

**V 1979**

**9**

**1**

**3**

**TY-19-241-77**

**7**

**5**



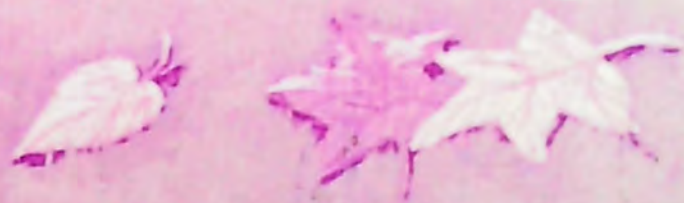
студия  
ДИАФИЛЬМ

07-3-151

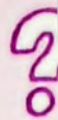
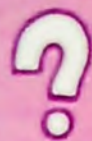


# ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

**КАК**  
*белка к зиме  
готовилась*







## К сведению учителя

В диафильме рассматриваются следующие вопросы:

### 4 класс:

Деление с остатком (кадры № 3—8)

Делители и кратные (кадры № 9—14)

Признаки делимости на 10, на 5 и на 2  
(кадры № 15—19)

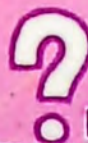
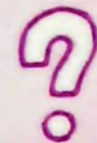
Признак делимости на 3 (кадры № 20—25)

### 5 класс:

Простые и составные числа (кадры № 26—31)

Разложение на простые множители (кадры  
№ 32—34)

Наименьшее общее кратное (кадры № 35—39)





Собрала как-то белка 16 грибов и решила посушить их на зиму.—«Развешу я их поровну на этих трёх ветках,—подумала она.—Красиво будет».

$$\begin{array}{r|l} 16 & 3 \\ \hline \end{array}$$



Ничего у неё не получилось. Один гриб остался.

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 3} \\ \underline{15} \phantom{0} \\ 1 \phantom{0} \end{array}$$

$$16 = 5 \cdot 3 + 1$$





—А если бы я 17 грибов  
нашла, можно было бы  
их развесить поровну на  
трёх ветках?



$$17/3$$

— Нет, не получается.  
Остаётся уже 2 гриба.



А если я больше 17 штук найду,  
то их, наверное,  
тоже на трёх ветках поровну не развесишь.  
Посоветуюсь я с мудрым филином.



—Когда ты 16 на 3 делишь,—объяснил ей филин,—число 16 делимое, 3—делитель, 1—остаток.

$$16 = 5 \cdot 3 + 1$$

$$17 = 5 \cdot 3 + 2$$

$$18 = 6 \cdot 3 + 0$$

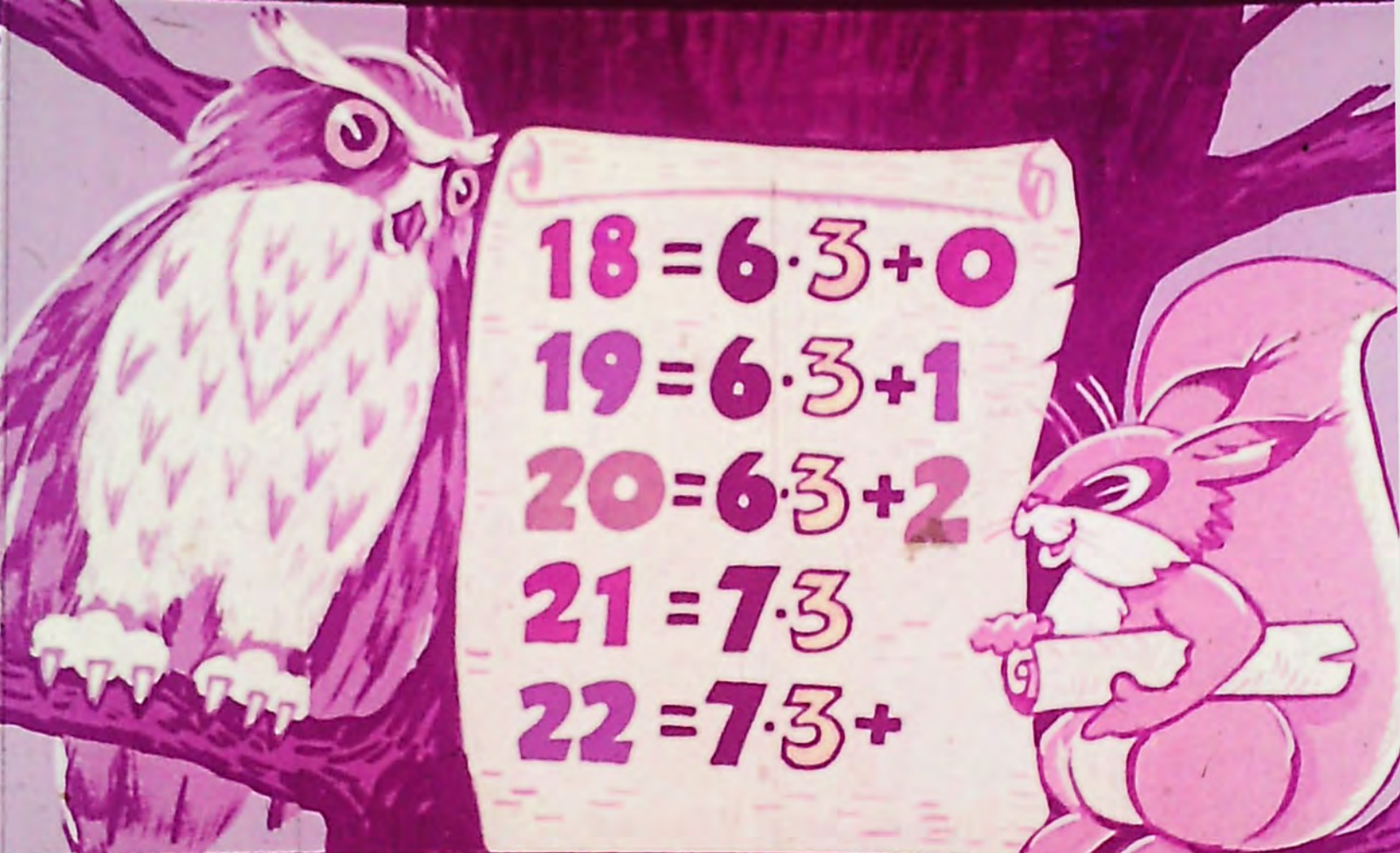
$$19 = 6 \cdot 3 + 1$$

$$20 = 6 \cdot 3 + 2$$

$$21 =$$

Посмотри, какие остатки дают при делении на 3 другие числа.





