

I 1978

1

3

2

TY 19-32-73

0

2

ДИА  ИЛЬМ

07-3-150

# ДЕЙСТВИЯ

# С ОБЫКНОВЕННЫМИ ДРОБЯМИ

*Диафильм по математике для 5 класса*

# ФРАГМЕНТ I

---

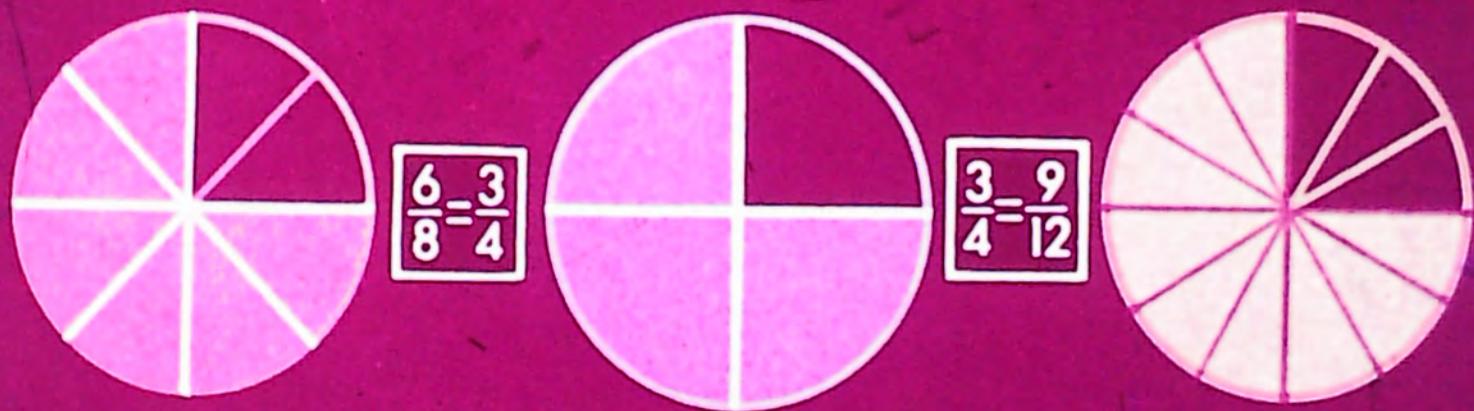
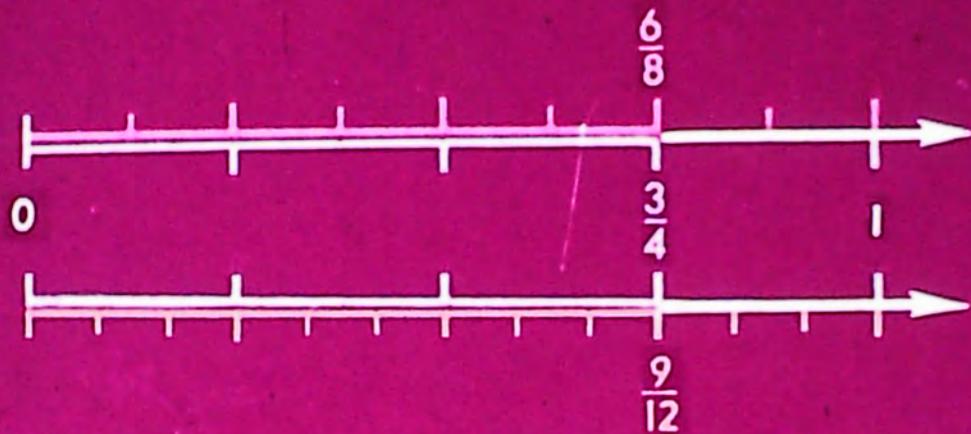
*Основное свойство дроби*

