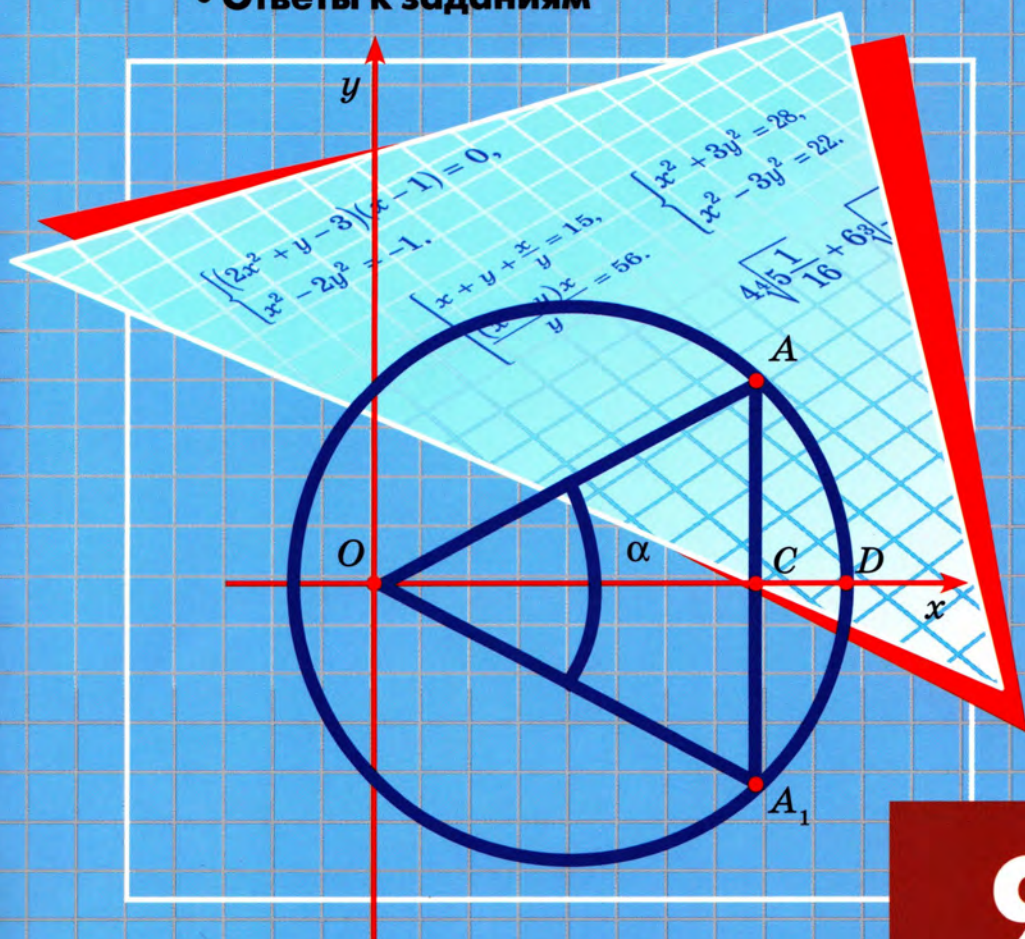


# САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ

- Все разделы школьного курса
- Соответствие требованиям ФГОС
- Ответы к заданиям



9

КЛАСС

А. Н. РУРУКИН

# **САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ**

**9 класс**

УДК 373.5  
ББК 22.14  
Р87



Издание допущено к использованию в образовательном процессе  
на основании приказа Министерства образования и науки РФ  
от 14.12.2009 № 729 (в ред. от 13.01.2011).

**Рурукин А.Н.**

**Р87** Самостоятельные и контрольные работы по алгебре. 9 класс. –  
М.: ВАКО, 2015. – 80 с.

**ISBN 978-5-408-02253-3**

В пособии представлены самостоятельные, контрольные и зачетные работы двух  
уровней сложности (базовый и высокий) по всем изучаемым темам курса алгебры  
9 класса. К заданиям приведены ответы. Предлагаемый материал позволяет прово-  
дить обучение, текущий контроль и коррекцию знаний.

Издание ориентировано на учителей, школьников и их родителей.

УДК 373.5  
ББК 22.14

---

*Учебное издание*

**Рурукин Александр Николаевич**

## **САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ**

**9 класс**

Выпускающий редактор *Юлия Антонова*

Дизайн обложки *Юлии Морозовой*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.  
Издательство «ВАКО»

Подписано в печать 29.05.2015. Формат 70×100/16.  
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная.  
Усл. печ. листов 6,48. Тираж 5000 экз. Заказ № 8977/15.

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами  
в ООО «ИПК Парето-Принт»,  
170546 Тверская область, Промышленная зона Боровлево-1,  
комплекс № 3А, [www.pareto-print.ru](http://www.pareto-print.ru)

**ISBN 978-5-408-02253-3**

© ООО «ВАКО», 2015

Настоящий сборник самостоятельных, контрольных и зачетных работ по алгебре для 9 класса будет полезен при работе как по УМК Ю.Н. Макарычева и др., так и по УМК А.Г. Мордковича (при определенном изменении порядка следования работ).

Предлагаемые задания могут быть использованы на любом этапе обучения: при изучении, повторении и закреплении материала, актуализации опорных знаний и др.

В пособии представлены 30 самостоятельных, 8 контрольных и 5 зачетных работ. Самостоятельные и контрольные работы приведены в 4 вариантах (два уровня сложности), зачетные работы – в 2 вариантах. Ко всем заданиям даны ответы. На выполнение самостоятельной работы отводится 15–20 мин, контрольной работы – 40–45 мин, зачетной работы – 85–90 мин (в связи с чем зачетная работа может проводиться факультативно или выдаваться на дом).

Приведенные материалы избыточны и могут быть использованы при работе как в классе, так и дома. Рекомендуем задействовать различные формы контроля знаний, так как каждая из них дополняет другую.

Преподавательская практика показывает, что предлагаемый подбор задач позволяет эффективно освоить материал 9 класса и подготовить учащихся к ОГЭ и ЕГЭ по изученным темам.

Надеемся, что пособие поможет учителям при подготовке и проведении уроков, а также школьникам при изучении материала, закреплении и систематизации знаний.

Желаем успехов!

### Основные темы курса алгебры в 9 классе

Тема 1. Квадратичная функция.

Тема 2. Уравнения и неравенства с одной переменной.

Тема 3. Уравнения и неравенства с двумя переменными.

Тема 4. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Тема 5. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.

### Требования к уровню подготовки учащихся

В результате изучения курса учащиеся должны овладеть следующими навыками и умениями, представляющими обязательный минимум:

- иметь понятие о функциях и их основных свойствах;
- уметь строить графики квадратичных функций;
- знать определения степенной функции и корня  $n$ -й степени;
- уметь решать целые и дробные рациональные уравнения;
- уметь решать неравенства второй степени с одной переменной;

- уметь применять метод интервалов для решения неравенств;
- иметь представление об уравнении с двумя переменными и его графике;
- уметь решать системы уравнений второй степени с двумя переменными;
- иметь представление о неравенствах с двумя переменными и их системах;
- знать основные сведения о последовательностях;
- уметь решать типовые задачи, связанные с арифметической и геометрической прогрессиями;
- иметь представление о простейших комбинаторных задачах;
- уметь находить вероятность равновероятных событий.

### **Выполнение заданий и их оценивание**

Контрольные и самостоятельные работы по всем разделам и темам курса имеют два уровня сложности. При этом варианты 1 и 2 соответствуют базовому уровню сложности, варианты 3 и 4 – усложненному уровню. Варианты одного уровня сложности содержат по пять заданий (примерно равноценной сложности). Самостоятельные работы охватывают материал отдельных разделов, контрольные работы – материал всей темы. Задания самостоятельной работы в основном проще заданий контрольной работы.

Рекомендуемые критерии оценки:

- 3 решенные задачи – отметка «3»;
- 4 решенные задачи – отметка «4»;
- 5 решенных задач – отметка «5».

Учитывая повышенную сложность вариантов 3 и 4, при подведении итогов к набранным школьниками баллам можно добавить 1–2 балла (в зависимости от сложности работы).

Зачетные работы (в двух вариантах) соответствуют одному уровню сложности. Внутри работы имеется градация по степени сложности задач (группы А, В и С). Группа А (пять задач) содержит базовые задания, каждое из которых оценивается в 1 балл, группа В (три задачи) соответствует повышенному уровню сложности. Задания оцениваются в 2 балла. Группа С (две задачи) содержит самые трудные задания, которые оцениваются в 3 балла.

Рекомендуемые критерии оценки:

- 5 баллов – отметка «3»;
- 10 баллов – отметка «4»;
- 13 баллов – отметка «5».

Разумеется, все приведенные рекомендации не являются догмой и могут быть пересмотрены в соответствии с реальной ситуацией: количеством часов, отводимых на изучение курса, степенью подготовленности класса, сложностью и значимостью рассматриваемой темы и т. д.

# САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

---

## 1. Функция. Область определения и область значений функции

### Вариант 1

1. Функция задана формулой  $f(x) = 2x^2 - 3$ . Найдите произведение  $f(-1) \cdot f(2)$ .

2. Найдите область определения функции  $y = \frac{3x - 2}{x^2 - x - 6}$ .

3. Задана функция  $f(x) = -3x + 1$ , где  $-2 \leq x \leq 3$ . Найдите область значений функции.

4. Дана функция  $y = 3 - 2x$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

5. Высота подъема  $h$  (м) тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$  (м/с), вычисляется по формуле  $h = \frac{v_0^2}{2g}$  ( $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>). При какой скорости  $v_0$  высота подъема  $h = 20$  (м)?

### Вариант 2

1. Функция задана формулой  $f(x) = 3x^2 - 2$ . Найдите произведение  $f(-2) \cdot f(1)$ .

2. Найдите область определения функции  $y = \frac{2x - 3}{x^2 + x - 6}$ .

3. Задана функция  $f(x) = -2x + 3$ , где  $-2 \leq x \leq 3$ . Найдите область значений функции.

4. Дана функция  $y = 5 - 3x$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

5. Высота подъема  $h$  (м) тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$  (м/с), вычисляется по формуле  $h = \frac{v_0^2}{2g}$  ( $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>). При какой скорости  $v_0$  высота подъема  $h = 80$  (м)?

### Вариант 3

1. Дана функция  $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{если } x < 2, \\ x^2 + 5, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$  Найдите произведение  $f(-4) \cdot f(3)$ .

2. Найдите области определения и значений функции

$$y = \sqrt{2x - 4} + 3.$$

3. Задана функция  $f(x) = x^2 + 3$ , где  $-2 \leq x \leq 3$ . Найдите область значений функции.

4. Дана функция  $y = \frac{x+3}{1-x}$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

5. Поезд сначала ехал 2 ч со скоростью 50 км/ч, а затем еще 3 ч со скоростью 70 км/ч. Задайте зависимость пройденного пути  $S$  (км) от времени движения  $t$  (ч) (где  $0 \leq t \leq 5$ ).

### Вариант 4

1. Дана функция  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{если } x \leq 3, \\ 3x + 2, & \text{если } x > 3. \end{cases}$  Найдите произведение  $f(-2) \cdot f(4)$ .

2. Найдите области определения и значений функции

$$y = \sqrt{3x + 6} + 2.$$

3. Задана функция  $f(x) = x^2 - 1$ , где  $-3 \leq x \leq 2$ . Найдите область значений функции.

4. Дана функция  $y = \frac{3-x}{x+1}$ . Найдите зависимость переменной  $x$  от величины  $y$ .

5. Поезд сначала ехал 3 ч со скоростью 50 км/ч, а затем еще 2 ч со скоростью 70 км/ч. Задайте зависимость пройденного пути  $S$  (км) от времени движения  $t$  (ч) (где  $0 \leq t \leq 5$ ).

## 2. Свойства функций

### Вариант 1

1. Постройте график функции  $y = 4 - 2x$ . Является ли эта функция возрастающей или убывающей?

2. Прямая  $y = kx + b$  проходит через точку  $A(5; 1)$  и имеет угловой коэффициент  $k = -0,4$ . Напишите уравнение этой прямой.

3. Найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = x^2 - 1$  с осями координат.

4. Найдите площадь треугольника, ограниченного прямой  $y = 3x - 6$  и осями координат.

5. Определите значение параметра  $a$ , при котором кривая  $y = x^2 - 6x + a$  касается оси абсцисс. Найдите координаты точки касания.

## Вариант 2

1. Постройте график функции  $y = 3x - 6$ . Является ли эта функция возрастающей или убывающей?

2. Прямая  $y = kx + b$  проходит через точку  $A(-6; -5)$  и имеет угловой коэффициент  $k = 0,5$ . Напишите уравнение этой прямой.

3. Найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = 4 - x^2$  с осями координат.

4. Найдите площадь треугольника, ограниченного прямой  $y = 4 - 2x$  и осями координат.

5. Определите значение параметра  $a$ , при котором кривая  $y = x^2 + 4x + a$  касается оси абсцисс. Найдите координаты точки касания.

## Вариант 3

1. Постройте график функции  $y = 2x + |x| - 1$ . Является ли эта функция возрастающей или убывающей?

2. Прямая  $y = kx + b$  проходит через точки  $A(-6; 4)$  и  $B(3; 1)$ . Напишите уравнение этой прямой.

3. Найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = \frac{|x| - 1}{x + 2}$  с осями координат.

4. Найдите площадь треугольника, ограниченного графиком функции  $y = 4 - |x|$  и осью абсцисс.

5. Определите значение параметра  $a$ , при котором прямая  $y = ax - 4$  касается кривой  $y = x^2 + (a - 8)x + a$ . Найдите координаты точки касания.

## Вариант 4

1. Постройте график функции  $y = -2x + |x| + 3$ . Является ли эта функция возрастающей или убывающей?

2. Прямая  $y = kx + b$  проходит через точки  $A(-8; -5)$  и  $B(4; -2)$ . Напишите уравнение этой прямой.

3. Найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = \frac{2 - |x|}{x + 3}$  с осями координат.

4. Найдите площадь треугольника, ограниченного графиком функции  $y = |x| - 2$  и осью абсцисс.

5. Определите значение параметра  $a$ , при котором прямая  $y = ax - 5$  касается кривой  $y = x^2 + (a + 6)x + a$ . Найдите координаты точки касания.



### 3. Квадратный трехчлен

#### Вариант 1

1. Найдите корни квадратного трехчлена  $2x^2 + 3x - 20$ .
2. При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $-2x^2 + x + a$  не имеет корней?
3. Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни  $-\frac{1}{2}$  и  $\frac{2}{3}$ .
4. Постройте график функции  $y = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ . При каких значениях  $x$  функция принимает отрицательные значения?
5. Периметр прямоугольника равен 48 см. Найдите его площадь, если она наибольшая из всех возможных.

#### Вариант 2

1. Найдите корни квадратного трехчлена  $-3x^2 + 13x - 4$ .
2. При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $3x^2 - x + a$  не имеет корней?
3. Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни  $-\frac{2}{3}$  и  $\frac{1}{4}$ .
4. Постройте график функции  $y = \frac{x^2 - 2x - 8}{x + 2}$ . При каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения?
5. Периметр прямоугольника равен 56 см. Найдите его площадь, если она наибольшая из всех возможных.

#### Вариант 3

1. Найдите корни квадратного трехчлена  $x^2 + x - a^2 + a$  (где  $a$  – некоторое число).
2. При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $3x^2 + (2a - 1)x + 12 - 6a$  имеет корни противоположных знаков?
3. Пусть квадратный трехчлен  $3x^2 + 5x - 4$  имеет корни  $x_1$  и  $x_2$ . Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни  $2x_1$  и  $2x_2$ .
4. Постройте график функции  $y = \frac{(x-1)(x^2 - x - 6)}{x^2 + x - 2}$ .
5. Стороны прямоугольника равны 11 см и 7 см. Большую его сторону уменьшили на  $a$  см, меньшую – увеличили на такое же число сантиметров. Найдите площадь полученного прямоугольника, если она наибольшая из всех возможных.

## Вариант 4

1. Найдите корни квадратного трехчлена  $x^2 - 3x - a^2 - 3a$  (где  $a$  – некоторое число).

2. При каких значениях параметра  $a$  трехчлен  $2x^2 - (a - 3)x + 12 + 4a$  имеет корни противоположных знаков?

3. Пусть квадратный трехчлен  $5x^2 - 3x - 4$  имеет корни  $x_1$  и  $x_2$ . Напишите квадратный трехчлен с целыми коэффициентами, который имеет корни  $3x_1$  и  $3x_2$ .

4. Постройте график функции  $y = \frac{(x+3)(x^2-3x+2)}{x^2+x-6}$ .

5. Стороны прямоугольника равны 13 см и 9 см. Большую его сторону уменьшили на  $a$  см, меньшую – увеличили на такое же число сантиметров. Найдите площадь полученного прямоугольника, если она наибольшая из всех возможных.

## 4. Функции $y = ax^2$ , $y = ax^2 + n$ , $y = a(x - m)^2$ , их графики и свойства

### Вариант 1

1. График функции  $y = ax^2$  проходит через точку  $A(-4; -8)$ . Найдите коэффициент  $a$ .

2. Постройте график функции  $y = -x^2 + 4$ . Найдите точки пересечения графика функции с осями координат.

3. Определите координаты вершины параболы  $y = -7(x + 3)^2$ .

4. Постройте график функции  $y = \frac{x^3 + x^2}{x + 1}$ .

5. Площадь круга  $S$  (см<sup>2</sup>) вычисляется по формуле  $S = \pi r^2$  (где  $r$  – радиус круга). Найдите зависимость величины  $r$  от  $S$ .

### Вариант 2

1. График функции  $y = ax^2$  проходит через точку  $A(-5; 5)$ . Найдите коэффициент  $a$ .

2. Постройте график функции  $y = x^2 - 9$ . Найдите точки пересечения графика функции с осями координат.

3. Определите координаты вершины параболы  $y = 5(x - 2)^2$ .

4. Постройте график функции  $y = \frac{-x^3 + x^2}{x - 1}$ .

5. Площадь поверхности куба  $S$  (см<sup>2</sup>) вычисляется по формуле  $S = 6a^2$  (где  $a$  – ребро куба). Найдите зависимость величины  $a$  от  $S$ .

### Вариант 3

1. График функции  $y = a(x + 2)^2$  проходит через точку  $A(-5; -3)$ . Найдите коэффициент  $a$ .
2. Постройте график функции  $y = 2x^2 - 8$ . Найдите точки пересечения графика функции с осями координат.
3. Определите координаты вершины параболы  $y = 2(x - 3)^2 + 5$ .
4. Постройте график функции  $y = \frac{x^3 - x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ .
5. По периметру квадратной клумбы со стороной  $a$  (м) выложен бордюр из плитки шириной  $x$  (м). Напишите зависимость площади  $S$  (м<sup>2</sup>) бордюра от величины  $x$ .

### Вариант 4

1. График функции  $y = a(x - 3)^2$  проходит через точку  $A(5; 2)$ . Найдите коэффициент  $a$ .
2. Постройте график функции  $y = 4 - 4x^2$ . Найдите точки пересечения графика функции с осями координат.
3. Определите координаты вершины параболы  $y = 3(x + 2)^2 - 7$ .
4. Постройте график функции  $y = \frac{-x^3 - 2x^2 + 3x + 6}{x + 2}$ .
5. По периметру прямоугольной клумбы со сторонами  $a$  (м) и  $2a$  (м) выложен бордюр из плитки шириной  $x$  (м). Напишите зависимость площади  $S$  (м<sup>2</sup>) бордюра от величины  $x$ .