$$18 = 6 \cdot 3 + 0$$

$$19 = 6 \cdot 3 + 1$$

$$20 = 6 \cdot 3 + 2$$

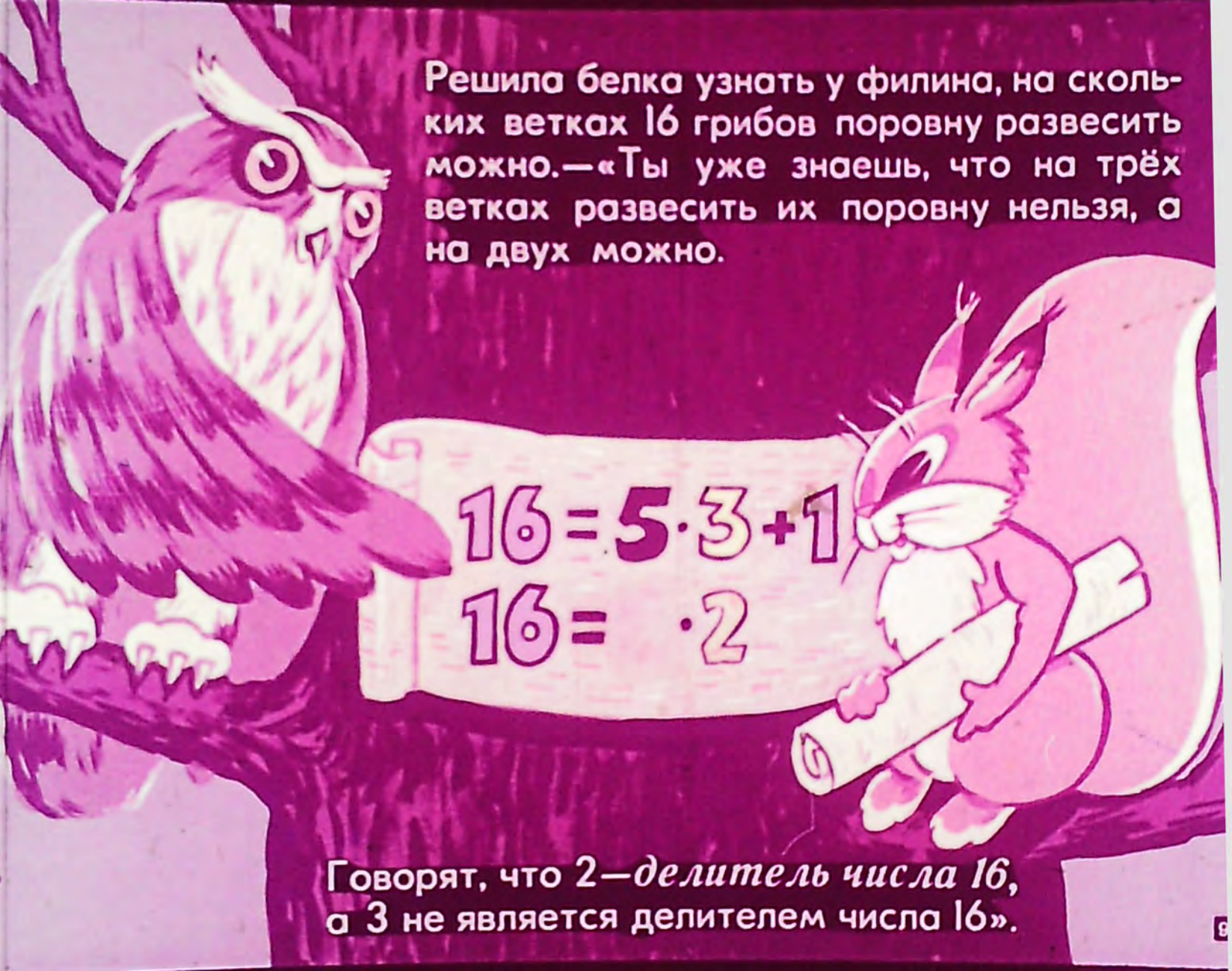
$$21 = 7 \cdot 3$$

$$22 = 7 \cdot 3 +$$

—Если остаток равен 0, то говорят, что делимое делится на делитель *без остатка*.

Если число грибов делится на 3 без остатка, то их можно развесить поровну на трёх ветках, а если не делится, то нельзя.






Решила белка узнать у филина, на сколь-  
ких ветках 16 грибов поровну развесить  
можно.—«Ты уже знаешь, что на трёх  
ветках развесить их поровну нельзя, а  
на двух можно.

$$16 = 5 \cdot 3 + 1$$
$$16 = \quad \cdot 2$$

Говорят, что 2—делитель числа 16,  
а 3 не является делителем числа 16».





—Делителем числа  $a$   
называют число,  
на которое  $a$   
делится без остатка.