*Рациональные числа*

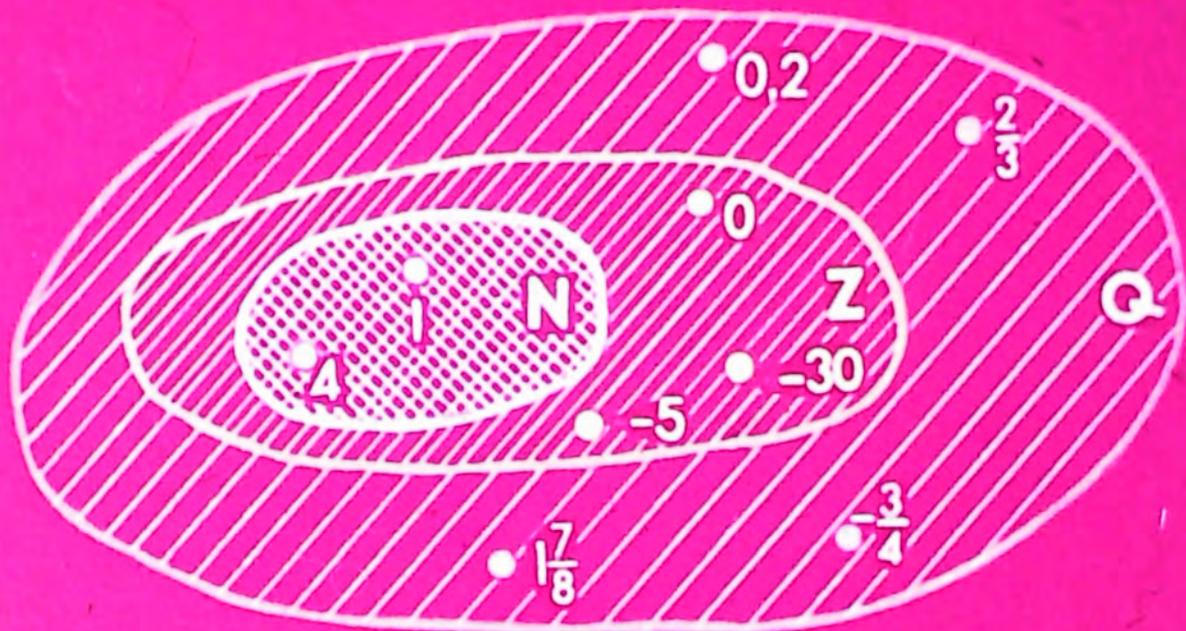
*Сокращение дробей*

*Приведение дроби к новому знаменателю*

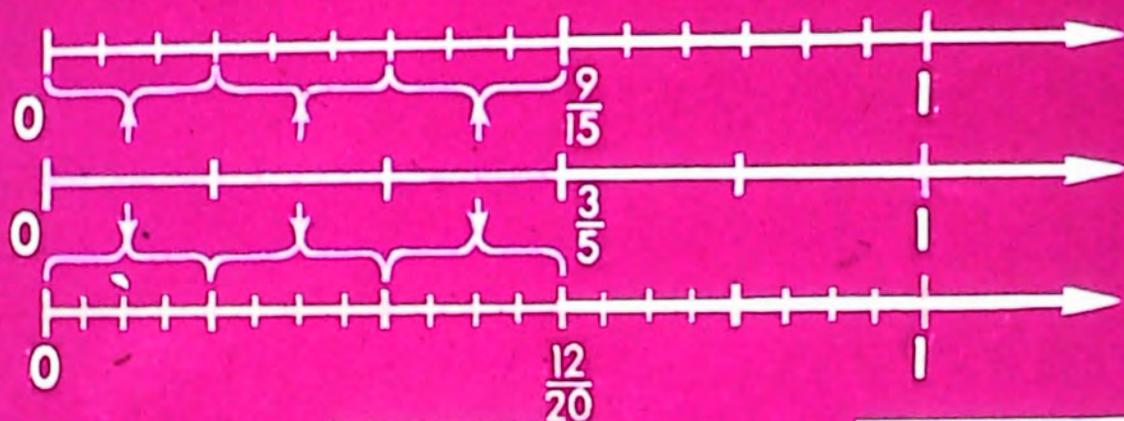
*Сравнение дробей*



**С помощью круга и координатного луча объясните основное свойство дроби: „Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь“.**



Числа, которые можно записать в виде дробей, называют рациональными. Объясните, почему указанные числа принадлежат множеству рациональных чисел  $Q$ . Верны ли высказывания:  $N \subset Q$ ;  $N \subset Z$ ;  $Z \subset Q$ ?

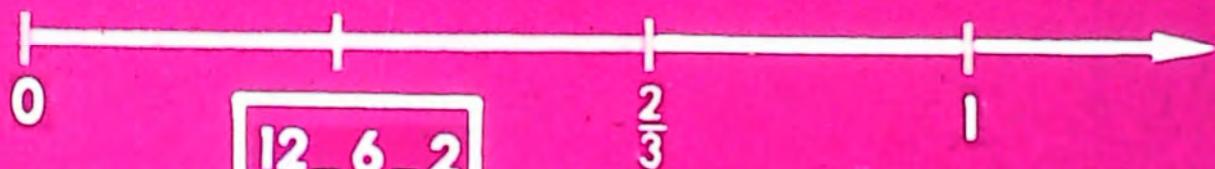


$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}$$

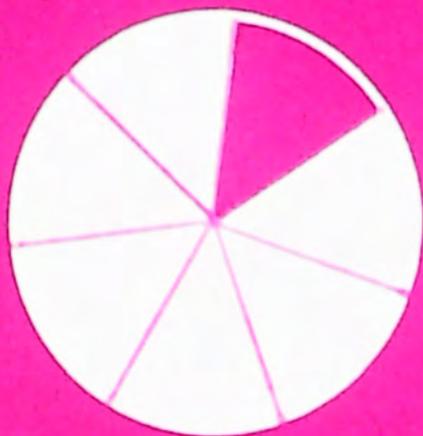
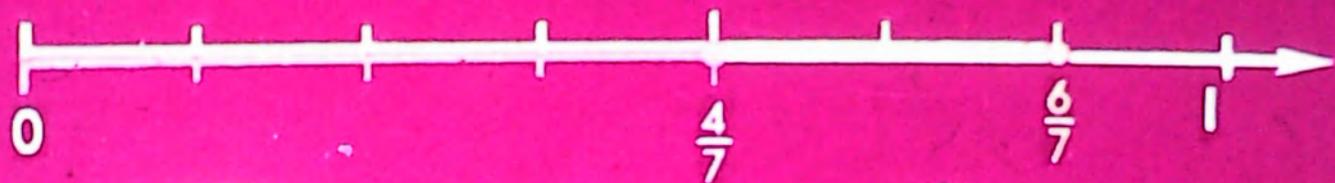


Умножая числитель и знаменатель на одно и то же натуральное число, можно любую дробь привести к новому знаменателю, кратному знаменателю данной дроби.



$$\boxed{\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}}$$

Деление числителя и знаменателя на их общий делитель, отличный от единицы, называется *сокращением дроби*. Если числитель и знаменатель не имеют общих делителей кроме единицы, то дробь нельзя сократить. Такая дробь называется *несократимой*.

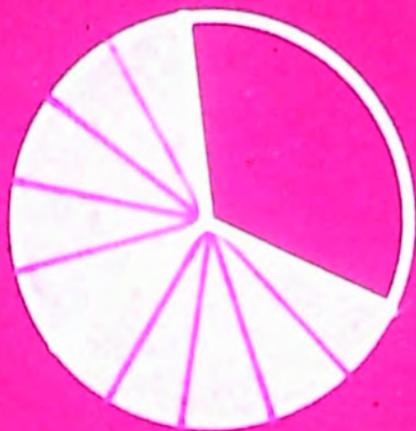


$$\frac{6}{7} > \frac{4}{7}$$

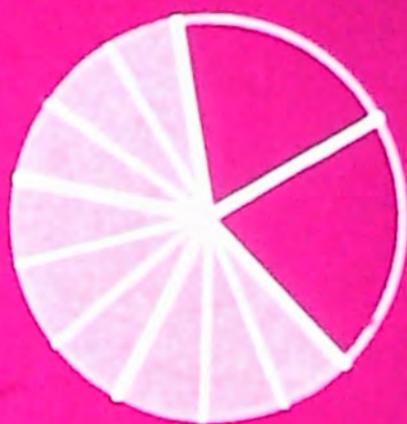
$$\frac{4}{7} < \frac{6}{7}$$



Легко сравнивать дроби с одинаковыми знаменателями: та из дробей больше, у которой больше числитель, и та из дробей меньше, у которой числитель меньше.