## 5. Построение графика квадратичной функции

### Вариант 1

1. Выделите квадрат двучлена в зависимости  $y = x^2 + 4x + 7$ . Укажите координаты вершины этой параболы и постройте график функции.
2. Найдите промежуток возрастания функции  $y = -x^2 + 6x - 5$ .
3. Область значений функции  $y = x^2 - 2x + a$  равна  $[5; +\infty)$ . Найдите коэффициент  $a$ .
4. Парабола  $y = ax^2 + bx + c$  расположена ниже оси абсцисс. Укажите знаки коэффициентов  $a$  и  $c$ .
5. Найдите расстояние между нулями функции  $y = 2x^2 - 3x - 4$ .

### Вариант 2

1. Выделите квадрат двучлена в зависимости  $y = -x^2 + 6x - 4$ . Укажите координаты вершины этой параболы и постройте график функции.

2. Найдите промежуток возрастания функции  $y = x^2 + 4x - 11$ .
3. Область значений функции  $y = -x^2 - 2x + a$  равна  $(-\infty; 3]$ . Найдите коэффициент  $a$ .
4. Парабола  $y = ax^2 - bx + c$  расположена выше оси абсцисс. Укажите знаки коэффициентов  $a$  и  $c$ .
5. Найдите расстояние между нулями функции  $y = 2x^2 + 5x - 1$ .

### В а р и а н т 3

1. Постройте график функции  $y = (1 - x)(x + 3)$  и укажите координаты вершины параболы.
2. Найдите промежуток, на котором возрастают и функция  $f(x) = x^2 + 6x - 5$ , и функция  $g(x) = -x^2 + 2x - 8$ .
3. Найдите область значений функции  $y = 2x^2 + 5x + 3$ , если  $x \in [-2; 2]$ .
4. Парабола  $y = ax^2 + bx + c$  расположена выше оси абсцисс, а ее вершина находится в первой координатной четверти. Определите знаки коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .
5. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются точки пересечения графика функции  $y = 2x^2 + x - 3$  с осями координат.

### В а р и а н т 4

1. Постройте график функции  $y = (3 - x)(x + 1)$  и укажите координаты вершины параболы.
2. Найдите промежуток, на котором возрастают и функция  $f(x) = x^2 - 4x + 7$ , и функция  $g(x) = -x^2 + 8x + 3$ .
3. Найдите область значений функции  $y = -2x^2 - 3x + 1$ , если  $x \in [-2; 2]$ .
4. Парабола  $y = ax^2 + bx + c$  расположена ниже оси абсцисс, а ее вершина находится в четвертой координатной четверти. Определите знаки коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .
5. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются точки пересечения графика функции  $y = 2x^2 - x - 10$  с осями координат.

## 6. Степенная функция. Корень $n$ -й степени

### В а р и а н т 1

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = (x - 2)^3$  на отрезке  $[-1; 4]$ .
2. Дана функция  $f(x) = 2(x - 1)^4$ . Найдите значение выражения  $2f(0) - 3f(1) + 4f(2)$ .

3. Найдите значение выражения  $10\sqrt[4]{\frac{16}{625}} - (2\sqrt[3]{3})^3 + (\sqrt{7})^0$ .

4. Докажите, что выражение  $2\sqrt{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-5} + \frac{1}{\sqrt{x}+5}\right) + \frac{100}{25-x}$  не зависит от переменной, и найдите значение этого выражения.

5. Решите уравнение  $(4x^2 - 3x)^5 = (3x)^5$ .

### Вариант 2

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = -(x+1)^3$  на отрезке  $x \in [-3; 2]$ .

2. Дана функция  $f(x) = 3(x+1)^4$ . Найдите значение выражения  $3f(-2) - 5f(-1) + 2f(0)$ .

3. Найдите значение выражения  $10\sqrt[3]{\frac{8}{125}} - (2\sqrt[3]{3})^4 + (\sqrt{5})^0$ .

4. Докажите, что выражение  $3\sqrt{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+4}\right) + \frac{96}{16-x}$  не зависит от переменной, и найдите значение этого выражения.

5. Решите уравнение  $(3x^2 - 2x)^5 = (2x)^5$ .

### Вариант 3

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = 3(x+1)^4 - 5$  на отрезке  $x \in [-2; 1]$ .

2. Дана функция  $f(x) = \begin{cases} 4(x+2)^3, & \text{если } x < -3, \\ x-1, & \text{если } -3 \leq x \leq 3, \\ x^3 - 25, & \text{если } x > 3. \end{cases}$  Найдите значение

выражения  $2f(-4) + 3f(2) + f(4)$ .

3. Найдите значение выражения  $6\sqrt[4]{7\frac{58}{81}} + 4\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + (\sqrt[5]{7})^0$ .

4. Докажите, что выражение  $\frac{x-15}{\sqrt{x+1}-4} - \frac{x-3}{2+\sqrt{x+1}}$  не зависит от переменной, и найдите значение этого выражения.

5. Решите уравнение  $(x^2 + 27x - 57)^2 = (x^2 - 3x + 1)^2$ .

### Вариант 4

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = -2(x-3)^4 + 7$  на отрезке  $x \in [2; 5]$ .

2. Дана функция  $f(x) = \begin{cases} 2(x+1)^3, & \text{если } x < -2, \\ x, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ x^3 - 6, & \text{если } x > 2. \end{cases}$  Найдите значение

3. Найдите значение выражения  $4\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} + 6\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} + (\sqrt[6]{3})^0$ .

4. Докажите, что выражение  $\frac{x-4}{\sqrt{x-3}+1} - \frac{x-12}{3+\sqrt{x-3}}$  не зависит от переменной, и найдите значение этого выражения.

5. Решите уравнение  $(x^2 - 12x + 20)^2 = (x^2 + 2x - 12)^2$ .

## 7. Целое уравнение и его корни

### Вариант 1

1. Найдите сумму корней уравнения  $|4x - 7| = |11 - 6x|$ .

2. Найдите сумму квадратов корней уравнения  $144x^2 = (x^2 + 35)^2$ .

3. Решите уравнение  $(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) = -60$ . В ответе укажите произведение всех корней уравнения.

4. В прямоугольном треугольнике один из катетов меньше гипотенузы на 2 см, а другой – меньше гипотенузы на 9 см. Найдите площадь этого треугольника.

5. При каких значениях параметра  $a$  один из корней уравнения  $3x^2 - 4ax + 2a = 0$  меньше 4, а другой – больше 4?

### Вариант 2

1. Найдите сумму корней уравнения  $|5x - 4| = |2 - 3x|$ .

2. Найдите сумму квадратов корней уравнения  $169x^2 = (x^2 + 40)^2$ .

3. Решите уравнение  $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 10) = -24$ . В ответе укажите произведение всех корней уравнения.

4. В прямоугольном треугольнике один из катетов меньше гипотенузы на 1 см, а другой – меньше гипотенузы на 18 см. Найдите площадь этого треугольника.

5. При каких значениях параметра  $a$  один из корней уравнения  $2x^2 - 3ax + 4a = 0$  меньше 3, а другой – больше 3?

### Вариант 3

1. Найдите сумму корней уравнения  $|5x - 24| = x^2 + 2x + 6$ .

2. Дана функция  $f(x) = 5x^2 - x$ . Найдите сумму квадратов корней уравнения  $f(f(x)) = 76$ .

3. Решите уравнение  $(x - 2)(x - 1)(x + 2)(x + 3) = 60$ . В ответе укажите произведение всех корней уравнения.

4. Напишите общий вид целых чисел, которые при делении на 3 дают остаток 1, а при делении на 5 – остаток 2.

5. При каких значениях параметра  $a$  один из корней уравнения  $2x^2 - 3ax + 4a = 0$  меньше 2, а другой – больше 3?

## Вариант 4

1. Найдите сумму корней уравнения  $|3x - 19| = x^2 - x + 4$ .
2. Дана функция  $f(x) = 4x^2 - x$ . Найдите сумму квадратов корней уравнения  $f(f(x)) = 33$ .
3. Решите уравнение  $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 120$ . В ответе укажите произведение всех корней уравнения.
4. Напишите общий вид целых чисел, которые при делении на 3 дают остаток 2, а при делении на 7 – остаток 3.
5. При каких значениях параметра  $a$  один из корней уравнения  $3x^2 - 4ax + 2a = 0$  меньше 1, а другой – больше 4?

## 8. Дробное рациональное уравнение

### Вариант 1

1. Решите уравнение  $\frac{x^2}{x-5} - \frac{x}{5-x} = \frac{30}{x-5}$ .
2. Найдите корни уравнения  $\frac{2x-1}{x+2} = 1 - \frac{1}{2x}$ .
3. При каких значениях  $x$  функции  $f(x) = \frac{x^2+3x}{x+8}$  и  $h(x) = \frac{x+8}{x^2+3x}$  принимают равные значения?
4. Найдите сумму корней уравнения  $\frac{1}{|x-1|} = \frac{2}{5-x}$ .
5. Катер прошел против течения 8 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на 30 мин меньше, чем при движении против течения. Определите собственную скорость катера, если скорость течения равна 4 км/ч.

### Вариант 2

1. Решите уравнение  $\frac{x^2}{x-2} - \frac{7x}{2-x} = \frac{18}{x-2}$ .
2. Найдите корни уравнения  $\frac{2x-1}{x-4} = 1 + \frac{2}{5x}$ .
3. При каких значениях  $x$  функции  $f(x) = \frac{x^2-3x}{x+5}$  и  $h(x) = \frac{x+5}{x^2-3x}$  принимают равные значения?
4. Найдите сумму корней уравнения  $\frac{1}{|x-2|} = \frac{2}{3+x}$ .
5. Катер прошел против течения 21 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на 20 мин меньше, чем при движении против течения. Определите собственную скорость катера, если скорость течения равна 2 км/ч.

### Вариант 3

1. Решите уравнение  $\frac{x-5}{x-3} + \frac{4}{x+3} = \frac{24}{9-x^2}$ .
2. Дана функция  $f(x) = \frac{1}{x+5}$ . Найдите корни уравнения  $2f(x-4) + 3f(x-3) = 2f(-4)$ .
3. При каких значениях  $x$  сумма дробей  $\frac{3x+4}{x+2}$  и  $\frac{x+2}{3x+4}$  вдвое больше их произведения?
4. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $\frac{1}{x} = \frac{a-1}{a+x}$  не имеет решений?
5. Выйдя со станции с опозданием на 1 ч, поезд преодолел перегон в 180 км со скоростью, превышающей скорость по расписанию на 15 км/ч, и пришел в конечный пункт вовремя. Какова скорость поезда на этом перегоне по расписанию?

### Вариант 4

1. Решите уравнение  $\frac{x+1}{x+2} - \frac{1}{x-2} = \frac{4}{4-x^2}$ .
2. Дана функция  $f(x) = \frac{1}{x-5}$ . Найдите корни уравнения  $2f(x+4) + f(x+3) = 4f(7)$ .
3. При каких значениях  $x$  сумма дробей  $\frac{3x+1}{x-2}$  и  $\frac{x-2}{3x+1}$  вдвое больше их произведения?
4. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $\frac{1}{x} = \frac{a+1}{a-x}$  не имеет решений?
5. Выйдя со станции с опозданием на 24 мин, поезд преодолел перегон в 80 км со скоростью, превышающей скорость по расписанию на 10 км/ч, и пришел в конечный пункт вовремя. Какова реальная скорость поезда на этом перегоне?

## 9. Решение неравенств второй степени с одной переменной

### Вариант 1

1. Решите квадратное неравенство  $2x^2 - 9x - 5 > 0$ .
2. Найдите длину промежутка, точки которого удовлетворяют неравенству  $(2x-3)(3x+1) \leq (2x-3)(x-5)$ .
3. При каких значениях параметра  $a$  неравенство  $ax^2 - 9x + a < 0$  выполняется при всех значениях переменной  $x$ ?



4. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt[4]{3x^2 - x + 2} - 3\sqrt{|5x + 7|(3x - 4)}.$$

5. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} 7(3x + 2) - 3(7x + 2) \geq 2x, \\ (x - 6)(x + 8) < 0. \end{cases}$$

### Вариант 2

1. Решите квадратное неравенство  $5x^2 + 9x - 2 > 0$ .

2. Найдите длину промежутка, точки которого удовлетворяют неравенству  $(2x + 3)(3x - 7) \leq (2x + 3)(x - 3)$ .

3. При каких значениях параметра  $a$  неравенство  $ax^2 + 7x + a > 0$  выполняется при всех значениях переменной  $x$ ?

4. Найдите область определения функции

$$f(x) = 2\sqrt[4]{5x^2 - 3x + 1} + \sqrt{|3x + 4|(5x - 7)}.$$

5. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} 7(5x + 4) - 5(7x + 4) \geq 4x, \\ (x - 5)(x + 4) < 0. \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Решите квадратное неравенство  $(5 - 3x)(x - 1) < -1$ .

2. Найдите длину промежутка, точки которого удовлетворяют неравенству  $x^2 + (2 - 3a)x + 2a^2 - a - 3 \leq 0$ . При каких значениях параметра  $a$  эта длина равна 2?

3. Для каких значений параметра  $a$  неравенство  $x^2 + (2a + 4)x + 8a + 1 < 0$  не выполняется ни при каких значениях переменной  $x$ ?

4. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt[4]{(4x - 5)^2 - |4x - 5|}.$$

5. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} (2x - 5)^2 \geq (5x - 2)^2, \\ (2x + 5)^2 \leq (5x + 2)^2. \end{cases}$$

### Вариант 4

1. Решите квадратное неравенство  $(1 - x)(2x + 1) < -9$ .

2. Найдите длину промежутка, точки которого удовлетворяют неравенству  $x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + 3a - 2 \leq 0$ . При каких значениях параметра  $a$  эта длина равна 1?

3. Для каких значений параметра  $a$  неравенство  $x^2 - (2a + 2)x + 3a + 7 < 0$  не выполняется ни при каких значениях переменной  $x$ ?

4. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt[4]{(3x - 1)^2 - |3x - 1|}.$$

5. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} (3x - 4)^2 \geq (4x - 3)^2, \\ (3x + 4)^2 \leq (4x + 3)^2. \end{cases}$$

## 10. Решение неравенств методом интервалов

### Вариант 1

1. Решите неравенство

$$(x^2 + 1)(x + 2)(x - 3)(x - 5)^2 \leq 0.$$

2. При каких значениях переменной  $x$  дробь  $\frac{2}{x-1}$  больше дроби  $\frac{3}{x+2}$ ?

3. Найдите наименьшее целое значение  $x$ , при котором выполняется неравенство  $x^4 + 4x^2 - 45 \leq 0$ .

4. Найдите сумму тех натуральных значений  $x$ , которые являются решениями неравенства  $6(x - 2)^{-1} \leq 5(x - 5)^{-1}$ .

5. Найдите все значения переменной  $x$ , при которых обе функции  $f(x) = \frac{3x-1}{2x+5}$  и  $g(x) = (x-6)^{-2}$  принимают значения не меньше 1.

### Вариант 2

1. Решите неравенство

$$(x^2 + 4)(x + 10)^2(x + 4)(x - 5) \leq 0.$$

2. При каких значениях переменной  $x$  дробь  $\frac{3}{x+1}$  больше дроби  $\frac{4}{x-2}$ ?

3. Найдите наибольшее целое значение  $x$ , при котором выполняется неравенство  $x^4 - 2x^2 - 48 \leq 0$ .

4. Найдите сумму тех натуральных значений  $x$ , которые являются решениями неравенства  $4(x - 1)^{-1} \leq 3(x - 4)^{-1}$ .

5. Найдите все значения переменной  $x$ , при которых обе функции  $f(x) = \frac{4x-1}{3x+4}$  и  $g(x) = (x-5)^{-2}$  принимают значения не меньше 1.

### Вариант 3

1. Решите неравенство

$$(2x^2 + 1)(x + 5)^4(x - 3)^5(x - 10)^2(x + 1)^3 \leq 0.$$

2. При каких значениях переменной  $x$  дробь  $\frac{5x-1}{x+1}$  меньше дроби  $\frac{5x-1}{5x}$ ?

3. Найдите наименьшее целое значение  $x$ , при котором выполняется неравенство  $x^4 - 7x^2 + 10 < 0$ .

4. Функция  $f(x)$  определена на всей числовой прямой и принимает отрицательные значения для всех  $x$ , кроме  $x = 7$ . Решите неравенство  $(|3x - 2| - 4)f(x) \geq 0$ , если  $f(7) = 0$ .

5. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} \frac{4}{|x+1|} \geq 1, \\ x^2 - 3|x+1| + 2x \leq -1. \end{cases}$$

### Вариант 4

1. Решите неравенство  $(x+2)^3(3x^2+4)(x-7)^4(x-4)^5(x-8)^2 \leq 0$ .

2. При каких значениях переменной  $x$  дробь  $\frac{3x-1}{|x+1|}$  меньше дроби  $\frac{3x-1}{3x}$ ?

3. Найдите наибольшее целое значение  $x$ , при котором выполняется неравенство  $x^4 - 14x^2 + 33 < 0$ .

4. Функция  $f(x)$  определена на всей числовой прямой и принимает отрицательные значения для всех  $x$ , кроме  $x = -4$ . Решите неравенство  $(|4x-1|-3)f(x) \geq 0$ , если  $f(-4) = 0$ .

5. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} \frac{7}{|x-5|} \geq 1, \\ x^2 - 5|x-5| - 10x \leq -25. \end{cases}$$

## 11. Некоторые приемы решения целых и рациональных уравнений

### Вариант 1

1. Решите уравнение  $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$ .

2. Найдите сумму корней уравнения  $(x^2 - 4x)^2 + 5(x^2 - 4x) + 6 = 0$ .

3. Найдите произведение корней уравнения  $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 3) = 15$ .

4. Решите уравнение  $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2$ .

5. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $a^2x^3 + 3ax^2 - 5ax - 3 = 0$  имеет корень, равный 1?

### Вариант 2

1. Решите уравнение  $x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0$ .

2. Найдите сумму корней уравнения  $(x^2 + 6x)^2 + 3(x^2 + 6x) - 10 = 0$ .

3. Найдите произведение корней уравнения  $(x^2 + 2x + 3)(x^2 + 2x + 5) = 48$ .

4. Решите уравнение  $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2$ .

5. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $a^2x^3 - 3ax^2 - 2ax + 6 = 0$  имеет корень, равный 1?

### Вариант 3

1. Решите уравнение  $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$ .
2. Найдите сумму корней уравнения  $(x^2 + 5x + 1)^2 + 2x^2 + 10x = 1$ .
3. Найдите произведение корней уравнения  $(x - 2)(x + 1)(x + 4)(x + 7) = 19$ .
4. Решите уравнение  $x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 3x + 1 = 0$ .
5. Найдите все корни уравнения  $x^3 + (1 - 4a)x^2 + (4a^2 - 4a - 1)x + 4a^2 - 1 = 0$ .

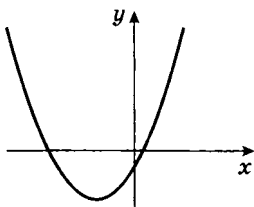
### Вариант 4

1. Решите уравнение  $x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 27x - 18 = 0$ .
2. Найдите сумму корней уравнения  $(x^2 + 6x + 1)^2 + 3x^2 + 18x = 1$ .
3. Найдите произведение корней уравнения  $(x - 1)(x + 2)(x + 5)(x + 8) = -56$ .
4. Решите уравнение  $x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 5x + 1 = 0$ .
5. Найдите все корни уравнения  $x^3 - (2a + 1)x^2 + (a^2 + 2a - 4)x - a^2 + 4 = 0$ .