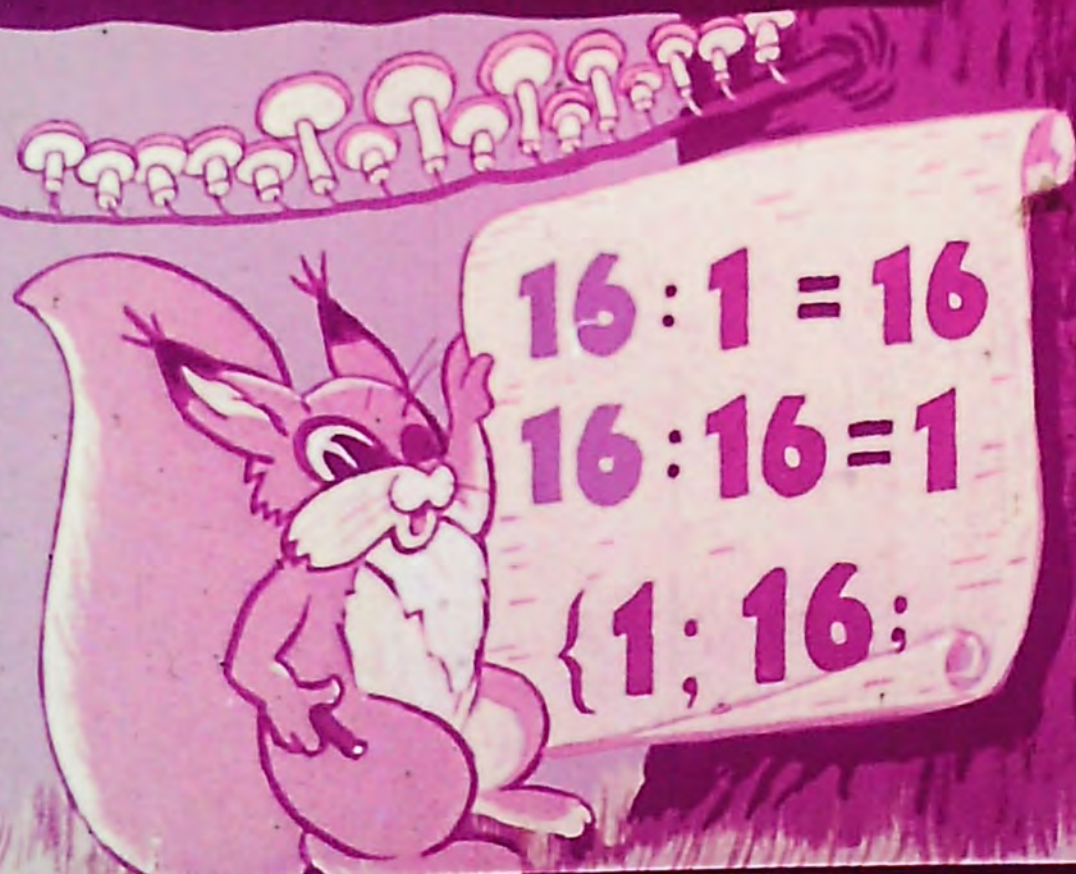
$15; 1; 5.$

Найди какие-нибудь делители этих чисел,—сказал филин.—А теперь найди множество делителей числа 16.





Принялась белка задачу решать:  
«Число 1 — делитель любого чис-  
ла. Значит, 16 делится на 1 без  
остатка. Любое натуральное чис-  
ло делится само на себя. Зна-  
чит, и 16 делится на 16».







$$16:1 = 16$$

$$16:16 = 1$$

$$16:2 = 8$$

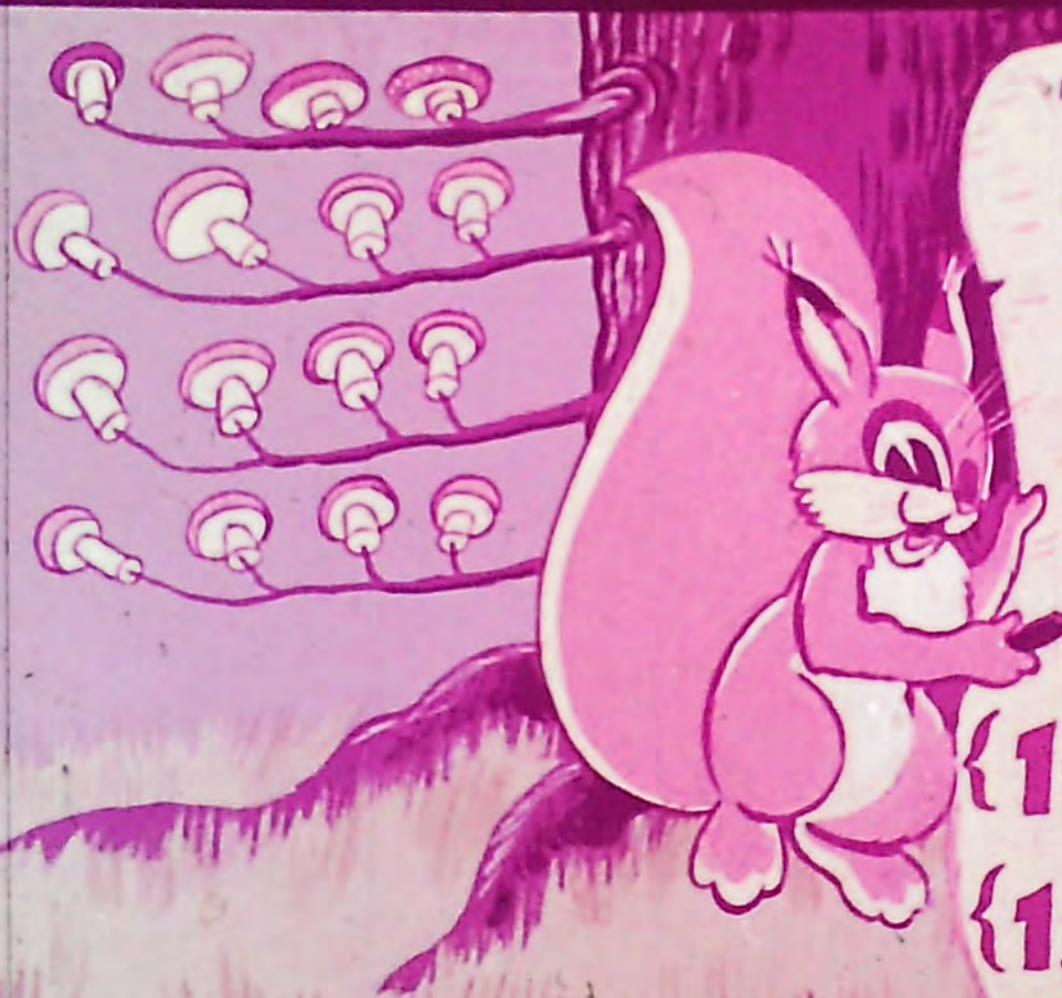
$$16:8 = 2$$

$$1; 16; 2; 8$$

—Число 2—делитель 16.  
16:2=8. Значит, и число  
8—делитель 16.