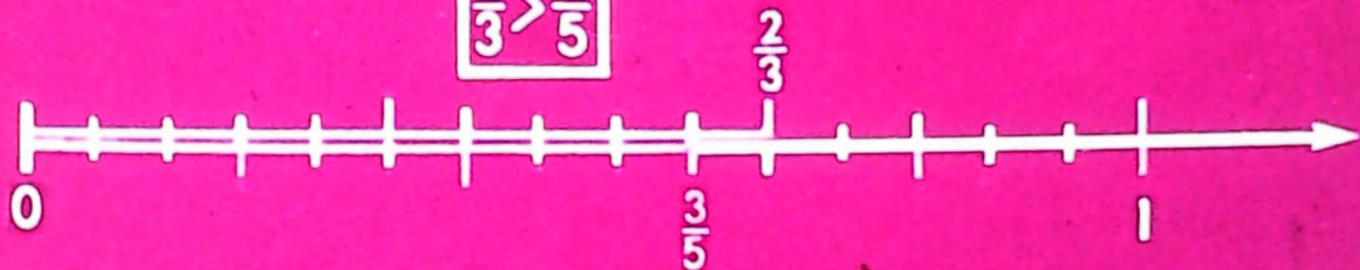


$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5}$$

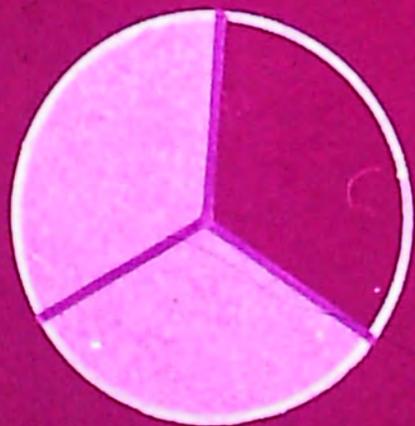


$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3}$$

$$\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$$

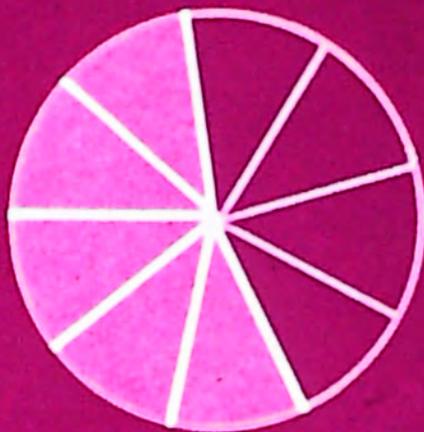


Объясните, к какому знаменателю приведены дроби  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{5}$ .  
Сравните полученные дроби. Сформулируйте правило сравнения дробей с разными знаменателями.

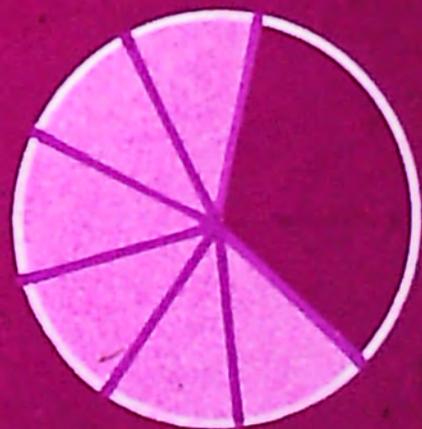


$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{5}{9} < \frac{6}{9}$$



$$\frac{5}{9}$$

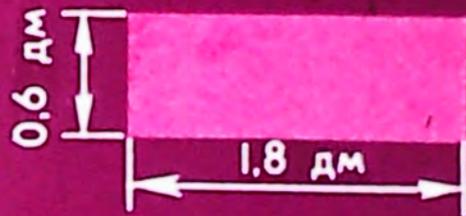
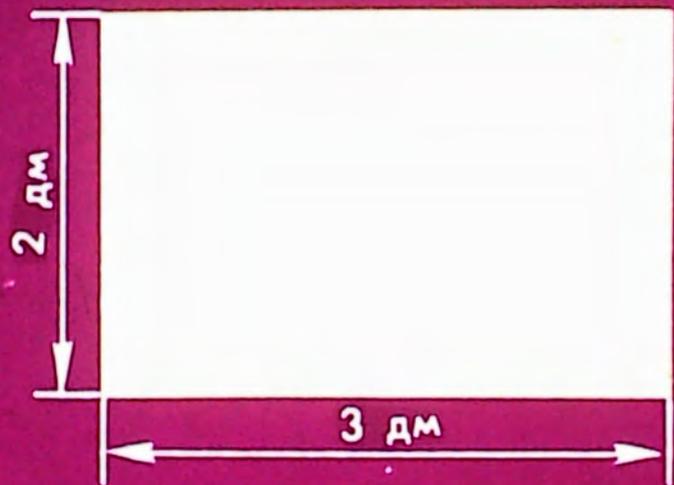


Дробь  $\frac{5}{9}$  имеет знаменатель, кратный знаменателю дроби  $\frac{2}{3}$ . Как в этом случае проще сравнить дроби?

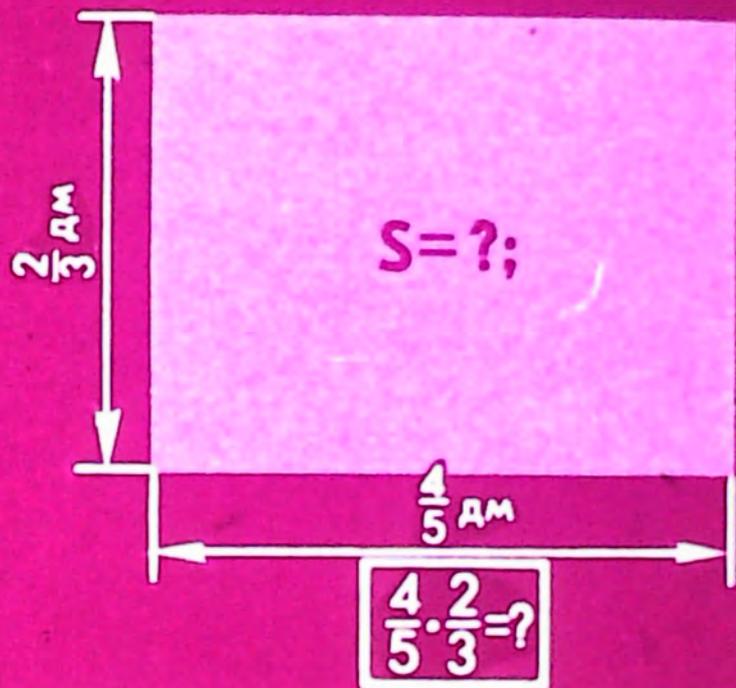
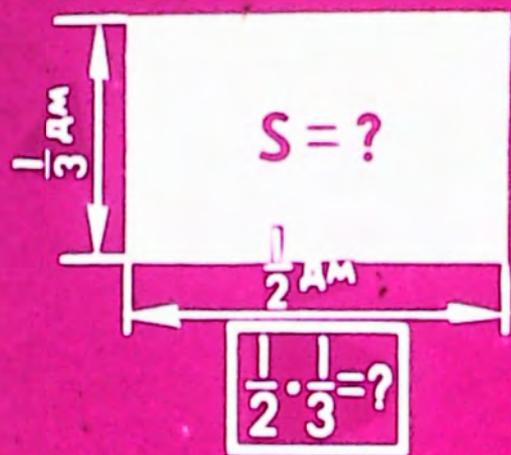
# ФРАГМЕНТ II