## 12. Уравнение с двумя переменными и его график

### Вариант 1

1. Напишите уравнение окружности с центром в точке  $O(-2; 5)$  и проходящей через точку  $A(1; 1)$ . Постройте эту окружность.
2. График функции  $y = \frac{x - a}{x + 2}$  пересекает ось ординат в точке  $(0; -2)$ . В какой точке график пересекает ось абсцисс?
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком уравнения  $(y^2 - x^2)(x - 4) = 0$ .
4. На рисунке приведен график функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Определите знаки коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



5. Постройте график уравнения  $xy + y = 2x + 2$ .

## Вариант 2

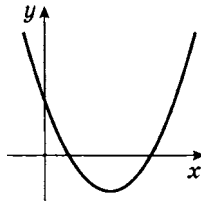
1. Напишите уравнение окружности с центром в точке  $O(-2; 5)$  и проходящей через точку  $A(2; 2)$ . Постройте эту окружность.

2. График функции  $y = \frac{x+a}{x+3}$  пересекает ось ординат в точке  $(0; 2)$ .

В какой точке график пересекает ось абсцисс?

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком уравнения  $(y^2 - x^2)(y + 6) = 0$ .

4. На рисунке приведен график функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Определите знаки коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



5. Постройте график уравнения  $xy + 2y = x + 2$ .

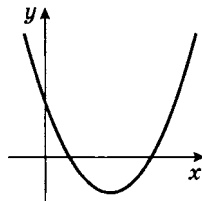
## Вариант 3

1. Найдите радиус окружности, заданной уравнением  $x^2 + 2x + y^2 - 4y = 4$ . Постройте эту окружность.

2. Для функции  $y = \frac{a}{x-b}$  известно, что  $y(\sqrt{5}) = \sqrt{5} + 2$ ,  $a$  и  $b$  — целые числа. В какой точке график функции пересекает ось ординат?

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком уравнения  $|x| + 2|y| = 6$ .

4. На рисунке приведен график функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Определите знак выражения  $4a - 2b + c$ .



5. Наибольшее из чисел  $m$ ,  $n$  обозначается  $\max(m; n)$ . Если числа равны, то  $\max(m; n) = m = n$ . Постройте график функции  $y = \max(x - 2; -x^2)$ .

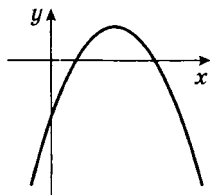
## Вариант 4

1. Найдите радиус окружности, заданной уравнением  $x^2 - 6x + y^2 + 2y = 6$ . Постройте эту окружность.

2. Для функции  $y = \frac{a}{x-b}$  известно, что  $y(-\sqrt{3}) = \sqrt{3} + 2$ ,  $a$  и  $b$  – целые числа. В какой точке график функции пересекает ось ординат?

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком уравнения  $2|x| + |y| = 4$ .

4. На рисунке приведен график функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Определите знак выражения  $a - b + c$ .



5. Наименьшее из чисел  $m$ ,  $n$  обозначается  $\min(m; n)$ . Если числа равны, то  $\min(m; n) = m = n$ . Постройте график функции  $y = \min(-5x - 4; x^2)$ .

## 13. Графический способ решения систем уравнений

### Вариант 1

1. Решите графически систему уравнений  $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ 2x + y = 4. \end{cases}$
2. С помощью графиков решите систему уравнений  $\begin{cases} x^2 + y = 4, \\ x = -1. \end{cases}$
3. С помощью графиков решите систему уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ y = x. \end{cases}$
4. Выясните, сколько решений имеет система уравнений  $\begin{cases} 2x + y = 4, \\ 4x + 2y = 11. \end{cases}$
5. Выясните, сколько решений имеет система уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x^2 - 2. \end{cases}$

### Вариант 2

1. Решите графически систему уравнений  $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ x + 2y = 4. \end{cases}$
2. С помощью графиков решите систему уравнений  $\begin{cases} x^2 - y = 3, \\ y = 6. \end{cases}$
3. С помощью графиков решите систему уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ y = -x. \end{cases}$

4. Выясните, сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} 3x + y = 7, \\ -x + 2y = 0. \end{cases}$$

5. Выясните, сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y = x^2 + 1. \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Решите графически систему уравнений  $\begin{cases} y = x^2 + 2x - 3, \\ y = |x + 1| - 4. \end{cases}$

2. С помощью графиков решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 2y - 7 = 0, \\ y = x - 1. \end{cases}$$

3. Выясните, сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} xy = 1, \\ y = |x - 1| + 1. \end{cases}$$

4. Выясните, сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0, \\ x^2 + y^2 - 8x - 10y + 25 = 0. \end{cases}$$

5. При каких значениях параметра  $a$  система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ |x| + |y| = a \end{cases} \text{ имеет ровно четыре решения?}$$

### Вариант 4

1. Решите графически систему уравнений  $\begin{cases} y = x^2 - 2x - 1, \\ y = |x - 1| - 2. \end{cases}$

2. С помощью графиков решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 8y + 1 = 0, \\ y = 1 - x. \end{cases}$$

3. Выясните, сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} xy = -3, \\ y = |x - 2| + 2. \end{cases}$$

4. Выясните, сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0, \\ x^2 + y^2 + 10x + 8y + 32 = 0. \end{cases}$$

5. При каких значениях параметра  $a$  система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ |x| + |y| = -a \end{cases} \text{ имеет ровно четыре решения?}$$

## 14. Решение систем уравнений второй степени

### Вариант 1

1. Решите способом подстановки систему уравнений  $\begin{cases} x^2 + 2y = 6, \\ y = x - 1. \end{cases}$

2. Решите систему уравнений, используя способ сложения:

$$\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 22, \\ x^2 + 3y^2 = 28. \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений с помощью замены переменных

$$\begin{cases} x + y - xy = -14, \\ x + y + xy = 2. \end{cases}$$

4. При каких значениях параметра  $a$  прямая  $y = 6x - a$  касается параболы  $y = ax^2$ ?

5. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 5x + 3y = 14, \\ 2x - 5y = 18, \\ x^2 + y^2 + 2xy - x = 0. \end{cases}$

### Вариант 2

1. Решите способом подстановки систему уравнений  $\begin{cases} x^2 - 2y = 54, \\ y = x - 3. \end{cases}$

2. Решите систему уравнений, используя способ сложения:

$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 41, \\ 2x^2 + y^2 = 59. \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений с помощью замены переменных

$$\begin{cases} 2(x + y) - xy = 4, \\ 2xy + x + y = -18. \end{cases}$$

4. При каких значениях параметра  $a$  прямая  $y = 5x - \frac{1}{4}a$  касается параболы  $y = ax^2$ ?

5. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 3x + 2y = 11, \\ 5x - 3y = 12, \\ x^2 + y^2 - 2xy - 4y = 0. \end{cases}$

### Вариант 3

1. Решите способом подстановки систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + xy - x - y = 2, \\ x - y = 2. \end{cases}$$



2. Решите систему уравнений, используя способ сложения:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 2, \\ 2x^2 - y^2 + 2x - y = 4. \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений с помощью замены переменных

$$\begin{cases} 3(x - y)^2 + 2(x + 2y)^2 = 5, \\ 2(x + 2y) - x + y = 1. \end{cases}$$

4. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 8x - 2y = -17, \\ 3z - x + 5y = -8. \end{cases}$$

5. При каких значениях параметра  $a$  прямая  $y = ax$  касается окружности  $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 1$ ?

## Вариант 4

1. Решите способом подстановки систему уравнений

$$\begin{cases} xy - y^2 + x - 3y = -10, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений, используя способ сложения:

$$\begin{cases} 3x^2 + y^2 + 3x + y = 18, \\ x^2 - y^2 + x - y = 6. \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений с помощью замены переменных

$$\begin{cases} 2(x + y)^2 + 3(x + 2y)^2 = 5, \\ 3(x + 2y) - 2x - 2y = 5. \end{cases}$$

4. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 2y = -2, \\ 2z + x + y = -6. \end{cases}$$

5. При каких значениях параметра  $a$  прямая  $y = ax$  касается окружности  $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 4$ ?

## 15. Решение задач с помощью систем уравнений второй степени

### Вариант 1

1. Сумма двух чисел равна 17, а их произведение равно 72. Найдите эти числа.

2. Разность цифр двузначного числа равна 4, а разность квадратов этих цифр равна 40. Найдите это число.

3. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 20 см, а его периметр равен 48 см. Найдите катеты треугольника.

4. Периметр прямоугольника равен 44 см, а его площадь равна  $105 \text{ см}^2$ . Найдите стороны прямоугольника.

5. Две фирмы, работая вместе, выполняют заказ за 8 дней. Первая фирма, работая самостоятельно, выполнит заказ на 12 дней быстрее, чем вторая фирма. За какое время выполнит задание первая фирма, если будет работать самостоятельно?

## Вариант 2

1. Сумма двух чисел равна 15, а их произведение равно 56. Найдите эти числа.

2. Разность цифр двузначного числа равна 3, а разность квадратов этих цифр равна 39. Найдите это число.

3. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 25 см, а его периметр равен 60 см. Найдите катеты треугольника.

4. Периметр прямоугольника равен 52 см, а его площадь равна  $153 \text{ см}^2$ . Найдите стороны прямоугольника.

5. Две фирмы, работая вместе, выполняют заказ за 15 дней. Первая фирма, работая самостоятельно, выполнит заказ на 16 дней быстрее, чем вторая фирма. За какое время выполнит задание первая фирма, если будет работать самостоятельно?

## Вариант 3

1. Произведение двух целых чисел на 13 больше их суммы. Если из первого числа вычесть утроенное второе число, то получится 9. Найдите эти числа.

2. Если двузначное число разделить на число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то в частном получится 4 и в остатке 3. Если данное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 8 и в остатке 7. Найдите это число.

3. На соревнованиях на кольцевой трассе один лыжник проходил круг на 3 мин быстрее другого и через час обогнал его ровно на круг. За сколько минут каждый лыжник проходил круг?

4. При смешивании двух растворов соли с концентрациями 40% и 48% получили 200 г раствора с концентрацией 42%. Найдите вес первого и второго растворов.

5. В окружность радиуса  $3\sqrt{2}$  вписан прямоугольник наибольшей площади. Определите периметр этого прямоугольника.

## Вариант 4

1. Произведение двух целых чисел на 29 больше их суммы. Если к первому числу прибавить удвоенное второе число, то получится 22. Найдите эти числа.

2. Если двузначное число разделить на число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то в частном получится 3 и в остатке 5. Если данное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 8 и в остатке 4. Найдите это число.

3. На соревнованиях по картингу один карт проходил круг на 10 с медленнее другого и через минуту отстал от него ровно на круг. За сколько секунд каждый карт проходил круг?

4. При смешивании двух растворов кислоты с концентрациями 35% и 60% получили 200 г раствора с концентрацией 40%. Найдите вес первого и второго растворов.

5. В окружность радиуса  $4\sqrt{2}$  вписан прямоугольник наибольшей площади. Определите периметр этого прямоугольника.

## 16. Неравенства с двумя переменными и их системы

### Вариант 1

1. Какая из пар чисел (3; 2), (-2; 2), (-4; -1) является решением неравенства  $x - 2y + 4 \leq 0$ ?

2. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством  $x - y + 2 \leq 0$ . Найдите наименьшее расстояние от этих точек до начала координат.

3. Задайте неравенством с двумя переменными круг с центром в точке  $O(1; 3)$  и радиусом, равным 2.

4. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств 
$$\begin{cases} -3 \leq x \leq 1, \\ 2 \leq y \leq 4. \end{cases}$$
 Постройте эту фигуру.

5. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое системой неравенств 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4, \\ y \geq x. \end{cases}$$
 Найдите площадь этой фигуры.

### Вариант 2

1. Какая из пар чисел (2; 1), (4; 5), (2; -2) является решением неравенства  $2x - y - 4 \geq 0$ ?

2. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством  $x - y - 4 \geq 0$ . Найдите наименьшее расстояние от этих точек до начала координат.

3. Задайте неравенством с двумя переменными круг с центром в точке  $O(3; 2)$  и радиусом, равным 4.

4. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств 
$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 3, \\ -2 \leq y \leq 1. \end{cases}$$
 Постройте эту фигуру.

5. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое системой неравенств 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16, \\ y \leq x. \end{cases}$$
 Найдите площадь этой фигуры.

### Вариант 3

1. Изобразите на координатной плоскости множество решений неравенства  $(2x - 1)(3y + 2) \geq 0$ .

2. Какое множество точек задается неравенством  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 12 \leq 0$ ? Найдите площадь этой фигуры.

3. Задайте неравенством с двумя переменными множество точек координатной плоскости, расположенных выше параболы  $y = x^2 + 6x$ . Изобразите это множество.

4. Какое множество точек задается неравенством  $|x + y + 1| \leq 2$ ?

5. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое системой неравенств  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 \leq 0, \\ y \geq -2x. \end{cases}$  Найдите площадь этой фигуры.

### Вариант 4

1. Изобразите на координатной плоскости множество решений неравенства  $(3x - 1)(2y + 3) \leq 0$ .

2. Какое множество точек задается неравенством  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 \leq 0$ ? Найдите площадь этой фигуры.

3. Задайте неравенством с двумя переменными множество точек координатной плоскости, расположенных ниже параболы  $y = -x^2 + 4x$ . Изобразите это множество.

4. Какое множество точек задается неравенством  $|y - x + 2| \leq 1$ ?

5. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое системой неравенств  $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 \leq 0, \\ 2y \geq -3x. \end{cases}$  Найдите площадь этой фигуры.

## 17. Некоторые приемы решения систем уравнений второй степени с двумя переменными

### Вариант 1

1. Решите систему уравнений  $\begin{cases} (x - 3y)(x + y) = 0, \\ 2x^2 - y^2 = 17. \end{cases}$

2. Найдите решения системы уравнений  $\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 7, \\ x^2 - 3y^2 = 1. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ xy = -6. \end{cases}$

4. Найдите решения системы уравнений  $\begin{cases} x^2 + 2xy = 16, \\ y^2 - 3xy = -9. \end{cases}$
5. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y + \frac{x}{y} = 9, \\ \frac{(x+y)x}{y} = 20. \end{cases}$

### Вариант 2

1. Решите систему уравнений  $\begin{cases} (x+2y)(x-y) = 0, \\ 3x^2 - y^2 = 11. \end{cases}$
2. Найдите решения системы уравнений  $\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 28, \\ x^2 - 3y^2 = 22. \end{cases}$
3. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = -8. \end{cases}$
4. Найдите решения системы уравнений  $\begin{cases} x^2 + 3xy = 10, \\ y^2 - 2xy = 3. \end{cases}$
5. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y + \frac{x}{y} = 15, \\ \frac{(x+y)x}{y} = 56. \end{cases}$

### Вариант 3

1. Решите систему уравнений  $\begin{cases} (3x^2 - y - 11)(x - 2) = 0, \\ x^2 + 2y^2 = 6. \end{cases}$
2. Найдите решения системы уравнений  $\begin{cases} x^2 - 3x - 2y = 4, \\ x^2 + x - 3y = 18. \end{cases}$
3. Решите систему уравнений  $\begin{cases} xy - x - y = -1, \\ x^2 + y^2 = 10. \end{cases}$
4. Найдите решения системы уравнений  $\begin{cases} 2y^2 - 4xy + 3x^2 = 17, \\ y^2 - x^2 = 16. \end{cases}$
5. Напишите уравнение окружности, проходящей через точки  $A(3; 13)$ ,  $B(-7; -11)$ ,  $C(10; 6)$ .

### Вариант 4

1. Решите систему уравнений  $\begin{cases} (2x^2 + y - 3)(x - 1) = 0, \\ x^2 - 2y^2 = -1. \end{cases}$
2. Найдите решения системы уравнений  $\begin{cases} x^2 + 2x + 3y = 3, \\ x^2 + x + 2y = 4. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y - xy = 7, \\ x^2 + y^2 = 13. \end{cases}$

4. Найдите решения системы уравнений  $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 21, \\ y^2 - 2xy = -15. \end{cases}$

5. Напишите уравнение окружности, проходящей через точки  $A(7; -7)$ ,  $B(-2; -4)$ ,  $C(6; 0)$ .

## 18. Последовательности

### Вариант 1

1. Найдите первые три члена последовательности, заданной формулой  $a_n = 2n^2 - 3$ .

2. Укажите порядковый номер члена последовательности  $a_n = \frac{2n+1}{3n-2}$ , который равен  $\frac{35}{49}$ .

3. Напишите одну из возможных формул  $n$ -го члена последовательности  $-3, -1, 1, 3, 5, \dots$ .

4. Найдите первые три члена последовательности, заданной рекуррентно  $x_1 = 3$ ,  $x_{n+1} = 2x_n - 1$ ,  $n \in N$ .

5. Задайте рекуррентным способом последовательность  $2, 6, 18, 54, 162, \dots$ .

### Вариант 2

1. Найдите первые три члена последовательности, заданной формулой  $a_n = 3n^2 - 2$ .

2. Укажите порядковый номер члена последовательности  $a_n = \frac{2n-1}{3n-1}$ , который равен  $\frac{35}{53}$ .

3. Напишите одну из возможных формул  $n$ -го члена последовательности  $-1, 2, 5, 8, 11, \dots$ .

4. Найдите первые три члена последовательности, заданной рекуррентно  $x_1 = 2$ ,  $x_{n+1} = 3x_n - 2$ ,  $n \in N$ .

5. Задайте рекуррентным способом последовательность  $3, 6, 12, 24, 48, \dots$ .

### Вариант 3

1. Найдите первые три члена последовательности, заданной формулой  $a_n = (-1)^n + (-2)^{n+1}$ .

2. Укажите порядковый номер члена последовательности  $a_n = n^2 - 6n + 13$ , который равен 5.

3. Напишите одну из возможных формул  $n$ -го члена последовательности 1, -4, 9, -16, 25, ... .

4. Найдите первые три члена последовательности, заданной рекуррентно  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_{n+2} = 2x_{n+1} + x_n$ ,  $n \in N$ .

5. Задайте формулой  $n$ -го члена последовательность  $(b_n)$ , если:  $b_1 = 5$ ,  $b_{n+1} = b_n + 3$ ,  $n \in N$ .

### Вариант 4

1. Найдите первые три члена последовательности, заданной формулой  $a_n = (-1)^{n+1} - (-2)^n$ .

2. Укажите порядковый номер члена последовательности  $a_n = n^2 - 10n + 11$ , который равен -10.

3. Напишите одну из возможных формул  $n$ -го члена последовательности 4, -9, 16, -25, 36, ... .

4. Найдите первые три члена последовательности, заданной рекуррентно  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_{n+2} = 2x_{n+1} - x_n$ ,  $n \in N$ .

5. Задайте формулой  $n$ -го члена последовательность  $(b_n)$ , если:  $b_1 = 1$ ,  $b_{n+1} = b_n + 4$ ,  $n \in N$ .

## 19. Определение арифметической прогрессии. Формула $n$ -го члена арифметической прогрессии

### Вариант 1

1. Выпишите первые три члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:  $a_1 = 5$  и  $d = -3$ .

2. Найдите седьмой член арифметической прогрессии, разность которой равна ее восьмому члену.

3. Вычислите пятнадцатый член арифметической прогрессии, если ее четырнадцатый член равен 15, а тринадцатый член равен 34.

4. Первый член арифметической прогрессии равен 1, а разность прогрессии равна 7. Какие из чисел 28, 55, 9150 являются членами этой прогрессии?