— 3 не является делителем числа 16, а на 4 число 16 делится. Других делителей у 16 нет. Перепишу делители в порядке возрастания и филину покажу.



$$16:1 = 16$$

$$16:16 = 1$$

$$16:2 = 8$$


$$16:8 = 2$$

$$16:4 = 4$$

{1;16;2;8;4}

{1;2;4;8;16}





Спросила белка филина:  
«Сколько грибов на трёх  
ветках поровну развесить  
можно?»—«Число их долж-  
но быть *кратно* трём.  
*Кратным* числа *а* назы-  
вается число, которое  
делится без остатка  
на *а*. Вот первые три на-  
туральные числа, кратные  
трём. Найди несколько  
других».

$$3 \cdot 1 = 3$$

$$3 \cdot 2 = 6$$

$$3 \cdot 3 = 9$$

.....

{3; 6; 9; ...}






К зиме белка собрала 285 орехов.—«Если съесть по 10 орехов в день, то на сколько дней их хватит?

285 не делится без остатка на 10. Интересно, можно ли, не деля число, узнать, кратно оно 10 или нет. Может быть, филин знает?»








$\{10; 20; 30; 40; \dots\}$

—Вот числа, кратные 10. Какую особенность их записи можно заметить? Если запись числа оканчивается цифрой 0, то это число делится на 10. Ну, теперь ты легко поймёшь, какие из этих чисел кратны 10.

189; 230; 8100;  
3008; 90; 2793; 60; 1570





—285 не кратно 10,  
да и на всю зиму  
орехов тогда не  
хватит. А что, если  
по 5 в день есть?  
Да кратно ли 285  
пяти? *На 5 делят-  
ся числа, запись  
которых оканчи-  
вается цифрами  
0 или 5.*



$$285 = 10 \cdot \underline{\quad} + \underline{\quad} 5$$

{ 5; 10; 15;  
20; 25; ... }

189; 552;  
735; 720;  
5003; 2705;  
5020; 5500.



— Но если съесть по 5 орехов в день, на всю зиму их и в этом случае не хватит. Может быть, по 2 ореха в день есть? А делится ли 285 на 2?

$$285 = 5 \cdot \underline{\hspace{1cm}}$$

Надо проверить!





— На 2 делятся числа 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 и т. д., то есть такие, запись которых оканчивается чётной цифрой. Значит, 285 на 2 не делится. Зато я узнала, как, не деля число на 2, выяснить, кратно ли оно двум.




{ 2; 4; 6; 8; 10; 12;  
14; 16; 18; 20; ...

2 3 5 6; 12 3 7;  
2 0 4 8 6 9;  
5 2 2.






Решила белка разобраться:  
делится ли 285 на 3. Написа-  
ла она числа, кратные трём,  
и поняла, что по последней  
цифре числа не узнаешь, де-  
лится оно на три или нет.  
Побежала белка к филину.