---

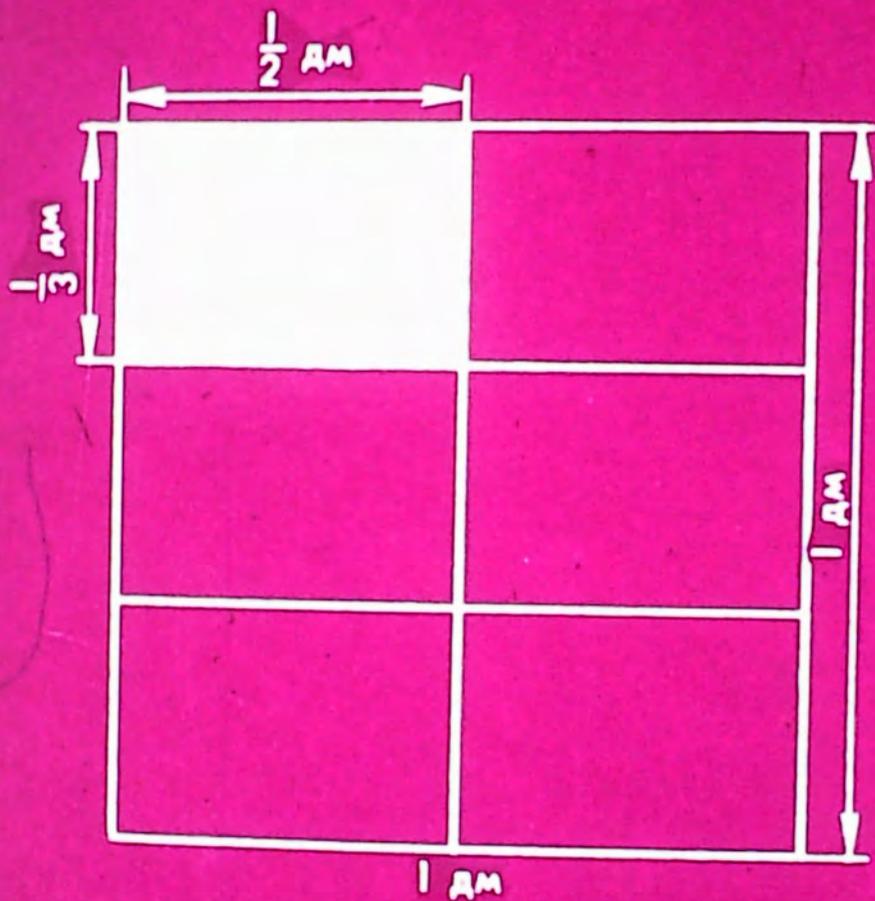
*Умножение дробей*



**Задача:** Найдите площадь прямоугольника, если: а) длина 3 дм, ширина 2 дм; б) длина 1,8 дм, ширина 0,6 дм.

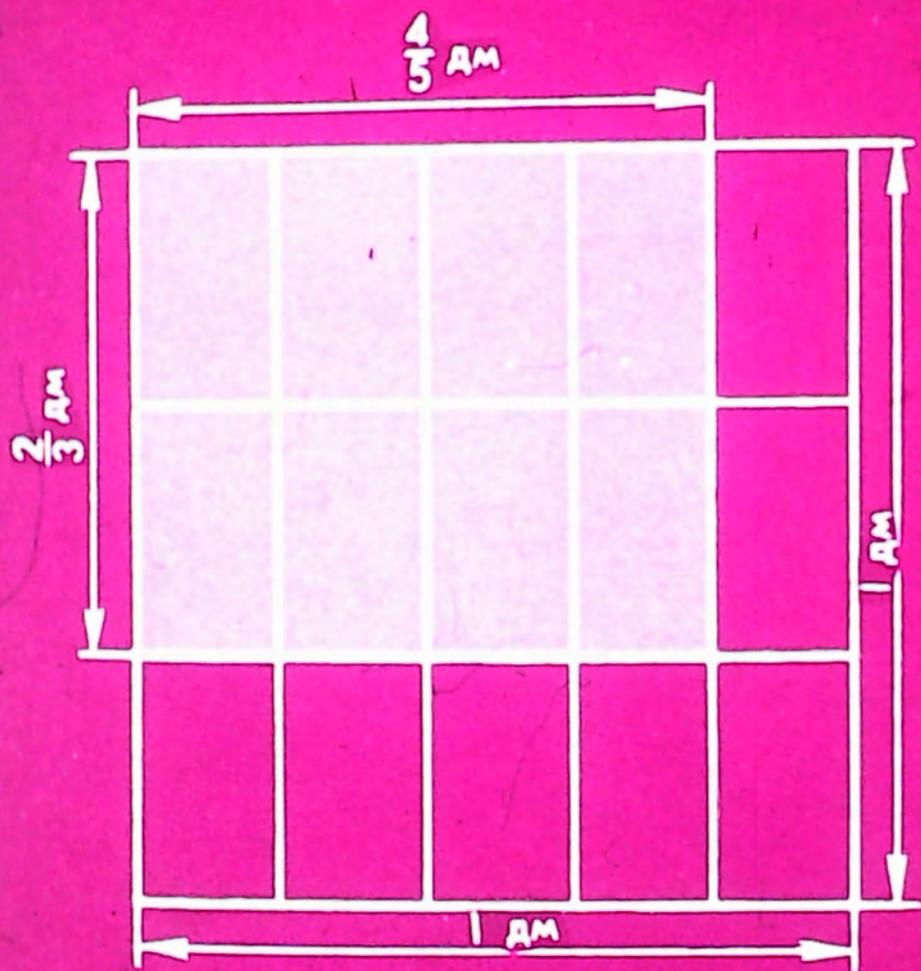


Рассмотрим ещё две задачи. Найдите площадь прямоугольника, если: а) длина  $\frac{1}{2}$  дм, ширина  $\frac{1}{3}$  дм; б) длина  $\frac{4}{5}$  дм, ширина  $\frac{2}{3}$  дм. Эти задачи по содержанию совпадают с предыдущими. И в этом случае считают площадью прямоугольников произведения  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$  и  $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$ . Как же найти их значение?