5. Сколько положительных членов в арифметической прогрессии 96,4; 91,8; ... ?

### Вариант 2

1. Выпишите первые три члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:  $a_1 = 8$  и  $d = -5$ .

2. Найдите девятый член арифметической прогрессии, разность которой равна ее десятому члену.

3. Вычислите семнадцатый член арифметической прогрессии, если ее восемнадцатый член равен 25, а девятнадцатый член равен 39.

4. Первый член арифметической прогрессии равен 1, а разность прогрессии равна 3. Какие из чисел 27, 68, 4276 являются членами этой прогрессии?

5. Сколько отрицательных членов в арифметической прогрессии  $-38,5; -35,8; \dots$  ?

### В а р и а н т 3

1. Выпишите первые три члена арифметической прогрессии, если ее седьмой член равен  $-40$ , а семнадцатый член равен  $-50$ .

2. Пятый член арифметической прогрессии равен  $8,4$ , а ее десятый член равен  $14,4$ . Найдите пятнадцатый член этой прогрессии.

3. Найдите все значения  $x$ , при которых числа  $-6x^2$ ,  $x + 1$  и  $14 + 4x^2$  являются последовательными членами арифметической прогрессии (в указанном порядке).

4. Определите разность арифметической прогрессии, в которой первый член равен  $66$ , а произведение второго и двенадцатого членов является наименьшим из возможных.

5. В арифметической прогрессии  $a_5 = -150$ ,  $a_6 = -147$ . Найдите номер первого положительного члена этой прогрессии.

### В а р и а н т 4

1. Выпишите первые три члена арифметической прогрессии, если ее восьмой член равен  $-22$ , а двадцатый член равен  $-58$ .

2. Четвертый член арифметической прогрессии равен  $4,8$ , а ее двенадцатый член равен  $-12$ . Найдите двадцатый член этой прогрессии.

3. Найдите все значения  $x$ , при которых числа  $4x^2$ ,  $5x + 10$  и  $12 - 6x^2$  являются последовательными членами арифметической прогрессии (в указанном порядке).

4. Определите разность арифметической прогрессии, в которой первый член равен  $28$ , а произведение второго и восьмого членов является наименьшим из возможных.

5. В арифметической прогрессии  $a_6 = 160$ ,  $a_7 = 156$ . Найдите номер первого отрицательного члена этой прогрессии.

## 20. Формула суммы первых $n$ членов арифметической прогрессии

### В а р и а н т 1

1. Вычислите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:  $a_1 = -7$  и  $a_{20} = 19$ .



2. Найдите сумму первых десяти членов арифметической прогрессии  $-18, -15, \dots$ .

3. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превышающих 60.

4. Вычислите величину  $(1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 99^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 100^2)$ .

5. Известно, что при любом значении  $n$  сумма  $S_n$  первых  $n$  членов арифметической прогрессии выражается формулой  $S_n = 4n^2 - 3n$ . Найдите первые три члена этой прогрессии.

## Вариант 2

1. Вычислите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:  $a_1 = -9$  и  $a_{20} = 27$ .

2. Найдите сумму первых десяти членов арифметической прогрессии  $-16, -12, \dots$ .

3. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превышающих 80.

4. Вычислите величину  $(1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 49^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 50^2)$ .

5. Известно, что при любом значении  $n$  сумма  $S_n$  первых  $n$  членов арифметической прогрессии выражается формулой  $S_n = 3n^2 + 2n$ . Найдите первые три члена этой прогрессии.

## Вариант 3

1. Вычислите сумму первых сорока членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:  $a_7 = -3$  и  $a_{34} = 18$ .

2. Внутренние углы выпуклого многоугольника, наименьший угол которого равен  $120^\circ$ , образуют арифметическую прогрессию с разностью  $5^\circ$ . Определите число сторон этого многоугольника.

3. Найдите сумму всех натуральных двузначных чисел, которые при делении на 3 дают остаток 2.

4. Решите уравнение  $3 + 7 + 11 + \dots + x = 300$ , в котором слагаемые в сумме, записанной в левой части, образуют арифметическую прогрессию.

5. Известно, что при любом значении  $n$  сумма первых  $n$  членов арифметической прогрессии равна  $5n^2$ . Найдите разность этой прогрессии и первые три ее члена.

## Вариант 4

1. Вычислите сумму первых сорока членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:  $a_5 = -2$  и  $a_{36} = 15$ .

2. Внутренние углы выпуклого многоугольника, наименьший угол которого равен  $100^\circ$ , образуют арифметическую прогрессию с разностью  $10^\circ$ . Определите число сторон этого многоугольника.

3. Найдите сумму всех натуральных двузначных чисел, которые при делении на 5 дают остаток 1.

4. Решите уравнение  $2 + 6 + 10 + \dots + x = 450$ , в котором слагаемые в сумме, записанной в левой части, образуют арифметическую прогрессию.

5. Известно, что при любом значении  $n$  сумма первых  $n$  членов арифметической прогрессии равна  $7n^2$ . Найдите разность этой прогрессии и первые три ее члена.

## 21. Определение геометрической прогрессии. Формула $n$ -го члена геометрической прогрессии

### Вариант 1

1. Выпишите первые три члена геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если:  $b_1 = 3$  и  $q = -2$ .

2. Найдите девятый член геометрической прогрессии, если ее десятый член равен 12, а одиннадцатый член равен 4.

3. Пятый член геометрической прогрессии в 5 раз больше ее первого члена. Во сколько раз тринадцатый член этой прогрессии больше ее пятого члена?

4. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если:  $b_3 = 3$  и  $b_6 = 24$ .

5. Четвертый член геометрической прогрессии больше второго члена на 24, а сумма второго и третьего членов равна 6. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

### Вариант 2

1. Выпишите первые три члена геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если:  $b_1 = 2$  и  $q = -3$ .

2. Найдите девятый член геометрической прогрессии, если ее восьмой член равен 24, а седьмой член равен 8.

3. Четвертый член геометрической прогрессии в 4 раза больше ее первого члена. Во сколько раз десятый член этой прогрессии больше ее четвертого члена?

4. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если:  $b_3 = 2$  и  $b_6 = 54$ .

5. Четвертый член геометрической прогрессии больше второго члена на 21, а сумма второго и третьего членов равна 7. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

### Вариант 3

1. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_n = \frac{2}{5} \cdot 3^n$ .

2. Найдите  $x$ , если числа  $x - 3$ ,  $\sqrt{5x}$ ,  $x + 16$  являются последовательными членами геометрической прогрессии (в указанном порядке).

3. Сумма шестого и десятого членов геометрической прогрессии равна 16, а произведение четырнадцатого и второго членов равно 60. Найдите шестой и десятый члены этой прогрессии.

4. Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

5. Сумма четырнадцатого и второго членов геометрической прогрессии равна 16, а сумма их квадратов равна 200. Найдите восьмой член прогрессии.

### Вариант 4

1. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_n = \frac{3}{4} \cdot 5^n$ .

2. Найдите  $x$ , если числа  $x - 2$ ,  $\sqrt{6x}$ ,  $x + 5$  являются последовательными членами геометрической прогрессии (в указанном порядке).

3. Сумма седьмого и четырнадцатого членов геометрической прогрессии равна 21, а произведение десятого и одиннадцатого членов равно 98. Найдите седьмой и четырнадцатый члены этой прогрессии.

4. Между числами 3 и 12 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

5. Сумма одиннадцатого и третьего членов геометрической прогрессии равна 14, а сумма их квадратов равна 130. Найдите седьмой член прогрессии.

## 22. Формула суммы первых $n$ членов геометрической прогрессии

### Вариант 1

1. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии, у которой:  $b_1 = 2$  и  $q = 3$ .

2. Вычислите первый член геометрической прогрессии, если:  $q = 2$  и  $S_5 = 93$ .

3. Найдите сумму первых трех членов геометрической прогрессии, в которой четвертый член равен 1, а седьмой член равен 27.

4. Вычислите сумму бесконечной геометрической прогрессии ( $|q| < 1$ ): 36, 12, 4, ... .

5. Сумма трех чисел, образующих геометрическую прогрессию, равна 42. Если ко второму из этих чисел прибавить 9, то получится арифметическая прогрессия. Найдите данные числа.

### Вариант 2

1. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии, в которой:  $b_1 = 7$  и  $q = 3$ .

2. Вычислите первый член геометрической прогрессии, если:  $q = 2$  и  $S_4 = 105$ .

3. Найдите сумму первых трех членов геометрической прогрессии, в которой шестой член равен 1, а девятый член равен 27.

4. Вычислите сумму бесконечной геометрической прогрессии ( $|q| < 1$ ): 18, 6, 2, ... .

5. Сумма трех чисел, образующих геометрическую прогрессию, равна 28. Если ко второму из этих чисел прибавить 2, то получится арифметическая прогрессия. Найдите данные числа.

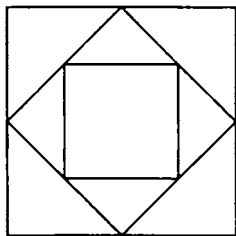
### Вариант 3

1. В конечной геометрической прогрессии первый член  $b_1 = 5$ , знаменатель  $q = 3$ , сумма всех ее членов  $S_n = 200$ . Найдите число членов прогрессии.

2. В конечной геометрической прогрессии из шести членов сумма первых трех членов равна 14, а сумма трех последних равна 112. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

3. Сумму первых  $n$  членов последовательности  $(c_n)$  можно найти по формуле  $S_n = \frac{3}{4}(5^n - 1)$ . Докажите, что последовательность  $(c_n)$  – геометрическая прогрессия. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

4. В квадрат, сторона которого равна 8 см, вписан второй квадрат так, что его вершинами являются середины сторон первого квадрата. Во второй квадрат таким же образом вписан третий квадрат и т. д. Найдите сумму периметров всех таких квадратов.



5. Сумма трех чисел, составляющих убывающую арифметическую прогрессию, равна 60. Если от первого числа отнять 10, от второго отнять 8, а третье оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

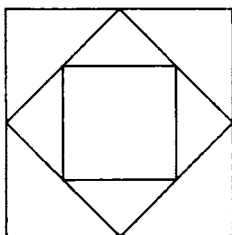
### Вариант 4

1. В конечной геометрической прогрессии первый член  $b_1 = 3$ , знаменатель  $q = 2$ , сумма всех ее членов  $S_n = 189$ . Найдите число членов прогрессии.

2. В конечной геометрической прогрессии из шести членов сумма трех первых членов равна 21, а сумма трех последних равна 168. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

3. Сумму первых  $n$  членов последовательности  $(c_n)$  можно найти по формуле  $S_n = \frac{2}{3}(4^n - 1)$ . Докажите, что последовательность  $(c_n)$  – геометрическая прогрессия. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

4. В квадрат, сторона которого равна 6 см, вписан второй квадрат так, что его вершинами являются середины сторон первого квадрата. Во второй квадрат таким же образом вписан третий квадрат и т. д. Найдите сумму периметров всех таких квадратов.



5. Сумма трех чисел, составляющих возрастающую арифметическую прогрессию, равна 63. Если к первому числу прибавить 10, ко второму прибавить 3, а третье оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

## 23. Элементы комбинаторики

### Вариант 1

1. В спортивных соревнованиях участвуют 8 команд. Сколькими способами могут быть распределены золотая, серебряная и бронзовая медали, если каждая команда может получить только одну медаль?

2. Сколькими способами можно расставить на полке 7 различных книг?

3. Учащиеся изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на вторник, чтобы в нем было 5 различных предметов?

4. В классе 6 отличников. Сколькими способами из них можно выбрать двоих для участия в олимпиаде?

5. Найдите значение выражения  $P_6 - A_{12}^3 + C_{10}^8$ .

## Вариант 2

1. В спортивных соревнованиях участвуют 6 команд. Сколькими способами могут быть распределены золотая, серебряная и бронзовая медали, если каждая команда может получить только одну медаль?

2. Сколькими способами можно расставить на полке 8 различных книг?

3. Учащиеся изучают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на среду, чтобы в нем было 4 различных предмета?

4. В классе 7 отличников. Сколькими способами из них можно выбрать троих для участия в олимпиаде?

5. Найдите значение выражения  $P_5 + A_{10}^4 - C_{12}^9$ .

## Вариант 3

1. Сколько трехзначных четных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7?

2. Имеется 7 различных книг, 3 из которых – справочники. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы все справочники стояли рядом?

3. Сколько трехзначных чисел с различными цифрами можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5?

4. У Миши восемь, а у Вити – семь различных конфет. Сколькими способами мальчики могут поменяться пятью конфетами?

5. Решите уравнение  $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$ .

## Вариант 4

1. Сколько трехзначных нечетных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7?

2. Имеется 8 различных книг, 4 из которых – справочники. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы все справочники стояли рядом?

3. Сколько четырехзначных чисел с различными цифрами можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6?

4. У Васи десять, а у Коли – восемь различных конфет. Сколькими способами мальчики могут поменяться шестью конфетами?

5. Решите уравнение  $A_x^3 - 2C_x^4 = 3A_x^2$ .

## 24. Начальные сведения из теории вероятностей

### Вариант 1

1. В среднем из 5000 микропроцессоров исправных оказалось 4920. Вычислите относительную частоту изготовления неисправных микропроцессоров.

2. В коробке лежит 15 синих, 8 красных и 12 черных ручек. Найдите вероятность того, что наугад взятая ручка будет синего цвета.

3. Вероятность ошибочного соединения на телефонной станции равна 0,002. В течение суток 83 соединения оказались ошибочными. Найдите приближенное число сделанных за сутки соединений.

4. В копилке находятся только двухрублевые монеты. Из копилки взяли 15 двухрублевых монет и взамен положили 30 рублевых монет. После этого вероятность вынуть из копилки наудачу двухрублевую монету стала равна  $\frac{11}{26}$ . Сколько монет было в копилке?

5. Мишень представляет собой прямоугольник со сторонами длиной 8 см и 10 см, внутри которого находится квадрат со стороной 4 см. Стрелок выстрелил не целясь и попал в мишень. Найдите вероятность того, что он не попал в квадрат.

### Вариант 2

1. В среднем из 5000 микропроцессоров исправных оказалось 4940. Вычислите относительную частоту изготовления неисправных микропроцессоров.

2. В коробке лежит 11 синих, 8 красных ручек и 21 черная ручка. Найдите вероятность того, что наугад взятая ручка будет красного цвета.

3. Вероятность ошибочного соединения на телефонной станции равна 0,003. В течение суток 93 соединения оказались ошибочными. Найдите приближенное число сделанных за сутки соединений.

4. В копилке находятся только двухрублевые монеты. Из копилки взяли 7 двухрублевых монет и взамен положили 14 рублевых монет. После этого вероятность вынуть из копилки наудачу двухрублевую монету стала равна  $\frac{31}{45}$ . Сколько монет было в копилке?

5. Мишень представляет собой прямоугольник со сторонами длиной 10 см и 12 см, внутри которого находится квадрат со стороной 6 см. Стрелок выстрелил не целясь и попал в мишень. Найдите вероятность того, что он не попал в квадрат.

### Вариант 3

1. Чтобы определить численность птиц в популяции, ученые-орнитологи поймали 125 птиц и окольцевали их. Через несколько дней ученые поймали 75 птиц и среди них нашли 3 окольцованные. Чему равна приближенная численность популяции?

2. Подбрасывают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что сумма очков, выпавших на кубиках, равна 10.

3. Из цифр 0, 1, 4, 8, 9 случайным образом составляют трехзначное число (повторения цифр допускаются). Какова вероятность того, что получится четное число?

4. Среди сотрудников офиса, в котором работают 5 мужчин и 3 женщины, разыгрывают по жребию 2 билета в театр. С какой вероятностью в театр пойдут мужчина и женщина?

5. Мишень представляет собой круг, в который вписан правильный треугольник. Стрелок выстрелил не целясь и попал в мишень. Найдите вероятность того, что он не попал в треугольник.

### Вариант 4

1. Чтобы определить численность птиц в популяции, ученые-орнитологи поймали 175 птиц и окольцевали их. Через несколько дней ученые поймали 115 птиц и среди них нашли 5 окольцованные. Чему равна приближенная численность популяции?

2. Подбрасывают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что сумма очков, выпавших на кубиках, равна 9.

3. Из цифр 0, 2, 3, 6, 9 случайным образом составляют трехзначное число (повторения цифр допускаются). Какова вероятность того, что получится нечетное число?

4. Среди сотрудников офиса, в котором работают 6 мужчин и 4 женщины, разыгрывают по жребию 2 билета в театр. С какой вероятностью в театр пойдут мужчина и женщина?

5. Мишень представляет собой правильный треугольник, в который вписан круг. Стрелок выстрелил не целясь и попал в мишень. Найдите вероятность того, что он не попал в круг.

## 25. Вычисления (повторение)

### Вариант 1

1. Найдите значение числового выражения

$$1\frac{5}{6} + 2\frac{1}{12} \cdot (1,15 - 1,23 : 0,6).$$

2. Вычислите  $(\sqrt{16})^3 - (\sqrt{51})^0 - 3^2 \cdot 3^{-4} + 2 : 2^{-3}$ .



3. Расположите числа  $2\sqrt{17}$ ; 8;  $4\sqrt{5}$  в порядке убывания.

4. Участок имеет площадь  $948 \text{ м}^2$ . Выразите эту площадь в гектарах и запишите ее в стандартном виде.

5. Телевизор подорожал на 30%, затем – еще на 10%. На сколько процентов возросла цена телевизора по сравнению с первоначальной?

## Вариант 2

1. Найдите значение числового выражения

$$(1,68 : 1,6 - 2,1) \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right) - 2\frac{1}{6}.$$

2. Вычислите  $3^2 : 3^{-1} - (\sqrt[3]{125})^2 - 5 \cdot 5^{-2} + (\sqrt{13})^0$ .

3. Расположите числа  $4\sqrt{5}$ ; 9;  $2\sqrt{19}$  в порядке возрастания.

4. Участок имеет площадь  $832 \text{ м}^2$ . Выразите эту площадь в гектарах и запишите ее в стандартном виде.

5. Телевизор подорожал на 20%, затем – еще на 10%. На сколько процентов возросла цена телевизора по сравнению с первоначальной?

## Вариант 3

1. Найдите значение числового выражения  $584 + 583^2 - 584^2 + 584$ .

2. Запишите выражение  $(0,24)^5 \left(\frac{25}{6}\right)^{-6} \left(\frac{6}{25}\right)^4$  в виде степени числа  $\frac{6}{25}$ .

3. Вычислите  $\sqrt{7 - \sqrt{24}} \cdot \sqrt{7 + \sqrt{24}} + \sqrt{(5 - \sqrt{23})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{23})^2}$ .

4. Найдите все пары  $(m; n)$  целых чисел  $m$  и  $n$ , для которых выполнено равенство  $m + (3 + \sqrt{2})n = 3\sqrt{2}$ .

5. Клиент банка внес 10 000 евро на вклад с годовым доходом 5%. Какая сумма окажется у него на счету через 2 года, если деньги со счета не снимали и дополнительно не вкладывали?

## Вариант 4

1. Найдите значение числового выражения  $675 + 674^2 - 675^2 + 674$ .

2. Запишите выражение  $(0,65)^{-7} \left(\frac{20}{13}\right)^2 \left(\frac{13}{20}\right)^4$  в виде степени числа  $\frac{13}{20}$ .

3. Вычислите  $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} + \sqrt{(6 - \sqrt{41})^2} + \sqrt{(7 - \sqrt{41})^2}$ .

4. Найдите все пары  $(m; n)$  целых чисел  $m$  и  $n$ , для которых выполнено равенство  $(2 + \sqrt{3})m - n = 2\sqrt{3}$ .