{ 3;6;9;12;  
15;18;21;  
24;27;30;...}

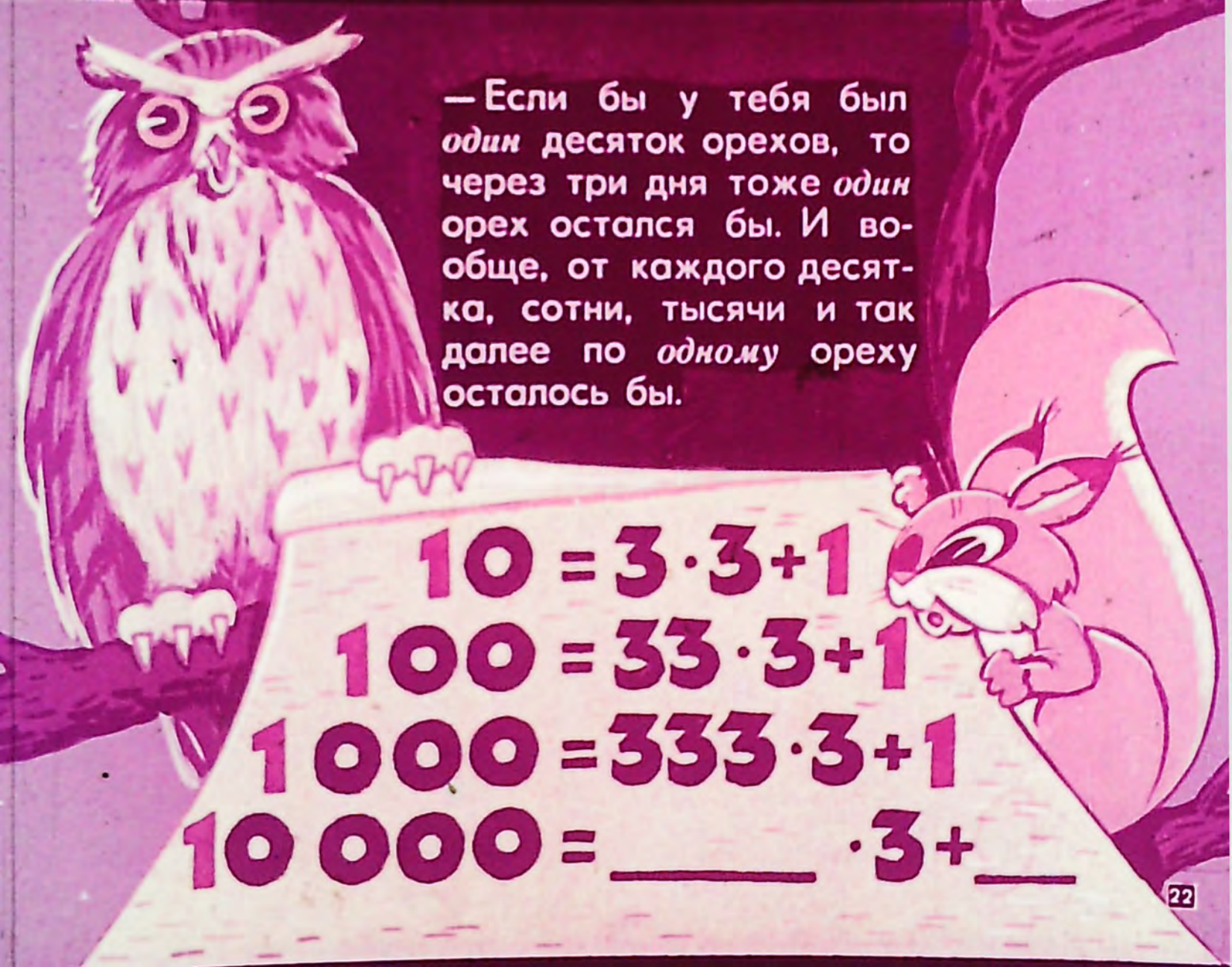


An illustration of an owl and a squirrel on a tree branch. The owl, on the left, is brown and white with large eyes and a long beak. The squirrel, on the right, is brown and white with a large bushy tail. They are both looking at each other. The background is a dark, textured surface.

—Сколько у тебя орехов?—спросил филин.—  
Если бы *одна* сотня была, и по три ореха в день есть, то через 33 дня, остался бы *один* орех.

$$100 = 33 \cdot 3 + 1$$





— Если бы у тебя был *один* десяток орехов, то через три дня тоже *один* орех остался бы. И вообще, от каждого десятка, сотни, тысячи и так далее по *одному* ореху осталось бы.

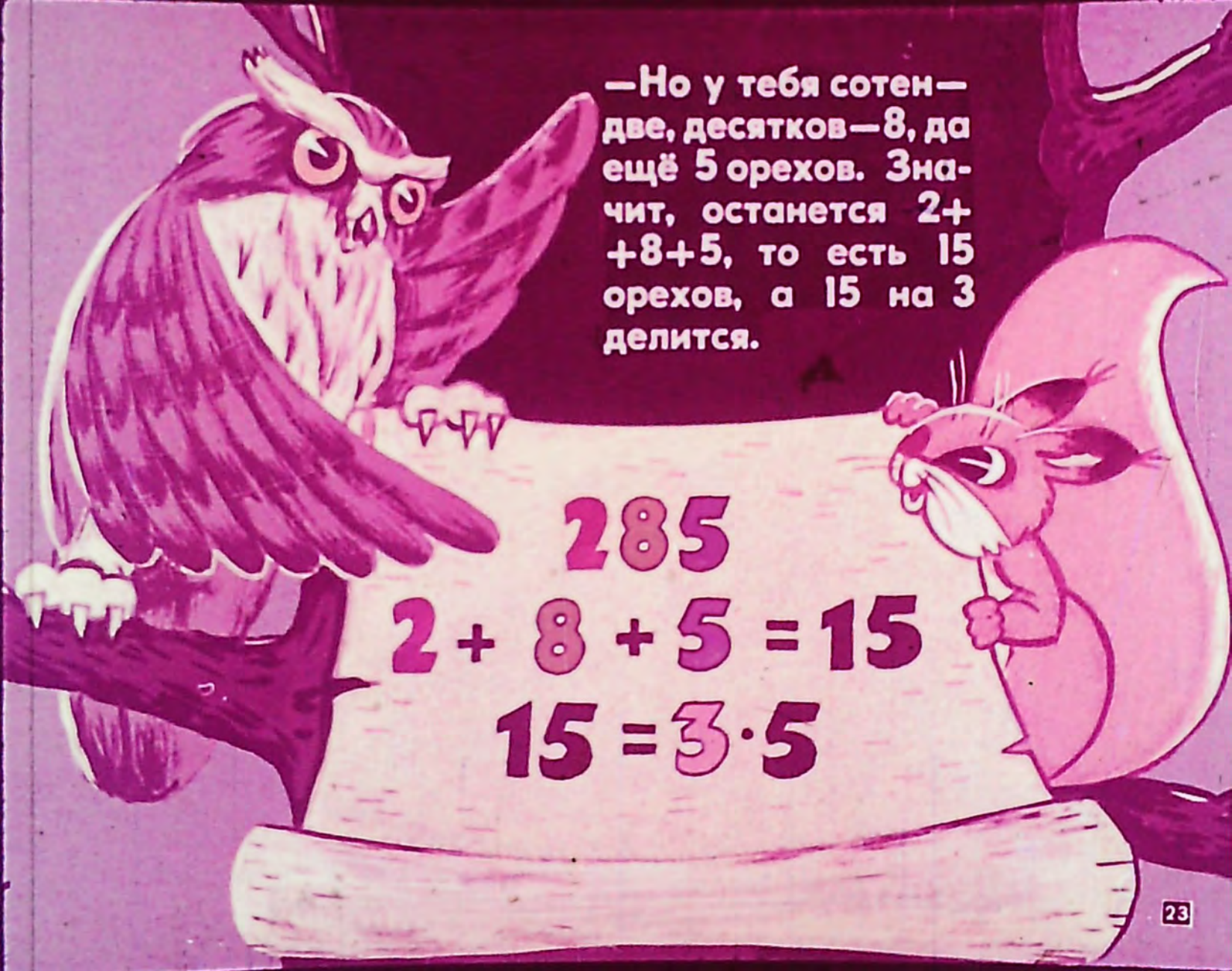
$$10 = 3 \cdot 3 + 1$$

$$100 = 33 \cdot 3 + 1$$

$$1000 = 333 \cdot 3 + 1$$

$$10000 = \underline{\hspace{2cm}} \cdot 3 + \underline{\hspace{2cm}}$$



An owl with large yellow eyes and a white chest is perched on the left side of a tree branch. A small brown squirrel with a large bushy tail is on the right side of the same branch. Between them is a long, unrolled scroll with mathematical text. The background is a dark, stylized forest with tree trunks.