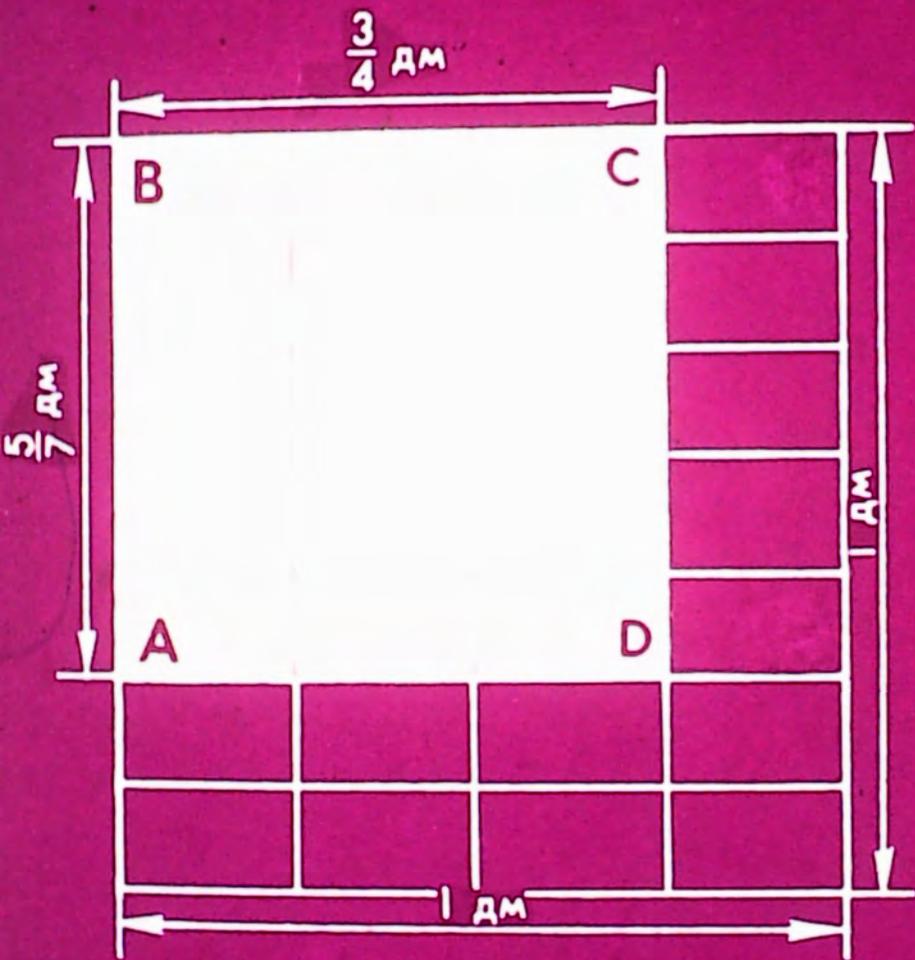
$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} (\text{дм}^2)$$

В первой задаче одна сторона квадратного дециметра разделена на 2 одинаковые части, а вторая — на 3 одинаковые части. Поэтому в квадратном дециметре содержится 6 данных прямоугольников. Значит, площадь искомого прямоугольника равна  $\frac{1}{6}$  дм<sup>2</sup>.



$$S = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \text{ (дм}^2\text{)}$$

Из рисунка видно, что площадь прямоугольника, данного во второй задаче, составляет  $\frac{8}{15}$  квадратного дециметра.



С помощью рисунка найдите площадь прямоугольника  $ABCD$ .

$$1) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}; \quad 2) \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15}; \quad 3) \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{28};$$

$$4) 3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5};$$

$$5) 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4} = \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}.$$

Рассматривая примеры 1, 2 и 3, сформулируйте правило умножения дробей. Как умножить натуральное число на дробь (пример 4)? Разбирая пример 5, расскажите, как перемножить числа, содержащие целую и дробную части.



1 кг—3 руб.



3 кг—?



1 кг—1,7 руб.



0,4 кг—?



1 кг— $\frac{14}{25}$  руб.



$\frac{1}{2}$  кг—?

С помощью умножения обыкновенных дробей решают такие же задачи, как с помощью умножения натуральных чисел и десятичных дробей. Сформулируйте и решите предложенные задачи.



$S=?$

$V=70 \text{ км/ч}, t=3 \text{ ч}$



$S=?$

$V=12,5 \text{ км/ч}, t=0,4 \text{ ч}$



$S=?$

$V=4\frac{1}{2} \text{ км/ч}, t=\frac{2}{3} \text{ ч}$

Найдите расстояние, которое прошли: а) автомобиль; б) мотоцикл; в) пешеход.



**Задача:**

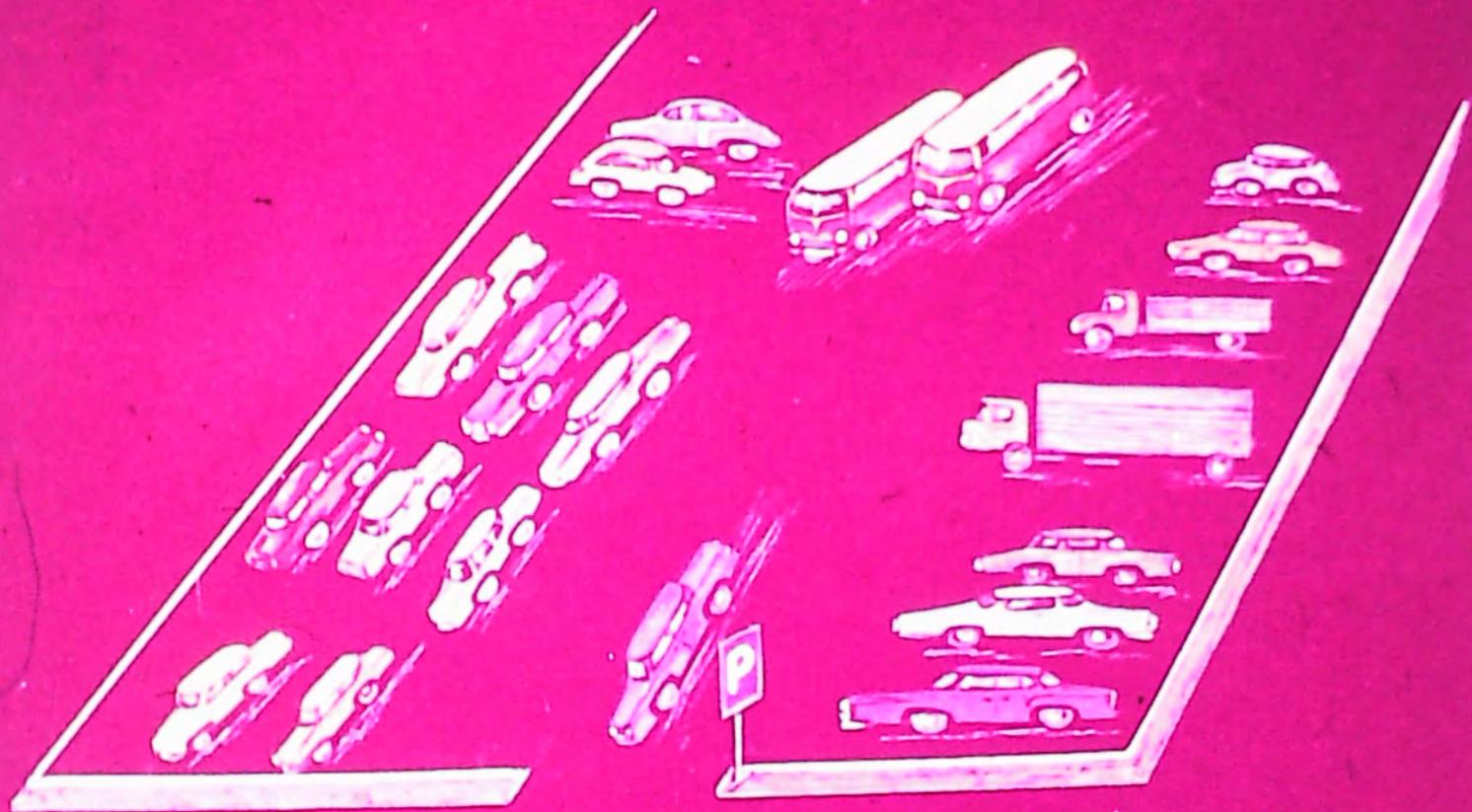
Площадь земельного участка 12 га. Сад занимает  $\frac{5}{6}$  этого участка. Сколько гектаров занимает сад?