5. Клиент банка внес 20 000 евро на вклад с годовым доходом 6%. Какая сумма окажется у него на счету через 2 года, если деньги со счета не снимали и дополнительно не вкладывали?

## 26. Тождественные преобразования (повторение)

### Вариант 1

1. Преобразуйте выражение  $(x - 2y)(x + 2y) + 4(x + y)^2 - 8xy$  в многочлен.

2. Разложите на множители квадратный трехчлен  $4x^2 + 9x + 5$ .

3. Найдите значение выражения  $\frac{4x + 3y}{x + y}$ , если  $\frac{2x + 3y}{y} = 7$ .

4. Упростите выражение  $(4x^2 - 25y^2) \left( \frac{1}{2x + 5y} + \frac{1}{2x - 5y} \right)$ .

5. Найдите значение выражения  $\frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x - 25}{\sqrt{x} + 5}$ .

### Вариант 2

1. Преобразуйте выражение  $(2x - 3y)(2x + 3y) + 9(x + y)^2 - 18xy$  в многочлен.

2. Разложите на множители квадратный трехчлен  $2x^2 + 5x + 3$ .

3. Найдите значение выражения  $\frac{2x + 5y}{x + y}$ , если  $\frac{4x - 5y}{y} = 3$ .

4. Упростите выражение  $(9x^2 - 16y^2) \left( \frac{1}{3x - 4y} - \frac{1}{3x + 4y} \right)$ .

5. Найдите значение выражения  $\frac{x - 16}{\sqrt{x} - 4} - \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$ .

### Вариант 3

1. Найдите значение выражения  $3x^2 - 2x - 1$  при  $x = \frac{1 - \sqrt{2}}{3}$ .

2. Чему равно наименьшее значение выражения  $(x + y)^2 - 10x + 4y - 2xy + 31$ ?

3. Упростите выражение  $\left( \frac{4ab}{16a^2 + 8ab + b^2} + \frac{3a}{4a + b} \right) \left( 4 + \frac{b}{a} \right)^2$ .

4. Найдите значение выражения  $\frac{8 \cdot 100^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} + \frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$ .

5. Упростите выражение  $\left( \frac{4x\sqrt{y}}{4\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{y\sqrt{x}}{4\sqrt{x} - \sqrt{y}} \right) \cdot \frac{16x - y}{\sqrt{xy^3} + 16\sqrt{x^3y}}$ .

### Вариант 4

1. Найдите значение выражения  $2x^2 - 6x + 3$  при  $x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ .

2. Чему равно наименьшее значение выражения  $(x - y)^2 + 2x + 4y + 2xy + 12$ ?

3. Упростите выражение  $\left(\frac{ab}{25a^2 + 20ab + 4b^2} - \frac{a}{5a + 2b}\right)\left(5 + \frac{2b}{a}\right)^2$ .
4. Найдите значение выражения  $\frac{4 \cdot 36^n}{3^{2n-3} \cdot 2^{2n+2}} + \frac{2^{n+1} + 2^{n-1}}{10 \cdot 2^n}$ .
5. Упростите выражение  $\left(\frac{3x\sqrt{y}}{3\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{y\sqrt{x}}{3\sqrt{x} + \sqrt{y}}\right) \cdot \frac{9x - y}{\sqrt{xy^3} + 9\sqrt{x^3y}}$ .

## 27. Уравнения и системы уравнений (повторение)

### Вариант 1

1. Решите уравнение  $(3x - 2)(x - 1) = 4(x - 1)^2$ .
2. Найдите корни уравнения  $\frac{x+3}{x+2} = \frac{6}{x} + \frac{1}{x+2}$ .
3. Решите уравнение  $\sqrt{6x^2 - 7x + 2} = 1$ .
4. Найдите решения системы уравнений 
$$\begin{cases} (x - 3y)(x + 4) = 0, \\ x - 5y = 1. \end{cases}$$
5. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \frac{5-3x}{3x-4} = \frac{5-3y}{3y-4}, \\ \frac{y+5}{x-3} = 5. \end{cases}$$

### Вариант 2

1. Решите уравнение  $(2x - 1)(x - 2) = 5(x - 2)^2$ .
2. Найдите корни уравнения  $\frac{x+4}{x-3} = \frac{4}{x} + \frac{7}{x-3}$ .
3. Решите уравнение  $\sqrt{3x^2 + 2x - 1} = 2$ .
4. Найдите решения системы уравнений 
$$\begin{cases} (x + 4y)(x - 3) = 0, \\ x + 3y = 1. \end{cases}$$
5. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \frac{7-5x}{5x-6} = \frac{7-5y}{5y-6}, \\ \frac{y+7}{x-5} = 7. \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Решите уравнение  $(x - 2)^3 + (x - 4)^3 = 2(x - 3)^3$ .
2. Найдите все общие корни уравнений  $x^3 - x = \sqrt{x^2 + 9}$  и  $2\sqrt{x^2 + 9} = x^3 + x$ .

3. При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $x^2 - 2ax + (a + 1)(a - 1) = 0$  принадлежат промежутку  $[-5; 5]$ ?

4. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 - 16y^2 + x + 4y = 0, \\ 3x - 4y = 16. \end{cases}$$

5. Найдите решения системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 7xy + 12y^2 = 0, \\ \frac{12}{x} + \frac{1}{y} = 20. \end{cases}$$

#### В а р и а н т 4

1. Решите уравнение  $(x - 3)^3 + (x - 5)^3 = 2(x - 4)^3$ .

2. Найдите все общие корни уравнений

$$3\sqrt{x^2 + 6} = x^3 - 8x \text{ и } x^3 - 4x = \sqrt{x^2 + 6}.$$

3. При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $x^2 - 2(a + 1)x + a(a + 2) = 0$  принадлежат промежутку  $[-1; 3]$ ?

4. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 - 9y^2 + x - 3y = 0, \\ 4x + 3y = 10. \end{cases}$$

5. Найдите решения системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 9xy + 14y^2 = 0, \\ \frac{14}{x} + \frac{1}{y} = 24. \end{cases}$$

## 28. Текстовые задачи. Прогрессии (повторение)

#### В а р и а н т 1

1. Первую половину пути машина проехала со скоростью 42 км/ч, а вторую – со скоростью 63 км/ч. Найдите среднюю скорость машины на протяжении всего пути.

2. Семья состоит из двух человек: мужа и жены. Если бы зарплата жены увеличилась вдвое, то общий доход семьи вырос бы на 45%. На сколько процентов вырос бы общий доход семьи, если бы вдвое увеличилась зарплата мужа?

3. Бассейн наполняется водой через одну трубу за 4 ч, а через вторую – за 6 ч. Через сколько часов наполнится бассейн, если обе трубы будут работать одновременно?

4. В арифметической прогрессии сумма второго и пятого членов равна 14, а разность седьмого и четвертого членов равна 12. Найдите сумму первых трех членов этой прогрессии.

5. В геометрической прогрессии сумма второго и четвертого членов равна 10, а сумма третьего и пятого членов равна  $-30$ . Найдите первый член и знаменатель этой прогрессии.

## Вариант 2

1. Первую половину пути машина проехала со скоростью 46 км/ч, а вторую – со скоростью 69 км/ч. Найдите среднюю скорость машины на протяжении всего пути.

2. Семья состоит из двух человек: мужа и жены. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, то общий доход семьи вырос бы на 60%. На сколько процентов вырос бы общий доход семьи, если бы вдвое увеличилась зарплата жены?

3. Бассейн наполняется водой через одну трубу за 3 ч, а через вторую – за 6 ч. Через сколько часов наполнится бассейн, если обе трубы будут работать одновременно?

4. В арифметической прогрессии сумма второго и шестого членов равна 14, а разность пятого и третьего членов равна 6. Найдите сумму первых трех членов этой прогрессии.

5. В геометрической прогрессии сумма первого и третьего членов равна  $-5$ , а сумма второго и четвертого членов равна 10. Найдите первый член и знаменатель этой прогрессии.

## Вариант 3

1. Лодка проплывает 15 км по течению реки и еще 6 км против течения за то же время, за какое плот проплывет 5 км по этой реке. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость лодки 8 км/ч.

2. Имеются два сплава серебра с медью. Первый содержит 67% меди, а второй – 87% меди. В каком соотношении надо взять массы этих двух сплавов, чтобы получить сплав, содержащий 79% меди?

3. Игорь и Паша могут покрасить забор за 3 ч. Паша и Володя могут покрасить этот же забор за 6 ч, а Володя и Игорь – за 4 ч. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроем?

4. Сколько существует натуральных трехзначных чисел, которые делятся только на одно из чисел – 4 или 5?

5. Три различных числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  образуют геометрическую прогрессию, а числа  $a + b$ ,  $b + c$ ,  $a + c$  образуют арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

## Вариант 4

1. Катер проплывает 24 км по течению реки и еще 20 км против течения за то же время, за какое плот проплывет 9 км по этой реке. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость катера 15 км/ч.

2. Имеются два сплава серебра с медью. Первый содержит 40% меди, а второй – 48% меди. В каком соотношении надо взять массы этих двух сплавов, чтобы получить сплав, содержащий 42% меди?

3. Маша и Настя могут вымыть окно за 20 мин. Настя и Лена могут вымыть это же окно за 15 мин, а Маша и Лена – за 12 мин. За какое время девочки вымоют окно, работая втроем?

4. Сколько существует натуральных трехзначных чисел, которые делятся только на одно из чисел – 5 или 6?

5. Три положительных числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  образуют геометрическую прогрессию, а числа  $a - b$ ,  $b + c$ ,  $b - c$  образуют арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

## 29. Неравенства и системы неравенств (повторение)

### Вариант 1

1. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$5x - 6 < 2(3 - x) - 3x.$$

2. Решите неравенство  $(3x - 7)^2 \geq (7x - 3)^2$ .

3. Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{16 - x^2}}{x + 3}$ .

4. Решите неравенство  $|3x - 1| \leq 2$ .

5. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} \frac{16 - 9x^2}{2x^2 + 5} \leq 0, \\ \frac{4 - 5x}{6} > 0. \end{cases}$$

### Вариант 2

1. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$3x + 4 < -5(3 + x) - x.$$

2. Решите неравенство  $(5x - 4)^2 \geq (4x - 5)^2$ .

3. Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x - 2}$ .

4. Решите неравенство  $|2x - 3| \leq 1$ .

5. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} \frac{25 - 36x^2}{3x^2 + 4} \leq 0, \\ \frac{2 - 3x}{7} > 0. \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Решите неравенство  $(x^2 - 6x + 5)(x + 3)^2 \leq 0$ .

2. Решите неравенство  $(2x - 3)(x^2 - x - 2) \leq (2x - 3)(10x^2 + 11x + 2)$ .

3. Решите неравенство  $\frac{9}{x - 1} - \frac{4}{x} \leq 2$ .

4. Сколько целых решений имеет система неравенств

$$\begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 28}{x + 7} < -5, \\ |x + 7| < 3? \end{cases}$$

5. При каких значениях параметра  $a$  один корень уравнения  $(1 - a)x^2 + (2a + 1)x + a = 0$  меньше 1, а другой – больше 2?

### Вариант 4

1. Решите неравенство  $(x^2 - 5x + 4)(x + 2)^2 \leq 0$ .

2. Решите неравенство  $(x^2 - 7)(4x^2 - x - 5) < (x^2 - 3)(4x^2 - x - 5)$ .

3. Решите неравенство  $\frac{12}{x - 5} - \frac{8}{x} \leq 3$ .

4. Сколько целых решений имеет система неравенств

$$\begin{cases} \frac{x^2 - 11x + 30}{x - 5} < 6, \\ |x - 5| < 5? \end{cases}$$

5. При каких значениях параметра  $a$  один корень уравнения  $(a - 2)x^2 - 2(a + 3)x + 4a = 0$  меньше 2, а другой – больше 3?

## 30. Функция. График функции (повторение)

### Вариант 1

1. Постройте график функции  $y = 2x - 3$ . При каких значениях  $x$  значения функции больше 1?

2. Вычислите координаты точки пересечения графиков функций  $y = 2x - 11$  и  $y = -5x + 3$ .

3. Постройте график функции  $y = x^2 - 2x - 3$ . Укажите координаты вершины параболы.

4. Дана функция  $y = -x^2 - 4x$ . Найдите область значений функции.

5. С помощью графиков определите число решений системы уравнений  $\begin{cases} xy = 2, \\ y + x^2 = 5. \end{cases}$

### Вариант 2

1. Постройте график функции  $y = 4 - 2x$ . При каких значениях  $x$  значения функции меньше 2?

2. Вычислите координаты точки пересечения графиков функций  $y = -3x + 8$  и  $y = 4x - 6$ .

3. Постройте график функции  $y = x^2 + 4x - 5$ . Укажите координаты вершины параболы.

4. Дана функция  $y = -x^2 + 2x$ . Найдите область значений функции.

5. С помощью графиков определите число решений системы уравнений  $\begin{cases} xy = -2, \\ x^2 - y = 5. \end{cases}$

### Вариант 3

1. Определите взаимное расположение графиков функций  $y = 2x - 3$  и  $y = 2x + 1$ . Постройте графики этих функций.

2. График линейной функции проходит через точку  $A(9; -18)$  и точку пересечения прямых  $y = x - 7$  и  $y = 8x$ . Задайте функцию формулой.

3. Постройте график функции  $y = \frac{(x+4)(x^2+3x+2)}{x+1}$ . При каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  пересекает график данной функции в единственной точке?

4. Найдите наибольшее значение функции  $y = -2x + 4\sqrt{x} + 3$ .

5. С помощью графиков определите число решений системы уравнений  $\begin{cases} y = 2\sqrt{x}, \\ y = |x - 2|. \end{cases}$

### Вариант 4

1. Определите взаимное расположение графиков функций  $y = 4 - 2x$  и  $y = x + 1$ . Постройте графики этих функций.

2. График линейной функции проходит через точку  $A(-6; 12)$  и точку пересечения прямых  $y = -3x$  и  $y = x + 12$ . Задайте функцию формулой.

3. Постройте график функции  $y = \frac{(x-3)(x^2-7x+10)}{x-2}$ . При каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  пересекает график данной функции в единственной точке?

4. Найдите наибольшее значение функции  $y = -3x + 6\sqrt{x} + 5$ .

5. С помощью графиков определите число решений системы уравнений  $\begin{cases} y = 3\sqrt{x}, \\ y = |x + 1|. \end{cases}$



# КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

---

## 1. Функции и их свойства. Квадратный трехчлен

### Вариант 1

1. Найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = 6 - 2x$  с осями координат. Постройте график этой функции.
2. При каком значении аргумента значение функции  $y = \frac{x-2}{2x-1}$  равно 1?
3. Разложите на множители квадратный трехчлен  $2x^2 + x - 3$ .
4. Сократите дробь  $\frac{3x^2 - 7x + 2}{2 - 6x}$ .
5. Найдите область определения и область значений функции  $y = \sqrt{x-2} - 3$ .

### Вариант 2

1. Найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = 3x - 6$  с осями координат. Постройте график этой функции.
2. При каком значении аргумента значение функции  $y = \frac{-2x-1}{x+2}$  равно -5?
3. Разложите на множители квадратный трехчлен  $3x^2 - 5x - 2$ .
4. Сократите дробь  $\frac{5x^2 - 12x + 4}{6 - 15x}$ .
5. Найдите область определения и область значений функции  $y = \sqrt{x+1} + 2$ .

### Вариант 3

1. График линейной функции проходит через точки  $A(-3; 0)$  и  $B(0; -1)$ . Постройте график и задайте функцию формулой.
2. Дана функция  $y = \frac{2-3x}{x+2}$ . Найдите зависимость величины  $x$  от переменной  $y$ .
3. Найдите наибольшее значение функции  $y = -3x^2 + 12x + 1$ .

4. Сократите дробь  $\frac{10x^2 + 9x - 9}{6x^2 + 11x + 3}$ .

5. Найдите область определения и область значений функции  $y = 3\sqrt{1 - |x|} + 1$ .

#### Вариант 4

1. График линейной функции проходит через точки  $A(3; 0)$  и  $B(0; -1)$ . Постройте график и задайте функцию формулой.

2. Дана функция  $y = \frac{x-3}{1-2x}$ . Найдите зависимость величины  $x$  от переменной  $y$ .

3. Найдите наименьшее значение функции  $y = 2x^2 + 12x + 3$ .

4. Сократите дробь  $\frac{9x^2 - 6x - 8}{6x^2 - 5x - 4}$ .

5. Найдите область определения и область значений функции  $y = 2\sqrt{4 - |x|} - 1$ .

## 2. Квадратичная и степенная функции

#### Вариант 1

1. Постройте график функции  $y = x^2 - 6x + 3$ . Укажите координаты вершины параболы.

2. Найдите область значений функции  $y = -x^2 - 8x + 1$ .

3. Определите координаты точек пересечения параболы  $y = \frac{1}{4}x^2$  и прямой  $y = 5x - 16$ .

4. Найдите значение  $a$  и постройте график функции  $y = -x^2 + ax + 3$ , если известно, что он проходит через точку  $(2; -5)$ .

5. Вычислите  $6\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} + 20\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$ .

#### Вариант 2

1. Постройте график функции  $y = x^2 + 8x + 5$ . Укажите координаты вершины параболы.

2. Найдите область значений функции  $y = -x^2 + 6x + 2$ .

3. Определите координаты точек пересечения параболы  $y = \frac{1}{5}x^2$  и прямой  $y = 20 - 3x$ .

4. Найдите значение  $a$  и постройте график функции  $y = x^2 + ax - 3$ , если известно, что он проходит через точку  $(-2; 5)$ .

5. Вычислите  $12\sqrt[3]{-\frac{1}{27}} + 15\sqrt[4]{3\frac{13}{81}}$ .

### Вариант 3

1. Найдите область значений функции  $y = -2x^2 + 4x - 7$ , если  $x \in [-1; 2]$ .

2. Найдите область определения и область значений функции  $y = 3\sqrt{2x-4} + 4x - 2$ .

3. Вычислите наибольшее значение функции  $y = \frac{4}{x^2 - 6x + 11} + 7$ .

4. Вычислите  $6\sqrt[4]{7\frac{58}{81}} + 4\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$ .

5. Упростите выражение  $\frac{x-15}{\sqrt{x+1}-4} - \frac{x-3}{2+\sqrt{x+1}}$ .

### Вариант 4

1. Найдите область значений функции  $y = -3x^2 - 6x + 5$ , если  $x \in [-2; 1]$ .

2. Найдите область определения и область значений функции  $y = 2\sqrt{3x-6} + 6x - 5$ .

3. Вычислите наибольшее значение функции  $y = \frac{8}{x^2 - 4x + 6} + 1$ .

4. Вычислите  $4\sqrt[5]{5\frac{1}{16}} + 6\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$ .

5. Упростите выражение  $\frac{x-4}{\sqrt{x-3}+1} - \frac{x-12}{3+\sqrt{x-3}}$ .

## 3. Уравнения и неравенства с одной переменной

### Вариант 1

1. Решите уравнение  $x^2(x+1) = 9(x+1)$ .

2. Найдите корни уравнения  $\frac{16}{x^2+x} - \frac{6}{x^2-x} = \frac{1}{x}$ .

3. Решите неравенство  $(x+3)(2x-6)(3x+4) \geq 0$ .

4. Решите неравенство  $\frac{3}{x+1} \leq \frac{5}{x+2}$ .

5. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $25x^2 - 3ax + 1 = 0$  не имеет корней?

### Вариант 2

1. Решите уравнение  $4x^2(1-x) = 1-x$ .