—Но у тебя сотен—  
две, десятков—8, да  
ещё 5 орехов. Зна-  
чит, останется  $2 +$   
 $+8+5$ , то есть 15  
орехов, а 15 на 3  
делится.

**285**

$$2 + 8 + 5 = 15$$

$$15 = 3 \cdot 5$$





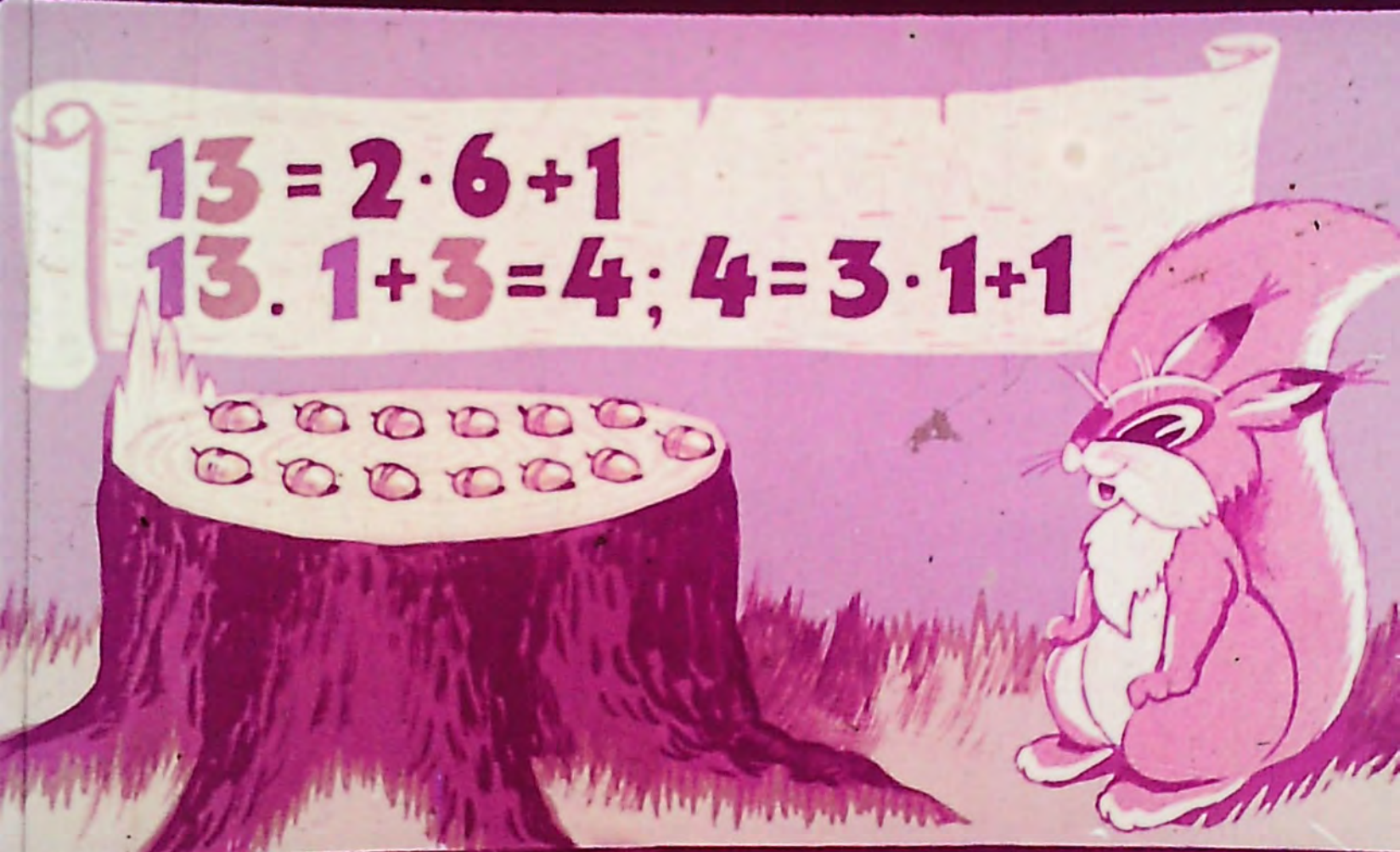
—Если сумма цифр числа делится на 3, то и число делится на 3. Если сумма цифр числа не делится на 3, то и число не делится на 3.

213; 312; 231;  
555; 749; 111 111; 513;  
803; 204; 24; 10



— По 3 ореха в день  
есть буду. Тогда на всю  
зиму хватит, — решила  
белка.