**Решение:**

Площадь  $\frac{1}{6}$  участка  $12:6=2$  (га).

Площадь  $\frac{5}{6}$  участка равна  $2 \cdot 5=10$  (га). Тот же ответ получим, если 12 умножим на  $\frac{5}{6}$ .

$$12 \cdot \frac{5}{6} = 10 \text{ (га)}$$



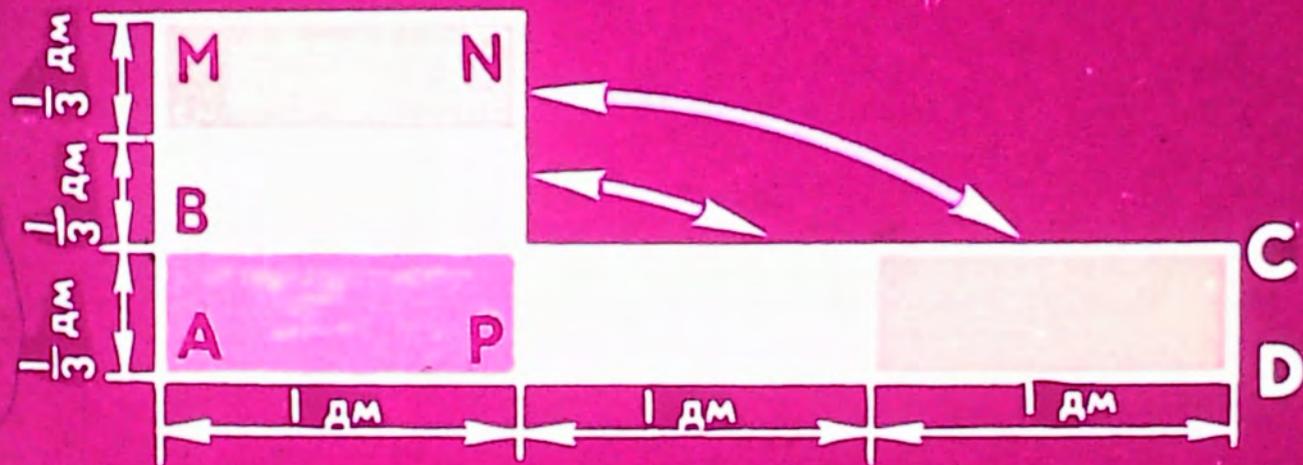
**Задача:** На стоянке было 20 машин,  $\frac{4}{5}$  этих машин—легковые. Сколько легковых машин было на стоянке?