2. Найдите корни уравнения  $\frac{3}{x^2+4x} - \frac{15}{x^2-4x} = \frac{4}{x}$ .

3. Решите неравенство  $(x+2)(3x-6)(2x+9) \leq 0$ .

4. Решите неравенство  $\frac{4}{x-2} \geq \frac{7}{x-3}$ .

5. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $4x^2 + 3ax + 1 = 0$  имеет два различных корня?

### Вариант 3

1. Решите уравнение  $(x^2 + 27x - 57)^2 = (x^2 - 3x + 1)^2$ .

2. Найдите корни уравнения  $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = 0$ .

3. Решите неравенство  $(x - 1)(2x^2 - 3x + 1)(x + 5) \leq 0$ .

4. Решите неравенство  $x^2 - 3|x + 1| + 2x \leq -1$ .

5. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $x^3 + 6x^2 + ax = 0$  имеет два различных корня? Найдите эти корни.

### Вариант 4

1. Решите уравнение  $(x^2 - 12x + 20)^2 = (x^2 + 2x - 12)^2$ .

2. Найдите корни уравнения  $x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2 = 0$ .

3. Решите неравенство  $(x - 2)(3x^2 - 5x - 2)(x + 4) \leq 0$ .

4. Решите неравенство  $x^2 - 5|x - 5| - 10x \leq -25$ .

5. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $4x^3 + 4x^2 + ax = 0$  имеет два различных корня? Найдите эти корни.

## 4. Уравнения и неравенства с двумя переменными

### Вариант 1

1. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x + y = 7, \\ 2x^2 - y = 7. \end{cases}$$

2. Найдите решения системы уравнений 
$$\begin{cases} 4x - y = 2, \\ x^2 + y^2 - xy = 3. \end{cases}$$

3. Периметр прямоугольника равен 28 см, а его площадь равна  $40 \text{ см}^2$ . Найдите стороны прямоугольника.

4. Изобразите на координатной плоскости множество решений неравенства  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 \leq 4$ . Найдите площадь полученной фигуры.

5. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16, \\ y \geq x. \end{cases}$$
 Найдите площадь полученной фигуры.

### Вариант 2

1. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 4x - y = 9, \\ 3x^2 + y = 11. \end{cases}$$

2. Найдите решения системы уравнений  $\begin{cases} 3x + y = 1, \\ x^2 + y^2 + xy = 3. \end{cases}$
3. Периметр прямоугольника равен 26 см, а его площадь равна 42 см<sup>2</sup>. Найдите стороны прямоугольника.
4. Изобразите на координатной плоскости множество решений неравенства  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 9$ . Найдите площадь полученной фигуры.
5. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств  $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 36, \\ y \geq -x. \end{cases}$  Найдите площадь полученной фигуры.

### Вариант 3

1. Найдите целые решения системы уравнений  $\begin{cases} x^2 + 2xy - 3y^2 = 0, \\ 2x^2 + y^2 = 3. \end{cases}$
2. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y + xy = 5, \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$
3. Если велосипедист увеличит скорость на 5 км/ч, то получит выигрыш во времени 12 мин при прохождении некоторого пути. Если же он уменьшит скорость на 8 км/ч, то потеряет 40 мин на том же пути. Найдите скорость велосипедиста и длину пути.
4. Изобразите на координатной плоскости множество решений неравенства  $x^2 - 6x + y^2 + 4y \leq 3$ . Найдите площадь полученной фигуры.
5. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств  $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16, \\ y \geq |x|. \end{cases}$  Найдите площадь полученной фигуры.

### Вариант 4

1. Найдите целые решения системы уравнений  $\begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 0, \\ x^2 + 2y^2 = 3. \end{cases}$
2. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y + xy = 7, \\ x^2 + y^2 = 10. \end{cases}$
3. Если велосипедист увеличит скорость на 9 км/ч, то получит выигрыш во времени 27 мин при прохождении некоторого пути. Если же он уменьшит скорость на 5 км/ч, то потеряет 29 мин на том же пути. Найдите скорость велосипедиста и длину пути.
4. Изобразите на координатной плоскости множество решений неравенства  $x^2 + 4x + y^2 - 2y \leq 4$ . Найдите площадь полученной фигуры.
5. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств  $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 36, \\ y \leq |x|. \end{cases}$  Найдите площадь полученной фигуры.

## 5. Арифметическая прогрессия

### Вариант 1

1. Последовательность задана формулой  $a_n = \frac{n+1}{n}$ . Найдите первые пять членов этой последовательности и изобразите их точками на координатной прямой.

2. Для арифметической прогрессии первый член равен  $-17$ , разность равна  $8$ . Вычислите седьмой член этой прогрессии.

3. Найдите двенадцатый член арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_6 + a_{18} = 206$ .

4. Вычислите сумму первых сорока членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:  $a_1 = 18$  и  $a_{40} = 32$ .

5. Найдите углы треугольника, если их величины образуют арифметическую прогрессию с разностью  $20^\circ$ .

### Вариант 2

1. Последовательность задана формулой  $a_n = \frac{n-1}{n}$ . Найдите первые пять членов этой последовательности и изобразите их точками на координатной прямой.

2. Для арифметической прогрессии первый член равен  $-13$ , разность равна  $6$ . Вычислите седьмой член этой прогрессии.

3. Найдите двенадцатый член арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_4 + a_{20} = 232$ .

4. Вычислите сумму первых пятидесяти членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:  $a_1 = 12$  и  $a_{50} = 58$ .

5. Найдите углы треугольника, если их величины образуют арифметическую прогрессию с разностью  $40^\circ$ .

### Вариант 3

1. В последовательности  $(a_n)$ :  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$ ,  $a_{n+1} = a_n + 2a_{n-1}$  (при  $n \geq 2$ ). Найдите первые пять членов этой последовательности.

2. Сумма первого и пятого членов возрастающей арифметической прогрессии равна  $14$ , а произведение второго и четвертого ее членов равна  $45$ . Вычислите шестой член этой прогрессии.

3. Последовательность  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия. Известно, что  $a_5 + a_9 = 42$ . Найдите сумму  $a_3 + a_7 + a_{11}$ .

4. Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии равна  $27,5$ , сумма следующих пяти ее членов равна  $90$ . Вычислите сумму членов этой прогрессии с одиннадцатого по пятнадцатый включительно.

5. Периметр прямоугольного треугольника равен  $36$  см, а длины его сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите площадь этого треугольника.

## Вариант 4

1. В последовательности  $(a_n)$ :  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$ ,  $a_{n+1} = 2a_n + a_{n-1}$  (при  $n \geq 2$ ). Найдите первые пять членов этой последовательности.

2. Сумма первого и пятого членов возрастающей арифметической прогрессии равна 16, а произведение второго и четвертого ее членов равна 55. Вычислите седьмой член этой прогрессии.

3. Последовательность  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия. Известно, что  $a_4 + a_6 = 38$ . Найдите сумму  $a_2 + a_5 + a_8$ .

4. Сумма первых десяти членов арифметической прогрессии равна 95, сумма следующих десяти ее членов равна 295. Вычислите сумму членов этой прогрессии с двадцать первого по тридцатый включительно.

5. Периметр прямоугольного треугольника равен 48 см, а длины его сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите площадь этого треугольника.

## 6. Геометрическая прогрессия

### Вариант 1

1. Найдите пятый член геометрической прогрессии, если ее первый член равен 128, знаменатель равен  $-\frac{1}{2}$ .

2. Вычислите первый член и знаменатель геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если:  $b_4 = 24$  и  $b_7 = 192$ .

3. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии 3, -6, 12, ... .

4. Вычислите сумму чисел  $3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$ .

5. Три числа, сумма которых равна 13, образуют геометрическую прогрессию. Если ко второму числу прибавить 2, то полученные числа составят арифметическую прогрессию. Найдите исходные числа.

### Вариант 2

1. Найдите пятый член геометрической прогрессии, если ее первый член равен 270, знаменатель равен  $-\frac{1}{3}$ .

2. Вычислите первый член и знаменатель геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если:  $b_2 = 6$  и  $b_5 = 48$ .

3. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии 1, -2, 4, ... .

4. Вычислите сумму чисел  $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ .

5. Три числа, сумма которых равна 31, образуют геометрическую прогрессию. Если ко второму числу прибавить 8, то полученные числа составят арифметическую прогрессию. Найдите исходные числа.

### Вариант 3

1. Между числами 27 и  $\frac{1}{3}$  вставьте три числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали геометрическую прогрессию.

2. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если разность ее шестнадцатого и тринадцатого членов в 12 раз больше суммы двенадцатого, тринадцатого и четырнадцатого членов.

3. Сумма первых четырех членов геометрической прогрессии равна 40, знаменатель равен 3. Найдите сумму первых восьми членов этой прогрессии.

4. Решите уравнение  $2x + 1 + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots = \frac{13}{6}$  (где  $|x| < 1$ ).

5. Три числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию, а их квадраты составляют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если их сумма равна 42.

### Вариант 4

1. Между числами  $\frac{1}{4}$  и 64 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали геометрическую прогрессию.

2. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если разность ее тридцатого и двадцать седьмого членов в 30 раз больше суммы двадцать шестого, двадцать седьмого и двадцать восьмого членов.

3. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 39, знаменатель равен  $-4$ . Найдите сумму первых четырех членов этой прогрессии.

4. Решите уравнение  $\frac{1}{x} + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \dots = \frac{7}{2}$  (где  $|x| < 1$ ).

5. Три числа образуют возрастающую арифметическую прогрессию, а их квадраты составляют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если их сумма равна 36.

## 7. Элементы комбинаторики и теории вероятностей

### Вариант 1

1. Сколько трехзначных чисел с разными цифрами можно составить из цифр 0, 1, 3, 6, 7, 9?

2. Из десяти членов команды надо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

3. Найдите значение выражения  $3P_3 + 2A_{10}^2 - C_7^2$ .



4. Выпускники экономического института работают в трех различных компаниях: 17 человек – в банке, 23 – в фирме и 19 – в налоговой инспекции. Найдите вероятность того, что случайно встреченный выпускник работает в фирме.

5. Мишень представляет собой три круга (один внутри другого), радиусы которых равны 3, 7 и 8 см. Стрелок выстрелил не целясь и попал в мишень. Найдите вероятность того, что он попал в средний круг, но не попал в маленький круг.

## Вариант 2

1. Сколько трехзначных чисел с разными цифрами можно составить из цифр 0, 3, 4, 5, 8?

2. Из восьми членов команды надо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

3. Найдите значение выражения  $P_4 - 2A_9^2 + 3C_8^2$ .

4. Выпускники экономического института работают в трех различных компаниях: 19 человек – в банке, 31 – в фирме и 15 – в налоговой инспекции. Найдите вероятность того, что случайно встреченный выпускник работает в банке.

5. Мишень представляет собой три круга (один внутри другого), радиусы которых равны 4, 5 и 9 см. Стрелок выстрелил не целясь и попал в мишень. Найдите вероятность того, что он попал в средний круг, но не попал в маленький круг.

## Вариант 3

1. Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна цифра 0?

2. Определите число диагоналей десятиугольника.

3. Решите уравнение  $A_x^5 = 336C_{x-2}^{x-5}$ .

4. На пяти карточках выписаны буквы слова «гамак». Карточки перемешивают и выкладывают в ряд случайным образом. Найдите вероятность того, что получится то же самое слово.

5. Коля и Витя договорились встретиться в парке с 14.00 до 15.00. Пришедший первым ждет другого в течение 20 мин, после чего уходит. Какова вероятность того, что они встретятся?

## Вариант 4

1. Сколько существует четырехзначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна цифра 0?

2. Определите число диагоналей двенадцатиугольника.

3. Решите уравнение  $A_x^{x-3} = xP_{x-2}$ .

4. На пяти карточках выписаны буквы слова «хохот». Карточки перемешивают и выкладывают в ряд случайным образом. Найдите вероятность того, что получится то же самое слово.

5. Коля и Витя договорились встретиться в парке с 15.00 до 16.00. Пришедший первым ждет другого в течение 30 мин, после чего уходит. Какова вероятность того, что они встретятся?

## 8. Итоговая контрольная работа

### Вариант 1

1. Упростите выражение  $(4x^2 - 25y^2) \left( \frac{1}{2x + 5y} + \frac{1}{2x - 5y} \right)$ .

2. Решите уравнение  $\frac{2x - 3}{x} = \frac{x + 6}{x + 4}$ .

3. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} (x - 3y)(x + 4) = 0, \\ x - 5y = 1. \end{cases}$$

4. Постройте график функции  $y = x^2 - 3x$ . При каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения?

5. Сын младше отца в 6 раз, а через год он станет младше отца в 5 раз. Через сколько лет сын будет младше отца в 3 раза?

### Вариант 2

1. Упростите выражение  $(9x^2 - 16y^2) \left( \frac{1}{3x - 4y} - \frac{1}{3x + 4y} \right)$ .

2. Решите уравнение  $\frac{5x + 2}{x} = \frac{4x + 13}{x + 4}$ .

3. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} (x + 4y)(x + 2) = 0, \\ x + 3y = 1. \end{cases}$$

4. Постройте график функции  $y = 2x - x^2$ . При каких значениях  $x$  функция принимает отрицательные значения?

5. Отец старше сына в 9 раз, а через год он станет старше сына в 7 раз. Через сколько лет отец будет старше сына в 5 раз?

### Вариант 3

1. Упростите выражение  $\left( \frac{x\sqrt{x} - 8}{x - 3\sqrt{x} + 2} - \frac{6\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right)$ .

2. Решите уравнение  $\frac{5}{x^2 + 2x + 4} = \frac{1}{x - 2} - \frac{4x + 4}{x^3 - 8}$ .

3. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 4|x| + 3y = 8, \\ 4x - y = 1. \end{cases}$$

4. Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & \text{если } x \geq 1, \\ 3x, & \text{если } x < 1. \end{cases}$  При каких

значениях  $a$  прямая  $y = a$  пересекает построенный график в трех точках?

5. Коля задумал двузначное число. Цифра десятков этого числа на 5 больше цифры единиц. Если разделить задуманное число на произведение его цифр, то в частном получится 3, в остатке – 11. Найдите задуманное число.

#### Вариант 4

1. Упростите выражение  $\left( \frac{x\sqrt{x} + 1}{x - \sqrt{x} - 2} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \right) : \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right)$ .

2. Решите уравнение  $\frac{4}{x^2 + 3x + 9} = \frac{1}{x - 3} - \frac{6x + 9}{x^3 - 27}$ .

3. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 3|x| + 2y = 2, \\ 3x - y = 4. \end{cases}$

4. Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 - 6x + 10, & \text{если } x \geq 1, \\ 5x, & \text{если } x < 1. \end{cases}$  При ка-

ких значениях  $a$  прямая  $y = a$  пересекает построенный график в трех точках?

5. Коля задумал двузначное число. Цифра десятков этого числа на 1 больше цифры единиц. Если разделить задуманное число на произведение его цифр, то в частном получится 2, в остатке – 5. Найдите задуманное число.

# ЗАЧЕТНЫЕ РАБОТЫ

---

## 1. Квадратичная функция

### Вариант 1

#### А

1. Найдите область определения функции  $y = 2\sqrt{4-2x} + \frac{3x-5}{\sqrt{x+1}}$ .
2. Найдите область значений функции  $y = 2x^2 - 8x$ .
3. Сократите дробь  $\frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - 9}$ .
4. Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного трехчлена  $2x^2 - 5x + 1$ . Найдите значение выражения  $x_1x_2^2 + x_1^2x_2$ .
5. Постройте график функции  $y = (x+1)(3-x)$ . При каких значениях  $x$  значения функции положительны?

#### В

6. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{8}}{\sqrt{10} - \sqrt{8}} + \frac{\sqrt{10} - \sqrt{8}}{\sqrt{10} + \sqrt{8}}$ .
7. Найдите наименьшее значение функции  $y = 6 + \sqrt{4x^2 - 4x - 3}$ . При каких значениях  $x$  оно достигается?
8. Найдите координаты точек прямой  $y = 6x - 35$ , равноудаленных от осей координат.

#### С

9. Упростите выражение  $\sqrt{a^2 - 13a + 45} + \sqrt{a^2 - 8a + 16}$  при  $a \leq 4$ .
10. Прямая проходит через точку  $(0; -1)$  и касается гиперболы  $y = \frac{1}{x}$ . В какой точке эта прямая пересекает ось абсцисс?

### Вариант 2

#### А

1. Найдите область определения функции  $y = 3\sqrt{x-1} - \frac{5x+1}{\sqrt{8-2x}}$ .
2. Найдите область значений функции  $y = 4x - 2x^2$ .

3. Сократите дробь  $\frac{3x^2 - 5x - 2}{x^2 - 4}$ .

4. Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного трехчлена  $3x^2 - 2x - 4$ . Найдите значение выражения  $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ .

5. Постройте график функции  $y = (x - 1)(x + 3)$ . При каких значениях  $x$  значения функции отрицательны?

### В

6. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ .

7. Найдите наименьшее значение функции  $y = 7 + \sqrt{3x^2 + 4x - 4}$ . При каких значениях  $x$  оно достигается?

8. Найдите координаты точек прямой  $y = -5x - 24$ , равноудаленных от осей координат.

### С

9. Упростите выражение  $\sqrt{a^2 + a + 4 + \sqrt{a^2 - 6a + 9}}$  при  $a \geq 3$ .

10. Прямая проходит через точку  $(0; 3)$  и касается гиперболы  $y = \frac{3}{x}$ . В какой точке эта прямая пересекает ось абсцисс?

## 2. Уравнения и неравенства с одной переменной

### Вариант 1

#### А

1. Найдите корни уравнения  $\frac{(2x + 3)(x^2 - 7x + 12)}{x - 3} = 0$ .

2. Решите уравнение  $\frac{6x + 5}{x - 2} = \frac{x - 5}{3x + 2}$ .

3. Найдите решения неравенства  $5x^3 + 3x^2 - 8x \geq 0$ .

4. Решите неравенство  $\frac{7x + 3}{2x - 5} \leq 2$ .

5. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{3 - 2x - x^2} - \frac{2x + 5}{x + 2}$ .

#### В

6. Решите уравнение  $|x^2 + 11x + 28| = |x^2 - 14|$ .

7. Решите уравнение  $\frac{\sqrt{16x + 25} - 4x - 7}{\sqrt{x + 2} - 1} = 0$ .

8. Решите неравенство  $\frac{x + 3}{x + 5} \sqrt{28 - 9x - 4x^2} \geq 0$ .

## С

9. При каких значениях параметра  $a$  один корень уравнения  $x^2 - 6x + 2a - 3 = 0$  больше 2, а другой – меньше  $(-1)$ ?

10. Решите уравнение  $(x^2 + 4x + 3)^2 + (x^2 - 2x - 15)^2 = 36(x + 3)^2$ .

## Вариант 2

### А

1. Найдите корни уравнения  $\frac{(3x+2)(x^2+6x+8)}{x+4} = 0$ .

2. Решите уравнение  $\frac{5x+4}{x-2} = \frac{x-4}{3x+2}$ .

3. Найдите решения неравенства  $3x^3 + 2x^2 - 5x \leq 0$ .

4. Решите неравенство  $\frac{5x-2}{3x+1} \geq 1$ .

5. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{5-4x-x^2} + \frac{3x-4}{x+1}$ .

### В

6. Решите уравнение  $|x^2 - 11x + 24| = |x^2 - 12|$ .

7. Решите уравнение  $\frac{\sqrt{22x-13}-5x+2}{\sqrt{x+24}-5} = 0$ .