$$13 = 2 \cdot 6 + 1$$

$$13. 1 + 3 = 4; 4 = 3 \cdot 1 + 1$$

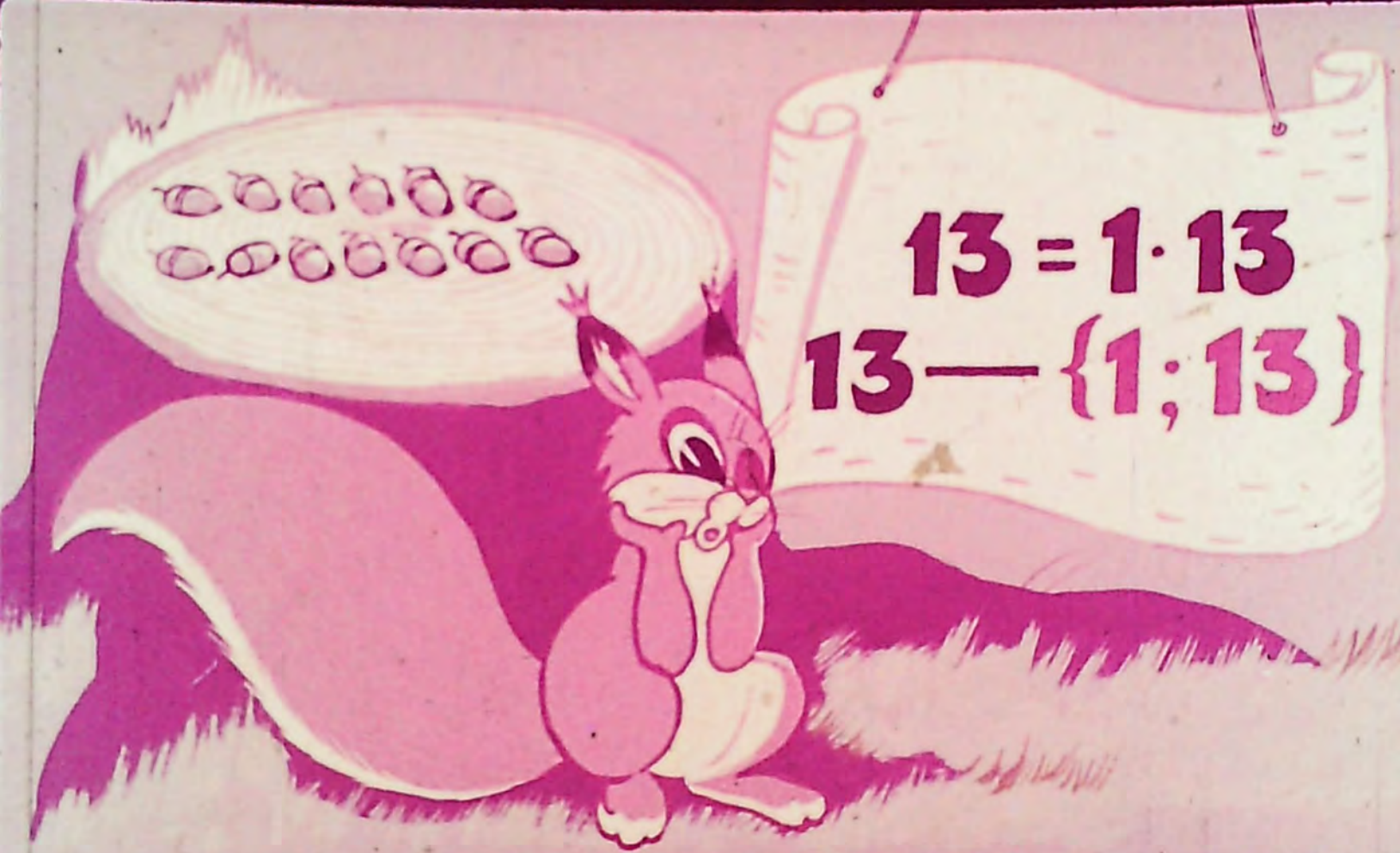
Нашла как-то белка 13 желудей и стала думать, как бы их по кладовкам поровну разложить.—«По 2 жёлудя не положить. Число 13 — нечётное. И по 3 нельзя.  $1+3=4$ . 4 на 3 не делится».





—По 4 раскладывать и пытаться не стоит, раз даже по 2 не разложишь. И на 5 число 13 не делится. И на 6 тоже. Ведь 13 ни на 2, ни на 3 не делится.





—И по 7 не разложишь. Во второй кладовке тогда только 6 жёлудей будет. Можно положить все 13 штук в одну кладовку, или по одному в 13 кладовок.