# ФРАГМЕНТ III

*Взаимно обратные числа*  
*Деление дробей*

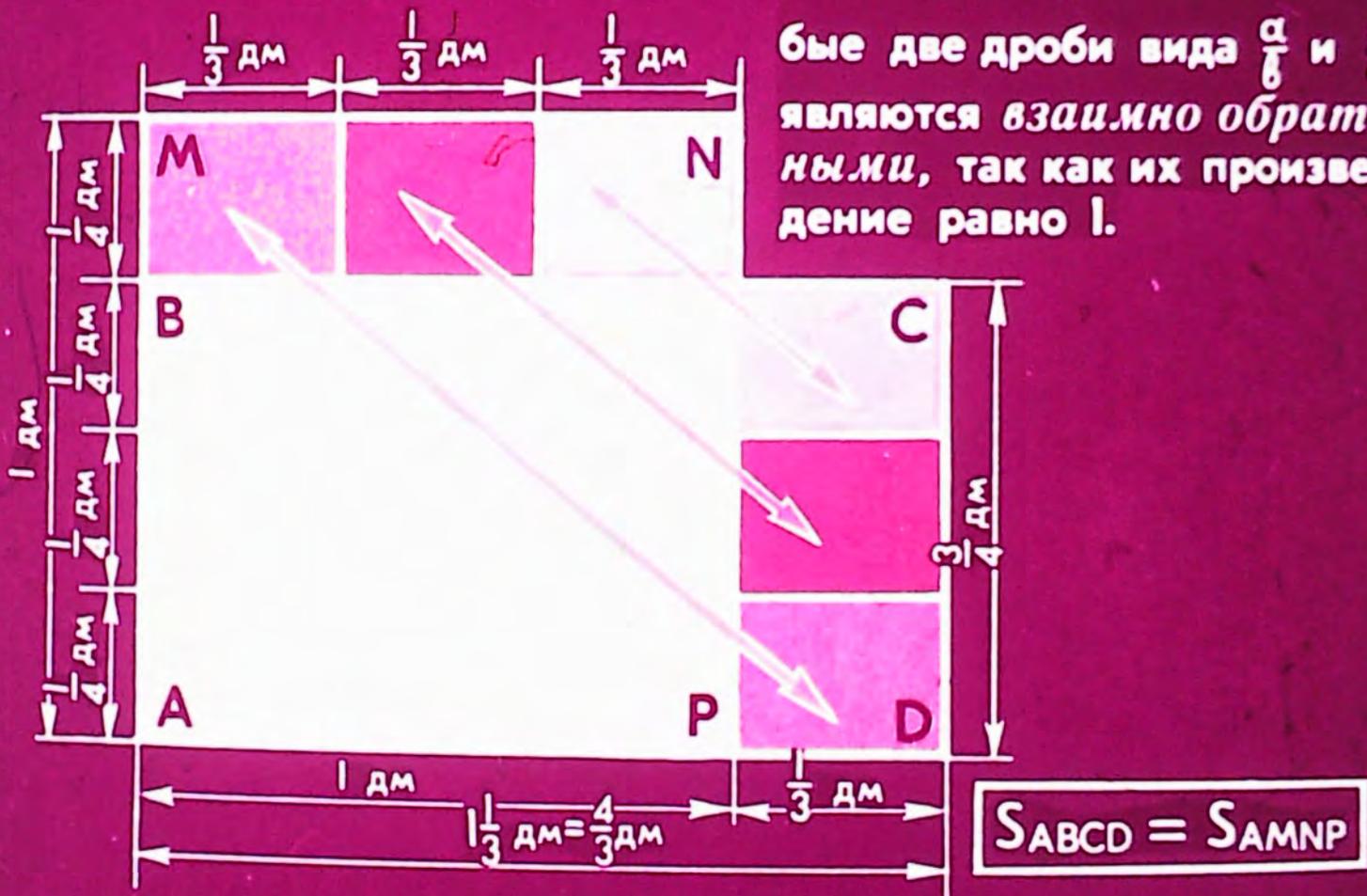
$$S_{ABCD} = S_{AMNP}$$

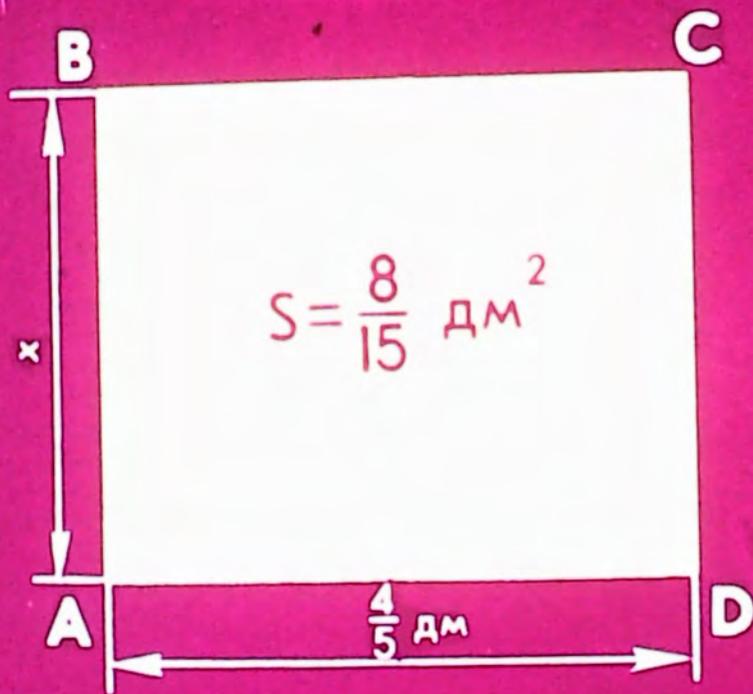
$$\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$



Два числа, произведение которых равно 1, называются взаимно обратными. Так, число  $\frac{1}{3}$  обратно числу 3 и число 3 обратно числу  $\frac{1}{3}$ .

Число  $\frac{3}{4}$  обратно  $\frac{4}{3}$ . Число  $\frac{4}{3}$  обратно  $\frac{3}{4}$ . Вообще любые две дроби вида  $\frac{a}{b}$  и  $\frac{b}{a}$  являются взаимно обратными, так как их произведение равно 1.





<p><b>ABCD —</b>          прямоугольник,  <math> AD  = \frac{4}{5}</math> дм  <math>S_{ABCD} = \frac{8}{15}</math> дм<sup>2</sup></p>
<p><b>Найти</b>  <math> AB </math></p>

Так как площадь прямоугольника равна произведению длины и ширины, то  $x \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ . Чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение разделить на известный множитель, то есть  $x = \frac{8}{15} : \frac{4}{5}$ . Как же найти значение частного?

$$x \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15};$$

$$x = \frac{8}{15} : \frac{4}{5}.$$

$$\frac{8 \cdot 4}{15 \cdot 5} = \frac{8 \cdot 5}{15 \cdot 4}$$

$$|AB| = \frac{2}{3} \text{ дм}$$

$$\left(x \cdot \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{5}{4} = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4};$$

$$x \cdot \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4}\right) = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4};$$

$$x = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4}.$$

Решим это же уравнение по-другому. Умножим обе его части на число  $\frac{5}{4}$ , обратное числу  $\frac{4}{5}$ . Значит, чтобы разделить одно число на другое, надо делимое умножить на число, обратное делителю. Отсюда  $|AB| = \frac{2}{3}$  дм.



$1\frac{3}{4}$  кг —  $1\frac{2}{5}$  руб.



1 кг — ?



$V = 13\frac{1}{3}$  км/ч

$S = 4\frac{1}{2}$  км

$t = ?$

**Деление дробей используют для решения задач. Сформулируйте и решите эти задачи.**

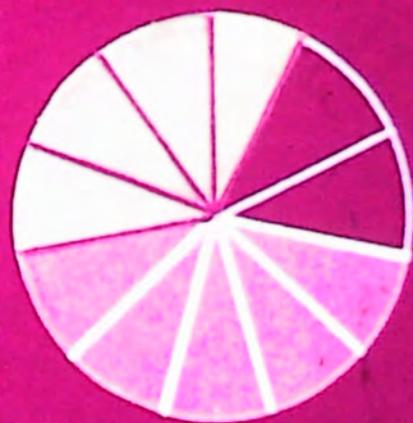
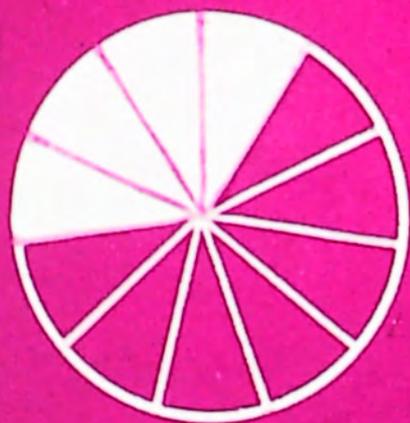
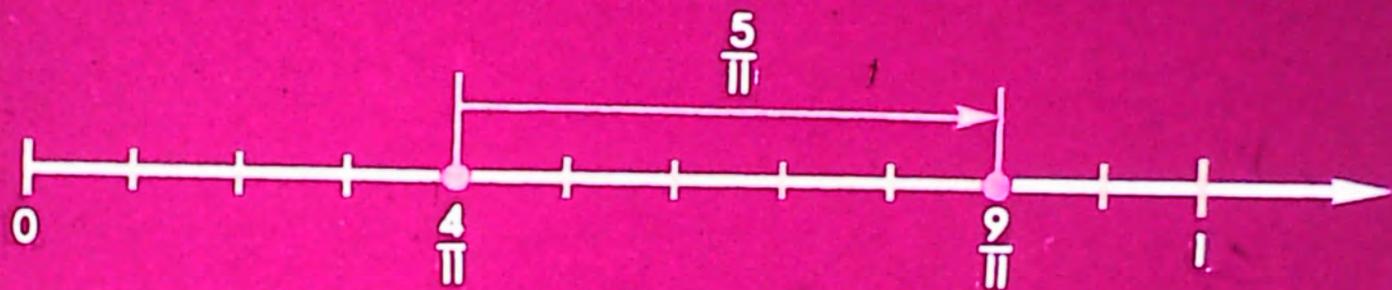


**Задача:** На лугу паслись гуси.  $\frac{3}{7}$  этих гусей были белыми. Сколько всего гусей паслось на лугу, если белых гусей было 6?

**Решение:** Пусть всего гусей было  $x$ , тогда  $x \cdot \frac{3}{7} = 6$ ;  $x = 6 : \frac{3}{7}$ ;  $x = 6 \cdot \frac{7}{3}$ ;  $x = 14$ . Ответ: 14 гусей.

