специальный физический практикум, ч. 1

Зав. редакцией *Т. Г. Батенина*
Редактор *Г. Е. Горелик*
Мл. редактор *В. В. Конкина*
Художественный редактор
Л. В. Мухина
Художник *В. В. Гарбузов*
Технический редактор *Г. Д. Дегтярева*
Корректоры
Н. И. Коновалова, Н. В. Тютина

Тематический план 1977 г. № 68

ИБ № 250

Сдано в набор 23.II 1977 г. Подписано к печати
5.X 1977 г. Л-86454 Формат 60×90^{1/16} Бумага тип.
№ 2 Усл. печ. л. 20,0 Уч.-изд. л. 19,93 Изд.
№ 3096 Зак. 75 Тираж 12 600 экз. Цена 95 коп.

Издательство Московского университета.
Москва, К-9, ул. Герцена, 5/7.
Типография Изд-ва МГУ.
Москва, Ленинские горы

95 коп.



— СПЕЦИАЛЬНЫЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