8. Решите неравенство  $\frac{x+4}{x+8} \sqrt{-35-19x-2x^2} \geq 0$ .

## С

9. При каких значениях параметра  $a$  один корень уравнения  $x^2 - 4x + 3a + 7 = 0$  больше 1, а другой – меньше  $(-2)$ ?

10. Решите уравнение  $(x^2 + x - 20)^2 + (x^2 + 8x + 15)^2 = 25(x + 5)^2$ .

## 3. Уравнения и неравенства с двумя переменными

### Вариант 1

#### А

1. Решите систему уравнений  $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 4, \\ \frac{1}{x} - \frac{3}{y} = 9. \end{cases}$

2. Найдите решения системы уравнений  $\begin{cases} (x-1)(y+4) = 0, \\ y^2 + xy - 2 = 0. \end{cases}$

3. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} (x-2)\sqrt{y-3} = 0, \\ x+y = 4. \end{cases}$$

4. Даша и Таня пропалывают грядку за 12 мин, а одна Даша – за 20 мин. За сколько минут пропалывает грядку одна Таня?

5. Произведение цифр двузначного числа равно 28. Сумма этого числа и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, равна 121. Найдите это число.

## В

6. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 25x^2 + 5x - y^2 = x^4 + 16, \\ 5x - y^2 = 16. \end{cases}$$

7. Найдите решения системы уравнений

$$\begin{cases} 4\sqrt{3x^2 - 8x - 2} + 3\sqrt{y + 3} = 7, \\ 4\sqrt{y + 3} - 3\sqrt{3x^2 - 8x - 2} = 1. \end{cases}$$

8. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 0, \\ |x + y| + |x - 3y| = 16. \end{cases}$$

## С

9. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 5x - 6} = y, \\ \sqrt{y^2 + 5y - 6} = x. \end{cases}$$

10. При каком значении параметра  $a$  система уравнений 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1 + a), \\ (x + y)^2 = 16 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения? Найдите эти решения.

## Вариант 2

### А

1. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 4, \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 10. \end{cases}$$

2. Найдите решения системы уравнений 
$$\begin{cases} (x+2)(y-1) = 0, \\ x^2 - xy - 12 = 0. \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} (x-4)\sqrt{y-6} = 0, \\ x+y = 8. \end{cases}$$

4. Даша и Таня пропалывают грядку за 10 мин, а одна Таня – за 15 мин. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

5. Произведение цифр двузначного числа равно 45. Сумма этого числа и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, равна 154. Найдите это число.

**В**

6. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 16x^2 + 3x - y^2 = x^4 + 8, \\ 3x - y^2 = 8. \end{cases}$$

7. Найдите решения системы уравнений

$$\begin{cases} 2\sqrt{3x^2 - 10x + 9} + 3\sqrt{y - 2} = 5, \\ 2\sqrt{y - 2} - 3\sqrt{3x^2 - 10x + 9} = -1. \end{cases}$$

8. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 + 5xy + y^2 = 0, \\ |x + 2y| + |x + 3y| = 12. \end{cases}$$

**С**

9. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 4x - 7} = y, \\ \sqrt{y^2 + 4y - 7} = x. \end{cases}$$

10. При каком значении параметра  $a$  система уравнений 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1 - a), \\ (x - y)^2 = 4 \end{cases}$$
 имеет ровно два решения? Найдите эти решения.

## 4. Арифметическая и геометрическая прогрессии

### Вариант 1

**А**

1. Найдите девятый член арифметической прогрессии, разность которой равна ее десятому члену.

2. Вычислите сумму всех последовательных натуральных чисел с 60-го по 110-й включительно.

3. Пятый член геометрической прогрессии в 5 раз больше ее первого члена. Во сколько раз тринадцатый член этой прогрессии больше ее пятого члена?

4. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 39, знаменатель прогрессии равен  $-4$ . Найдите сумму первых четырех членов этой прогрессии.

5. Вычислите сумму чисел  $5 + 3 + \frac{9}{5} + \frac{27}{25} + \dots$

**В**

6. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с тридцатого по сороковую включительно, если  $a_n = 3n + 5$ .

7. Между числами 3 и 12 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.



8. Найдите  $x$ , если известно, что числа  $x - 3$ ,  $\sqrt{5x}$ ,  $x + 16$  в указанном порядке являются последовательными членами геометрической прогрессии.

### С

9. Вычислите сумму первых двадцати совпадающих членов двух арифметических прогрессий: 3, 8, 13, ... и 4, 11, 18, ... .

10. Три числа образуют геометрическую прогрессию. Если среднее из них удвоить, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель  $q$  этой прогрессии, если известно, что  $|q| < 1$ ?

## Вариант 2

### А

1. Найдите седьмой член арифметической прогрессии, разность которой равна ее восьмому члену.

2. Вычислите сумму всех последовательных натуральных чисел с 50-го по 120-й включительно.

3. Четвертый член геометрической прогрессии в 4 раза больше ее первого члена. Во сколько раз десятый член этой прогрессии больше ее четвертого члена?

4. Сумма первых четырех членов геометрической прогрессии равна 40, знаменатель прогрессии равен 3. Найдите сумму первых восьми членов этой прогрессии.

5. Вычислите сумму чисел  $10 + 4 + \frac{8}{5} + \frac{16}{25} + \dots$ .

### В

6. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с сорокового по пятидесятый включительно, если  $a_n = 4n + 2$ .

7. Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

8. Найдите  $x$ , если известно, что числа  $x - 2$ ,  $\sqrt{6x}$ ,  $x + 5$  в указанном порядке являются последовательными членами геометрической прогрессии.

### С

9. Вычислите сумму первых десяти совпадающих членов двух арифметических прогрессий: 3, 7, 11, ... и 1, 10, 19, ... .

10. Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если последнее из них уменьшить вдвое, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель этой прогрессии.

## 5. Элементы комбинаторики и теории вероятностей

### Вариант 1

#### А

1. Найдите количество всех двузначных чисел, сумма цифр которых больше 16. Выпишите эти числа.
2. Решите уравнение  $(n + 17)! = 420(n + 15)!$  (где  $n \in N$ ).
3. Сколькими способами 6 курсантов могут построиться в шеренгу?
4. В девятом классе изучают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на среду, чтобы в нем было 6 различных предметов?
5. Бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма очков, выпавших на них, будет меньше 6.

#### В

6. Сколько различных трехзначных чисел можно составить, используя цифры 3 и 7?
7. Имеется 5 зеленых, 6 желтых лампочек и 2 красные лампочки. Сколькими способами из них можно составить гирлянду?
8. Номера студенческих дипломов состоят из шести цифр. С какой вероятностью случайно выбранный номер читается одинаково слева направо и справа налево (например, 083380)?

#### С

9. Сколько существует делителей числа 210 (не считая 1 и 210)?
10. Центр окружности радиусом 5 находится в точке с координатами (6; 8). Найдите вероятность того, что случайная прямая, проходящая через начало координат, пересекает окружность.

### Вариант 2

#### А

1. Найдите количество всех двузначных чисел, сумма цифр которых больше 15. Выпишите эти числа.
2. Решите уравнение  $(n + 14)! = 552(n + 12)!$  (где  $n \in N$ ).
3. Сколькими способами 7 курсантов могут построиться в шеренгу?
4. В девятом классе изучают 11 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на вторник, чтобы в нем было 6 различных предметов?

**5.** Бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма очков, выпавших на них, будет меньше 5.

## **В**

**6.** Сколько различных четырехзначных чисел можно составить, используя цифры 2 и 5?

**7.** Имеется 8 желтых лампочек, 3 зеленые и 2 красные лампочки. Сколькими способами из них можно составить гирлянду?

**8.** Номера студенческих дипломов состоят из восьми цифр. С какой вероятностью случайно выбранный номер читается одинаково слева направо и справа налево (например, 05311350)?

## **С**

**9.** Сколько существует делителей числа 2310 (не считая 1 и 2310)?

**10.** Центр окружности радиусом 5 находится в точке с координатами (6; 8). Найдите вероятность того, что случайный луч, выходящий из начала координат, пересекает окружность.

# ОТВЕТЫ

## Ответы к самостоятельным работам

СР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
1	1	-5	$x \neq -2; 3$	$[-8; 7]$	$x = -\frac{y}{2} + \frac{3}{2}$	20 м/с
	2	10	$x \neq -3; 2$	$[-3; 7]$	$x = -\frac{y}{3} + \frac{5}{3}$	40 м/с
	3	-126	$x \in [2; \infty), y \in [3; \infty)$	$[3; 12]$	$x = \frac{y-3}{y+1}$	$S = 50t, t \in [0; 2],$ $S = 70t - 40, t \in (2; 5]$
	4	42	$x \in [-2; \infty), y \in [2; \infty)$	$[-1; 8]$	$x = \frac{3-y}{y+1}$	$S = 50t, t \in [0; 3],$ $S = 70t - 60, t \in (3; 5]$
2	1	Убывающая	$y = -0,4x + 3$	$(-1; 0), (1; 0), (0; -1)$	6	$a = 9, (3; 0)$
	2	Возрастающая	$y = 0,5x - 2$	$(-2; 0), (2; 0), (0; 4)$	4	$a = 4, (-2; 0)$
	3	Возрастающая	$y = -\frac{1}{3}x + 2$	$(-1; 0), (1; 0), (0; -0,5)$	16	$a = 12, (4; 44)$
	4	Убывающая	$y = \frac{1}{4}x - 3$	$(-2; 0), (2; 0), (0; \frac{2}{3})$	4	$a = 4, (-3; -17)$
3	1	-4; 2,5	$a < -\frac{1}{8}$	$6x^2 - x - 2$	$y = x + 3, x \neq 2$	144
	2	$\frac{1}{3}; 4$	$a > \frac{1}{12}$	$12x^2 + 5x - 2$	$y = x - 4, x \neq -2$	196
	3	$-a; a - 1$	$a > 2$	$3x^2 + 10x - 16$	$y = x - 3, x \neq -2; 1$	81
	4	$-a; a + 3$	$a < -3$	$3x^2 - 9x - 36$	$y = x - 1, x \neq -3; 2$	121

СР	Вари- ант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
4	1	$a = -\frac{1}{2}$	$(-2; 0), (2; 0), (0; 4)$	$(-3; 0)$	$y = x^2, x \neq -1$	$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$
	2	$a = \frac{1}{5}$	$(-3; 0), (3; 0), (0; -9)$	$(2; 0)$	$y = -x^2, x \neq 1$	$a = \sqrt{\frac{S}{6}}$
	3	$a = -\frac{1}{3}$	$(-2; 0), (2; 0), (0; -8)$	$(3; 5)$	$y = x^2 - 2, x \neq 1$	$S = 4x^2 + 4ax$
	4	$a = \frac{1}{2}$	$(-1; 0), (1; 0), (0; 4)$	$(-2; -7)$	$y = -x^2 + 3, x \neq -2$	$S = 4x^2 + 6ax$
5	1	$y = (x + 2)^2 + 3, (-2; 3)$	$(-\infty; 3]$	$a = 6$	$a, c < 0$	$\frac{\sqrt{41}}{2}$
	2	$y = -(x - 3)^2 + 5, (3; 5)$	$[-2; \infty)$	$a = 2$	$a, c > 0$	$\frac{\sqrt{33}}{2}$
	3	$y = -x^2 - 2x + 3, (-1; 4)$	$[-3; 1]$	$\left[-\frac{1}{8}; 21\right]$	$a, c > 0, b < 0$	$\frac{15}{4}$
	4	$y = -x^2 + 2x + 3, (1; 4)$	$[2; 4]$	$\left[-13; \frac{17}{8}\right]$	$a, c < 0, b > 0$	$\frac{45}{2}$
6	1	$-27 \leq y \leq 8$	12	-19	4	0; 1,5
	2	$-27 \leq y \leq 8$	15	-43	6	0; $\frac{4}{3}$
	3	$-5 \leq y \leq 43$	-22	5	6	-14; 2; $\frac{29}{15}$
	4	$-25 \leq y \leq 7$	34	-1	2	1; 4; $\frac{16}{7}$
7	1	3,8	148	60	60 см <sup>2</sup>	$a > \frac{24}{7}$
	2	$1\frac{3}{4}$	114	24	84 см <sup>2</sup>	$a > \frac{18}{5}$

	3	-7	$\frac{41}{25}$	-12	$15n + 7, n \in Z$	$a > 4$
	4	-2	$\frac{25}{16}$	-11	$21n + 17, n \in Z$	$a > \frac{24}{7}$
8	1	-6	$\frac{1}{2}; 2$	-4; 2	$-\frac{2}{3}$	12 км/ч
	2	-9	$-\frac{8}{5}; -1$	-1; 5	$7\frac{1}{3}$	16 км/ч
	3	1	$-\frac{3}{2}; 1$	-1	$a = 0; 1; 2$	45 км/ч
	4	0	$\frac{3}{2}; 3$	$-\frac{3}{2}$	$a = -2; -1; 0$	50 км/ч
9	1	$(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (5; \infty)$	4,5	$(-\infty; -\frac{9}{2})$	$\{-\frac{7}{5}\} \cup [\frac{4}{3}; \infty)$	$(-8; 4]$
	2	$(-\infty; -2) \cup (\frac{1}{5}; \infty)$	3,5	$(\frac{7}{2}; \infty)$	$\{-\frac{4}{3}\} \cup [\frac{7}{5}; \infty)$	$(-4; 2]$
	3	$(-\infty; \frac{2}{3}) \cup (2; \infty)$	$ a - 4 , a = 2; 6$	[1; 3]	$(-\infty; 1] \cup \{\frac{5}{4}\} \cup [\frac{3}{2}; \infty)$	$\pm 1$
	4	$(-\infty; -2) \cup (\frac{5}{2}; \infty)$	$ a - 3 , a = 2; 4$	[-2; 3]	$(-\infty; 0] \cup \{\frac{1}{3}\} \cup [\frac{2}{3}; \infty)$	$\pm 1$
10	1	$[-2; 3] \cup \{5\}$	$(-\infty; -2) \cup (1; 7)$	-2	196	(6; 7]
	2	$\{-10\} \cup [-4; 5]$	$(-\infty; -10) \cup (-1; 2)$	2	81	(5; 6]
	3	$\{-5\} \cup [-1; 3] \cup \{10\}$	$(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (\frac{1}{5}; \frac{1}{4})$	-2	$[-\frac{2}{3}; 2] \cup \{7\}$	$[-4; -1) \cup (-1; 2]$
	4	$[-2; 4] \cup \{7\} \cup \{8\}$	$(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (\frac{1}{3}; \frac{1}{2})$	3	$\{-4\} \cup [-\frac{1}{2}; 1]$	$[0; 5) \cup (5; 10]$

СР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
11	1	$\pm 2; 1$	8	-2	$\pm 1; \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$	$a = -1; 3$
	2	$\pm 3; -1$	-12	-4	$\pm 1; 2 \pm \sqrt{5}$	$a = 2; 3$
	3	-3; -2; 1; 2	-10	-75	$1; \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$	-1; $2a - 1; 2a + 1$
	4	-3; -2; -1; 3	-12	-24	$1; \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$	1; $a - 2; a + 2$
12	1	$(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 5^2$	(4; 0)	16	$a, b > 0, c < 0$	Прямые $x = -1$ и $y = 2$
	2	$(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 5^2$	(-6; 0)	36	$a, c > 0, b < 0$	Прямые $x = -2$ и $y = 1$
	3	$R = 3$	$\left(0; -\frac{1}{2}\right)$	36	Положительный	$y = x - 2,$ $x \in (-\infty; -2) \cup (1; \infty);$ $y = -x^2, x \in [-2; 1]$
	4	$R = 4$	$\left(0; \frac{1}{2}\right)$	16	Отрицательный	$y = -5x - 4,$ $x \in (-\infty; -4) \cup (-1; \infty);$ $y = x^2, x \in [-4; -1]$
13	1	(1; 2)	(-1; 3)	(-1; -1), (1; 1)	Нет решений	3 решения
	2	(2; 1)	(-3; 6), (3; 6)	(1; -1), (-1; 1)	1 решение	2 решения
	3	(-1; -4), (0; -3), (-2; -3)	(-1; -2), (2; 1)	2 решения	1 решение	$a = 2, a = 2\sqrt{2}$
	4	(0; -1), (1; -2), (2; -1)	(1; 0), (5; -4)	1 решение	1 решение	$a = -3, a = -3\sqrt{2}$
14	1	(-4; -5), (2; 1)	(-5; -1), (5; -1), (5; 1)	(-2; -4), (-4; -2)	$a = \pm 3$	(4; -2)
	2	(-6; -9), (8; 5)	(-5; -3), (5; -3), (-5; 3), (5; 3)	(-4; 2), (2; -4)	$a = \pm 5$	(3; 1)
	3	(0; -2), (2; 0)	(1; 0), (1; -1), (-2; 0), (-2; -1)	$(1; 0), \left(-\frac{19}{21}; \frac{8}{21}\right)$	(4; 1; -3)	$a = \frac{-4 \pm \sqrt{7}}{3}$

	4	$(2; 3), \left(\frac{15}{2}; -\frac{5}{2}\right)$	$(-3; 0), (-3; -1), (2; 0), (2; -1)$	$(-3; 2)$	$(-1; 1; -3)$	$a = \frac{-9 \pm 2\sqrt{14}}{5}$
15	1	8 и 9	73 и 37	12 см, 16 см	7 см, 15 см	12 дней
	2	7 и 8	85 и 58	15 см, 20 см	9 см, 17 см	24 дня
	3	15 и 2	71	12 мин, 15 мин	150 г, 50 г	24
	4	16 и 3	92	20 с, 30 с	160 г, 40 г	32
16	1	$(-2; 2)$	$\sqrt{2}$	$(x-1)^2 + (y-3)^2 \leq 4$	8	$2\pi$
	2	$(2; -2)$	$2\sqrt{2}$	$(x-3)^2 + (y-2)^2 \leq 16$	6	$8\pi$
	3	$x \geq \frac{1}{2}, y \geq -\frac{2}{3}$ и $x < \frac{1}{2}, y < -\frac{2}{3}$	$(x+2)^2 + (y-3)^2 \leq 1; \frac{\pi}{2}$	$y > x^2 + 6x$	Полоса $-x-3 \leq y \leq -x+1$	$\frac{9}{2}\pi$
	4	$x \geq \frac{1}{3}, y \leq -\frac{3}{2}$ и $x < \frac{1}{3}, y > -\frac{3}{2}$	$(x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 1; \frac{\pi}{2}$	$y < -x^2 + 4x$	Полоса $x-3 \leq y \leq x-1$	$\frac{9}{2}\pi$
17	1	$(3; 1), (-3; -1),$ $(\sqrt{17}; -\sqrt{17}), (-\sqrt{17}; \sqrt{17})$	$(2; 1), (2; -1), (-2; 1),$ $(-2; -1)$	$(3; -2), (-3; 2), (2; -3),$ $(-2; 3)$	$(2; 3), (-2; -3),$ $\left(\frac{8}{\sqrt{7}}; \frac{3}{\sqrt{7}}\right), \left(-\frac{8}{\sqrt{7}}; -\frac{3}{\sqrt{7}}\right)$	$\left(\frac{10}{3}; \frac{2}{3}\right), (4; 1)$
	2	$(-2; 1), (2; -1),$ $\left(\sqrt{\frac{11}{2}}; \sqrt{\frac{11}{2}}\right), \left(-\sqrt{\frac{11}{2}}; -\sqrt{\frac{11}{2}}\right)$	$(5; 1), (5; -1), (-5; 1),$ $(-5; -1)$	$(4; -2), (-4; 2), (-2; 4),$ $(2; -4)$	$(1; 3), (-1; -3),$ $\left(-\frac{10}{\sqrt{7}}; \frac{1}{\sqrt{7}}\right), \left(\frac{10}{\sqrt{7}}; -\frac{1}{\sqrt{7}}\right)$	$\left(\frac{56}{9}; \frac{7}{9}\right), (7; 1)$
	3	$(2; \pm 1), (-2; 1),$ $\left(\pm \frac{\sqrt{118}}{6}; -\frac{7}{6}\right)$	$(8; 18), (3; -2)$	$(1; 3), (3; 1), (1; -3),$ $(-3; 1)$	$(\pm 3; \pm 5), \left(\pm \frac{5}{3}; \pm \frac{13}{3}\right)$	$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 13^2$
	4	$(\pm 1; 1), (1; -1),$ $\left(\pm \sqrt{34}; -\frac{5}{4}\right)$	$(3; -4), (-2; 1)$	$(3; -2), (-2; 3)$	$(\pm 4; \pm 5), (\pm 3\sqrt{3}; \pm \sqrt{3})$	$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 5^2$