$$13 - \{1; 13\}$$

$$12 = 1 \cdot 12 ;$$

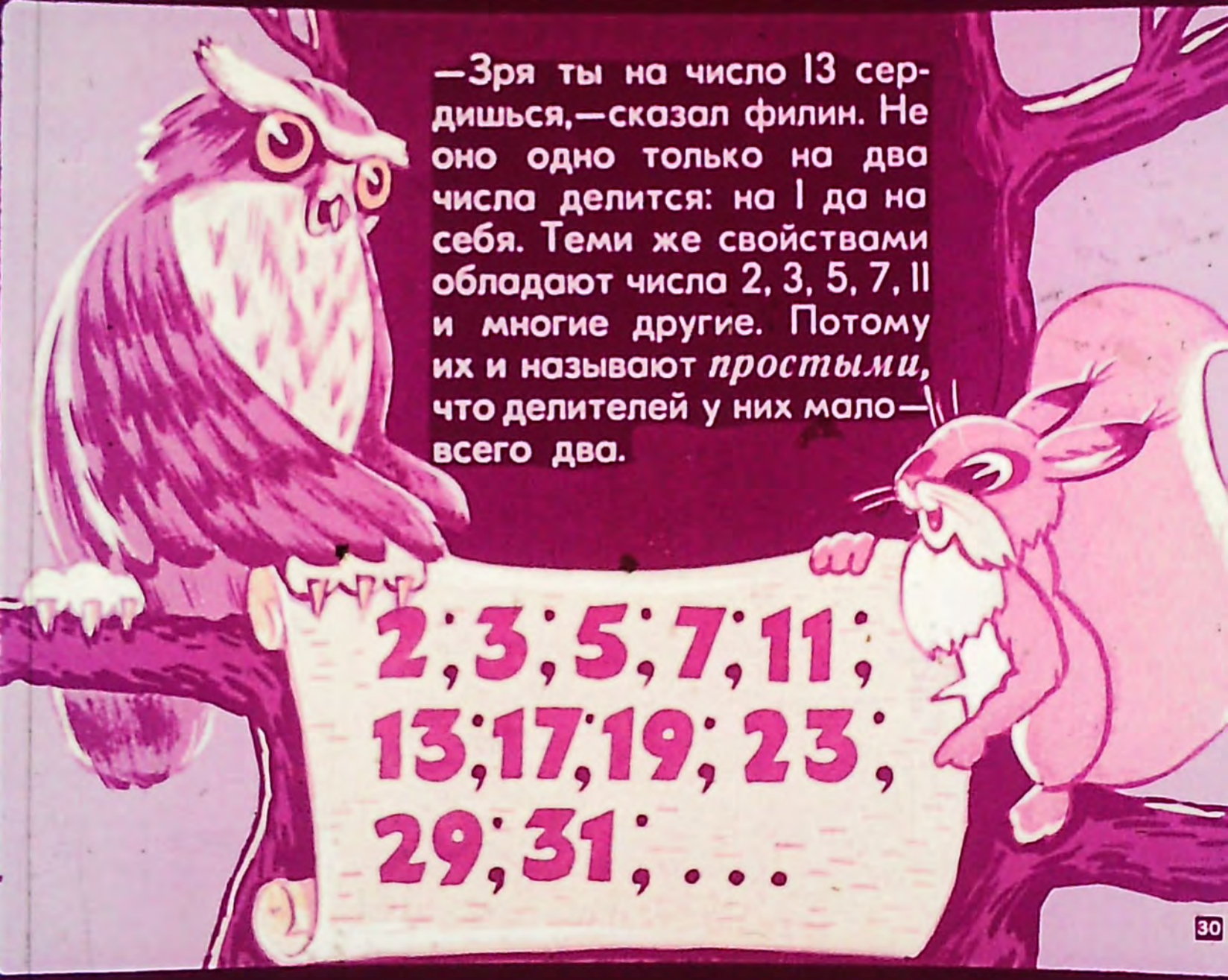
$$12 = 3 \cdot 4 ;$$

$$12 = 2 \cdot 6 ;$$

$$12 - \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$$

—Вот если один жёлудь съесть, то оставшиеся 12 не только в одну или в 12 кладовок разложить поровну можно, но и в две, три, четыре и в шесть кладовок. А 13—число нехорошее. Пойду филину пожалуйсь.



An illustration of an owl and a squirrel. The owl, with large yellow eyes and brown feathers, is perched on a tree branch on the left. The squirrel, with a large bushy tail, is on the right, also on a branch. They are both holding a long, unrolled scroll. The background shows a tree trunk and a bright yellow sun or moon.

—Зря ты на число 13 сердишься,—сказал филин. Не оно одно только на два числа делится: на 1 да на себя. Теми же свойствами обладают числа 2, 3, 5, 7, 11 и многие другие. Потому их и называют *простыми*, что делителей у них мало—всего два.

**2; 3; 5; 7; 11;  
13; 17; 19; 23;  
29; 31; ...**



А единицу даже и  
к простым числам  
не относят—у неё  
только один делитель.

Другие числа имеют  
больше двух делителей.  
Их называют  
*составными.*



1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,  
13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22,  
23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30...




—«Почему составные числа так называют?» — спросила белка филина.

—«Наверное, потому что каждое такое число из простых составлено. Например, 60. На 2—самое маленькое простое число—оно делится?»


$$60 = 2 \cdot$$



- 
- «Делится.  $60=2 \cdot 30$ ».  
—«А тридцать делится на 2?»  
—«Делится.  $60=2 \cdot 2 \cdot 15$ ».  
—«А пятнадцать?»  
—«Нет».

$$60 = 2 \cdot 30$$
$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 15$$
$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot$$

—А на следующее простое число,  
на 3, делится?





$$60 = 2 \cdot 30$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 15$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

—«Да.  $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ ». — «В результате деления 15 на 3 получилось простое число 5. Значит, других простых делителей у числа 60 нет. Вот мы и *разложили* составное число 60 на составляющие его *простые множители*».





Много рябины собрала белка этим летом. На каждой ветке по 20 ягод. И веток с почками запасла немало. На каждой ветке по 8 почек.



—«Разложу-ка я их по дуплам так, чтобы в каждом и почек, и ягод было поровну».



—Да только как? На одной ветке 8 почек, а ягод в гроздьях по 20. На двух ветках 16 почек. Опять почек меньше, чем ягод. А если 3 ветки взять, то почек будет больше, чем ягод.

Пойду с филином посоветуюсь.




$$8 < 20$$

$$2 \cdot 8 < 20$$

$$3 \cdot 8 > 20$$



An illustration of an owl and a rabbit looking at a scroll. The owl is on the left, perched on a tree branch, looking at the scroll. The rabbit is on the right, also perched on a tree branch, looking at the scroll. The scroll is unrolled and contains two sets of numbers in curly braces. The background is a dark, stylized forest scene with tree trunks and branches.

—Ягод,—сказал филин,—  
если их гроздьями скла-  
дывать, может быть 20,  
40, 60 и так далее. А по-  
чек на ветках 8, 16, 24,  
32, 40, 48 и так далее.

**{ 20; 40; 60; ... }**

**{ 8; 16; 24; 32; 40; 48; ... }**



—Вот и получается,  
что если  
две ветки рябины  
взять,  
да 5 веток с поч-  
ками, то будет  
и ягод, и почек  
поровну.




Здесь записаны  
множества чисел,  
кратных 20,  
и чисел, кратных 8.  
Число 40—  
*наименьшее  
общее кратное*  
этих чисел.

{ 20; 40; 60; ... }

{ 8; 16; 24; 32; 40; 48; ... }


$$20 \cdot 2 = 8 \cdot 5$$





—«Если кладовки большие, ты в каждую 4 ветки рябины и 10 веток с почками положи, чтобы по 80 ягод и почек в каждой было».

**{20;40;60;80;100;...}**  
**{8;16;24;32;40;48;56;**  
**64;72;80;88;...}**



—«Пойду посмотрю. Может, и по 120 уместится».





**К О Н Е Ц**

*Диафильм по математике для 4 и 5 классов  
сделан по заказу  
Министерства просвещения СССР*

**Автор А. АНТОНОВ**

**Консультант кандидат педагогических наук  
Г. ЛЕВИТАС**

**Художник С. ВОЛКОВ**

**Художественный редактор В. ДУГИН**

**Редактор Г. ВИТУХНОВСКАЯ**

**Д-188-78**

© Студия «Диафильм» Госкино СССР, 1978 г.  
101000, Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7  
Цветной 0-30