СР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
18	1	-1; 5; 15	17	$a_n = 2n - 5$	3; 5; 9	$a_{n+1} = 3a_n, a_1 = 2$
	2	1; 10; 25	18	$a_n = 3n - 4$	2; 4; 10	$a_{n+1} = 2a_n, a_1 = 3$
	3	3; -7; 15	2 и 4	$a_n = (-1)^{n+1} \cdot n^2$	1; 2; 5	$b_n = 3n + 2$
	4	3; -5; 9	3 и 7	$a_n = (-1)^{n+1} \cdot (n+1)^2$	2; 1; 0	$b_n = 4n - 3$
19	1	5; 2; -1	0	-4	9150	21
	2	8; 3; -2	0	11	4276	15
	3	-34; -35; -36	20,4	-4; 3	-36	56
	4	-1; -4; -7	-28,8	-4; -1	-16	47
20	1	120	-45	1830	-5050	1; 9; 17
	2	180	20	3240	-1275	5; 11; 17
	3	300	9	1635	47	$d = 10; 5, 15, 25$
	4	260	8	963	58	$d = 14; 7, 21, 35$
21	1	3; -6; 12	36	25	$b_1 = \frac{3}{4}, q = 2$	$b_1 = \frac{1}{5}, q = 5$
	2	2; -6; 18	72	16	$b_1 = \frac{2}{9}, q = 3$	$b_1 = \frac{7}{20}, q = 4$
	3	$b_1 = \frac{6}{5}, q = 3$	4	6; 10 и 10; 6	$\pm 2\sqrt{3}; 6; \pm 6\sqrt{3}$	$\pm 2\sqrt{7}$
	4	$b_1 = \frac{15}{4}, q = 5$	5	7; 14 и 14; 7	$\pm 3\sqrt{2}; 6; \pm 6\sqrt{2}$	$\pm \sqrt{33}$
22	1	242	3	$\frac{13}{27}$	54	2, 8, 32
	2	847	7	$\frac{13}{243}$	27	4, 10, 16
	3	4	$b_1 = 2, q = 2$	$b_1 = 3, q = 5$	$32(2 + \sqrt{2})$	34, 20, 6
	4	6	$b_1 = 3, q = 2$	$b_1 = 2, q = 4$	$24(2 + \sqrt{2})$	6, 21, 36

23	1	$8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$	$P_7 = 5040$	$A_9^5 = 15120$	$C_6^2 = 15$	-555
	2	$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$	$P_8 = 40\ 320$	$A_{10}^4 = 6480$	$C_7^3 = 35$	6380
	3	$6 \cdot 7 \cdot 3 = 126$	$P_5 \cdot P_3 = 720$	$A_6^3 - A_5^2 = 100$	$C_8^5 \cdot C_7^5 = 1176$	5
	4	$6 \cdot 7 \cdot 3 = 126$	$P_5 \cdot P_4 = 2880$	$A_7^4 - A_6^3 = 720$	$C_9^6 \cdot C_8^6 = 2352$	6; 11
24	1	0,016	$\frac{3}{7}$	41 500	37	0,8
	2	0,012	$\frac{1}{5}$	31 000	38	0,7
	3	3125	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5 \cdot 3}{C_8^2} = \frac{15}{28}$	$\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{4\pi} \approx 0,6$
	4	4025	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{6 \cdot 4}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$	$\frac{9 - \pi\sqrt{3}}{9} \approx 0,4$
25	1	$-\frac{1}{24}$	$78\frac{8}{9}$	$4\sqrt{5}; 8; 2\sqrt{17}$	$9,48 \cdot 10^{-2}$ ra	43%
	2	$-\frac{5}{12}$	$2\frac{4}{5}$	$2\sqrt{19}; 4\sqrt{5}; 9$	$8,32 \cdot 10^{-2}$ ra	32%
	3	0	$\left(\frac{6}{25}\right)^{14}$	6	$m = -9, n = 3$	11 025
	4	0	$\left(\frac{13}{20}\right)^{-5}$	5	$m = 2, n = 4$	22 472
26	1	$5x^2$	$(x+1)(4x+5)$	$\frac{11}{3}$	$4x$	6
	2	$13x^2$	$(x+1)(2x+3)$	3	$8y$	1
	3	$-\frac{2}{3}$	2	$\frac{12a+7b}{a}$	$97\frac{3}{5}$	1
	4	1	7	$-\frac{5a+b}{a}$	$9\frac{1}{4}$	1

СР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
27	1	1; 2	6	$\frac{1}{6}; 1$	$(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}), (-4; -1)$	(5; 5)
	2	2; 3	4	$-\frac{5}{3}; 1$	$(3; -\frac{2}{3}), (4; -1)$	(7; 7)
	3	3	$\sqrt{3}$	$[-4; 4]$	$(\frac{17}{2}; \frac{19}{8}), (4; -1)$	$(\frac{3}{4}; \frac{1}{4}), (\frac{4}{5}; \frac{1}{5})$
	4	4	$\sqrt{2}$	$[-1; 1]$	$(\frac{11}{3}; -\frac{14}{9}), (2; \frac{2}{3})$	$(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}), (\frac{7}{8}; \frac{1}{8})$
28	1	50,4 км/ч	55%	2,4 ч	3	$b_1 = -\frac{1}{3}, q = -3$
	2	55,2 км/ч	40%	2 ч	1	$b_1 = -1, q = -2$
	3	2 км/ч	2 : 3	$2\frac{2}{3}$ ч	315	-2
	4	3 км/ч	3 : 1	10 мин	270	$\frac{1}{3}$
29	1	1	$[-1; 1]$	$[-4; -3) \cup (-3; 4]$	$[-\frac{1}{3}; 1]$	$(-\infty; -\frac{4}{3}]$
	2	-3	$(-\infty; -1] \cup [1; \infty)$	$[-3; 2) \cup (2; 3]$	[1; 2]	$(-\infty; -\frac{5}{6}]$
	3	$\{-3\} \cup [1; 5]$	$\{-\frac{2}{3}\} \cup [\frac{3}{2}; \infty)$	$(-\infty; -\frac{1}{2}] \cup (0; 1) \cup [4; \infty)$	4	(1; $\infty$ )
	4	$\{-2\} \cup [1; 4]$	$(-\infty; -1) \cup (\frac{5}{4}; \infty)$	$(-\infty; -\frac{5}{3}] \cup (0; 3] \cup (5; \infty)$	8	(2; 5)
30	1	$x > 2$	(2; -7)	(1; -4)	$(-\infty; 4]$	3
	2	$x > 1$	(2; 2)	(-2; -9)	$(-\infty; 1]$	3
	3	Прямые параллельны	$y = -x - 9$	$y = x^2 + 6x + 8, x \neq -1, a = -1, a = 3$	5	2
	4	Прямые пересекаются	$y = -x + 6$	$y = x^2 - 8x + 15, x \neq 2, a = -1, a = 3$	8	2

## Ответы к контрольным работам

КР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
1	1	(3; 0), (0; 6)	$x = -1$	$(2x + 3)(x - 1)$	$\frac{2-x}{2}$	$x \in [2; \infty), y \in [-3; \infty)$
	2	(2; 0), (0; -6)	$x = -3$	$(3x + 1)(x - 2)$	$\frac{2-x}{3}$	$x \in [-1; \infty), y \in [2; \infty)$
	3	$y = -\frac{1}{3}x - 1$	$x = \frac{2-2y}{y+3}$	13	$\frac{5x-3}{3x+1}$	$x \in [-1; 1], y \in [1; 4]$
	4	$y = \frac{1}{3}x - 1$	$x = \frac{y+3}{2y+1}$	-15	$\frac{3x+2}{2x+1}$	$x \in [-4; 4], y \in [-1; 3]$
2	1	(3; -6)	$(-\infty; 17]$	(4; 4), (16; 64)	$a = -2$	27
	2	(-4; -11)	$(-\infty; 11]$	(5; 5), (-20; 80)	$a = -2$	16
	3	[-13; -5]	$x \in [2; \infty), y \in [6; \infty)$	9	4	6
	4	[-4; 8]	$x \in [2; \infty), y \in [7; \infty)$	5	-2	2
3	1	$\pm 3; -1$	3; 7	$\left[-3; -\frac{4}{3}\right] \cup [3; \infty)$	$(-2; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; \infty\right)$	$\left(-\frac{10}{3}; \frac{10}{3}\right)$
	2	$\pm \frac{1}{2}; 1$	-2; -1	$\left(-\infty; -\frac{9}{2}\right] \cup [-2; 2]$	$\left(-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup (2; 3)$	$\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; \infty\right)$
	3	-14; 2; $\frac{29}{15}$	$\pm 1; -2; 3$	$\left[-5; \frac{1}{2}\right] \cup \{1\}$	[-4; 2]	$a = 0, x_1 = -6, x_2 = 0;$ $a = 9, x_1 = -3, x_2 = 0$
	4	1; 4; $\frac{16}{7}$	-1; 2	$\left[-4; -\frac{1}{3}\right] \cup \{2\}$	[0; 10]	$a = 0, x_1 = -1, x_2 = 0;$ $a = 1, x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 0$
4	1	(2; 1), (-3, 5; 17, 5)	$(1; 2), \left(\frac{1}{13}; -\frac{22}{13}\right)$	4 см и 10 см	4π	8π

КР	Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
4	2	$(2; -1), \left(-\frac{10}{3}; -\frac{67}{3}\right)$	$(1; -2), \left(-\frac{2}{7}; \frac{13}{7}\right)$	6 см и 7 см	9π	18π
	3	(1; 1), (-1; 1)	(1; 2), (2; 1)	20 км/ч, 20 км	16π	4π
	4	(1; -1), (-1; 1)	(1; 3), (3; 1)	20 км/ч, 29 км	9π	27π
5	1	$2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}$	31	103	1000	40°, 60°, 80°
	2	$0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$	23	116	1750	20°, 60°, 100°
	3	1, 2, 4, 8, 16	13	63	152,5	54 см <sup>2</sup>
	4	1, 2, 5, 12, 29	20	57	495	96 см <sup>2</sup>
6	1	8	$b_1 = 3, q = 2$	-33	4,5	1, 3, 9
	2	$\frac{10}{3}$	$b_1 = 3, q = 2$	-11	4	1, 5, 25
	3	27, 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$	$q = -3, q = 4$	3280	$-\frac{7}{9}; \frac{1}{2}$	$14 - 14\sqrt{2}, 14, 14 + 14\sqrt{2}$
	4	$\frac{1}{4}, 1, 4, 16, 64$	$q = -5, q = 6$	-153	$\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$	$12 - 12\sqrt{2}, 12, 12 + 12\sqrt{2}$
7	1	$5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$	$A_{10}^2 = 90$	177	$\frac{23}{59}$	$\frac{5}{8}$
	2	$4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$	$A_8^2 = 56$	-36	$\frac{19}{65}$	$\frac{1}{9}$
	3	$9 \cdot 10 \cdot 10 - 9 \cdot 9 \cdot 9 = 171$	$\frac{10 \cdot 7}{2} = 35$	8	$\frac{1}{60}$	$\frac{5}{9}$
	4	$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 - 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 2439$	$\frac{12 \cdot 9}{2} = 54$	7	$\frac{1}{30}$	$\frac{3}{4}$

8	1	$4x$	$-3; 4$	$\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right), (-4; -1)$	$(-\infty; 0) \cup (3; \infty)$	Через 6 лет
	2	$8y$	$-8; -1$	$(4; -1), (-2; 1)$	$(-\infty; 0) \cup (2; \infty)$	Через 3 года
	3	$\sqrt{x} - 2$	5	$\left(\frac{11}{16}; \frac{7}{4}\right)$	$a \in (2; 3)$	83
	4	$3(\sqrt{x} + 1)$	4	$\left(-\frac{2}{3}; \frac{10}{9}\right)$	$a \in (2; 5)$	65

## Ответы к зачетным работам

Зада- ние	ЗР1		ЗР2		ЗР3	
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 1	Вариант 2
1	$(-1; 2]$	$[1; 4)$	$-\frac{3}{2}; 4$	$-2; -\frac{2}{3}$	$\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$
2	$[-8; \infty)$	$(-\infty; 2]$	$-2; 0$	$-2; 0$	$(1; 1), (1; -2), \left(\frac{7}{2}; -4\right)$	$(-2; 4), (-3; 1), (4; 1)$
3	$\frac{2x+1}{x+3}$	$\frac{3x+1}{x+2}$	$\left[-\frac{8}{5}; 0\right] \cup [1; \infty)$	$\left(-\infty; -\frac{5}{3}\right] \cup [0; 1]$	$(1; 3)$	$(2; 6)$
4	$\frac{5}{4}$	$-\frac{8}{9}$	$\left[-\frac{13}{3}; \frac{5}{2}\right)$	$\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left[\frac{3}{2}; \infty\right)$	30 мин	30 мин
5	$(-1; 3)$	$(-3; 1)$	$[-3; -2) \cup (-2; 1]$	$[-5; -1) \cup (-1; 1)$	47 и 74	59 и 95
6	18	8	$-\frac{42}{11}; -\frac{7}{2}; -2$	$\frac{3}{2}; \frac{36}{11}; 4$	$(5; 3), (5; -3)$	$(4; 2), (4; -2)$
7	$y_{\min} = 6$ при $x = -\frac{1}{2}$ и $x = \frac{3}{2}$	$y_{\min} = 7$ при $x = -2$ и $x = \frac{2}{3}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{17}{25}$	$(3; -2), \left(-\frac{1}{3}; -2\right)$	$(2; 3), \left(\frac{4}{3}; 3\right)$

Зада- ние	ЗР1		ЗР2		ЗР3	
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 1	Вариант 2
8	$(5; -5), (7; 7)$	$(-4; -4), (-6; 6)$	$\{-4\} \cup \left[-3; \frac{7}{4}\right]$	$\{-7\} \cup \left[-4; -\frac{5}{2}\right]$	$(4; -4), (-4; 4), (12; 4), (-12; -4)$	$(24; -12), (-24; 12), (36; -12), (-36; 12)$
9	$7 - a$	$a + 1$	$a \in (-\infty; -2)$	$a \in \left(-\infty; -\frac{19}{3}\right)$	$\left(\frac{6}{5}; \frac{6}{5}\right)$	$\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{4}\right)$
10	$(-4; 0)$	$(4; 0)$	$-3; -1; 5$	$-5; 0; 1$	При $a = 3$ : $(-2; -2), (2; 2)$	При $a = 0$ : $(-1; 1), (1; -1)$

Зада- ние	ЗР4		ЗР5	
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 1	Вариант 2
1	0	0	3	5
2	4335	6035	4	10
3	В 25 раз	В 16 раз	$P_6 = 720$	$P_7 = 5040$
4	-153	3280	$A_{10}^6 = 151\,200$	$A_{11}^6 = 332\,640$
5	12,5	$\frac{50}{3}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{6}$
6	1210	1837	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$
7	$3; \pm 3\sqrt{2}; 6; \pm 6\sqrt{2}; 12$	$2; \pm 2\sqrt{3}; 6; \pm 6\sqrt{3}; 18$	$\frac{13!}{5!6!2!} = 32\,036$	$\frac{13!}{3!8!2!} = 12\,870$
8	4	5	$10^{-3}$	$10^{-4}$
9	7010	1810	$C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 = 14$	$C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 = 30$
10	$2 - \sqrt{3}$	$2 + \sqrt{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

# Содержание

От автора .....	3
-----------------	---

## САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

1. Функция. Область определения и область значений функции .....	5
2. Свойства функций .....	6
3. Квадратный трехчлен .....	8
4. Функции $y = ax^2$ , $y = ax^2 + n$ , $y = a(x - m)^2$ , их графики и свойства .....	9
5. Построение графика квадратичной функции .....	10
6. Степенная функция. Корень $n$ -й степени .....	11
7. Целое уравнение и его корни .....	13
8. Дробное рациональное уравнение .....	14
9. Решение неравенств второй степени с одной переменной .....	15
10. Решение неравенств методом интервалов .....	17
11. Некоторые приемы решения целых и рациональных уравнений .....	18
12. Уравнение с двумя переменными и его график .....	19
13. Графический способ решения систем уравнений .....	21
14. Решение систем уравнений второй степени .....	23
15. Решение задач с помощью систем уравнений второй степени .....	24
16. Неравенства с двумя переменными и их системы .....	26
17. Некоторые приемы решения систем уравнений второй степени с двумя переменными .....	27
18. Последовательности .....	29
19. Определение арифметической прогрессии. Формула $n$ -го члена арифметической прогрессии .....	30
20. Формула суммы первых $n$ членов арифметической прогрессии .....	31
21. Определение геометрической прогрессии. Формула $n$ -го члена геометрической прогрессии .....	33
22. Формула суммы первых $n$ членов геометрической прогрессии .....	34
23. Элементы комбинаторики .....	36
24. Начальные сведения из теории вероятностей .....	38
25. Вычисления (повторение) .....	39
26. Тожественные преобразования (повторение) .....	41
27. Уравнения и системы уравнений (повторение) .....	42
28. Текстовые задачи. Прогрессии (повторение) .....	43
29. Неравенства и системы неравенств (повторение) .....	45
30. Функция. График функции (повторение) .....	46



## **КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

1. Функции и их свойства. Квадратный трехчлен . . . . .	48
2. Квадратичная и степенная функции . . . . .	49
3. Уравнения и неравенства с одной переменной . . . . .	50
4. Уравнения и неравенства с двумя переменными . . . . .	51
5. Арифметическая прогрессия . . . . .	53
6. Геометрическая прогрессия . . . . .	54
7. Элементы комбинаторики и теории вероятностей . . . . .	55
8. Итоговая контрольная работа . . . . .	57

## **ЗАЧЕТНЫЕ РАБОТЫ**

1. Квадратичная функция . . . . .	59
2. Уравнения и неравенства с одной переменной . . . . .	60
3. Уравнения и неравенства с двумя переменными . . . . .	61
4. Арифметическая и геометрическая прогрессии . . . . .	63
5. Элементы комбинаторики и теории вероятностей . . . . .	65

## **ОТВЕТЫ**

Ответы к самостоятельным работам . . . . .	67
Ответы к контрольным работам . . . . .	75
Ответы к зачетным работам . . . . .	77

В пособии представлены самостоятельные, контрольные и зачетные работы двух уровней сложности (базовый и высокий) по всем изучаемым темам курса алгебры 9 класса. К заданиям приведены ответы. Предлагаемый материал позволяет проводить обучение, текущий контроль и коррекцию знаний.

Издание ориентировано на учителей, школьников и их родителей.

Издательство



выпустило пособия