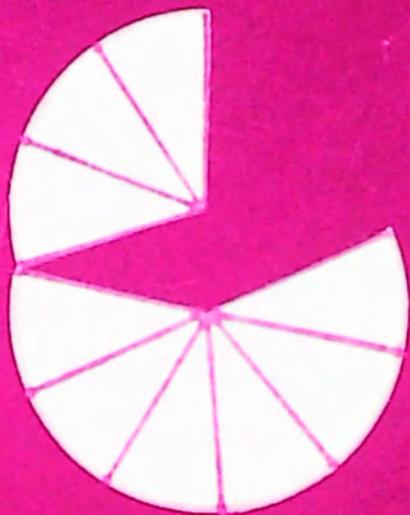
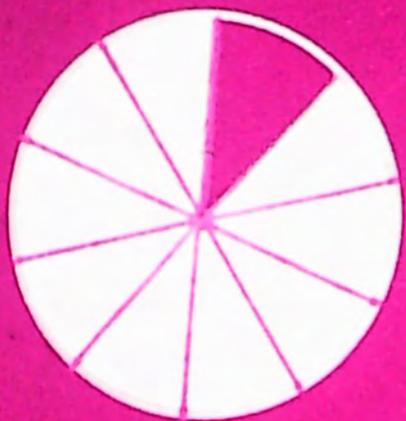
# ФРАГМЕНТ IV

*Сложение и вычитание дробей*

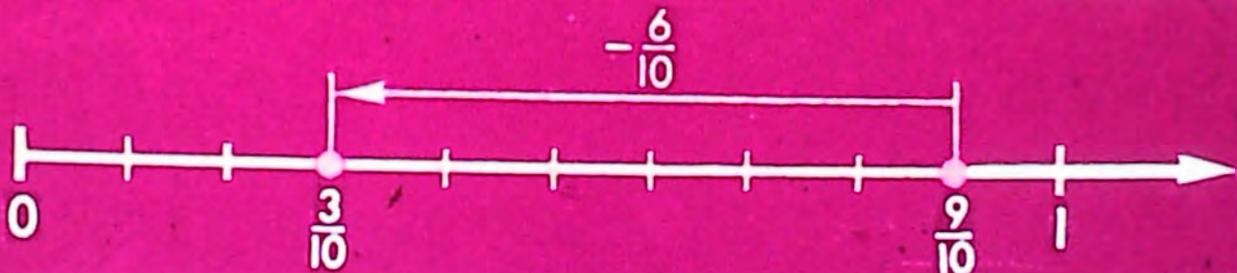


$$\frac{4}{11} + \frac{5}{11} = \frac{9}{11}$$

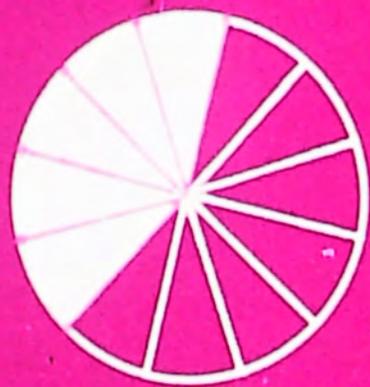
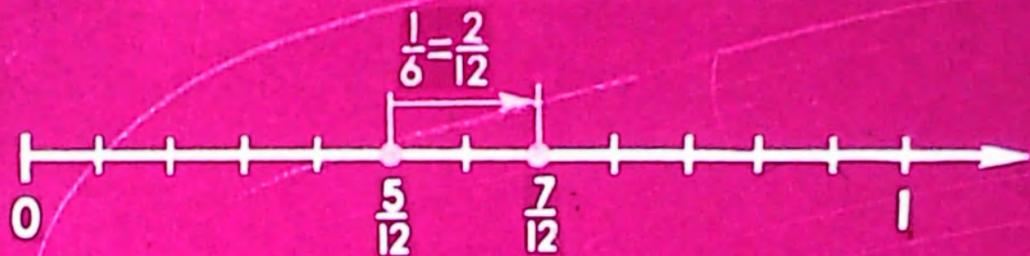
При сложении дробей с одинаковыми знаменателями к числителю первой дроби прибавляют числитель второй дроби и оставляют тот же знаменатель.



$$\frac{9}{10} - \frac{6}{10} = \frac{3}{10}$$



При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями из числителя первой дроби вычитают числитель второй дроби и оставляют тот же знаменатель. Вычитание дробей  $\frac{9}{10} - \frac{6}{10}$  можно заменить сложением:  $\frac{9}{10} + \left(-\frac{6}{10}\right)$ .



$$\frac{5}{12}$$

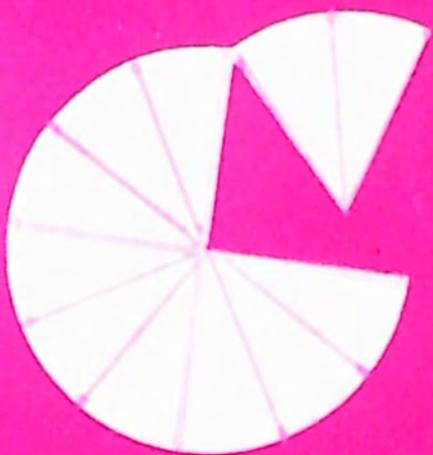
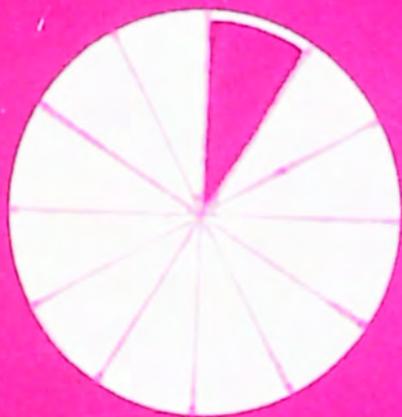
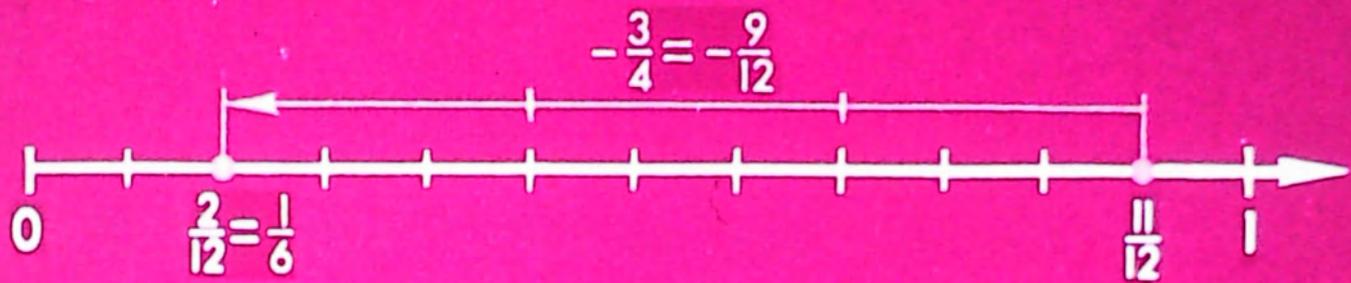


$$\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$$

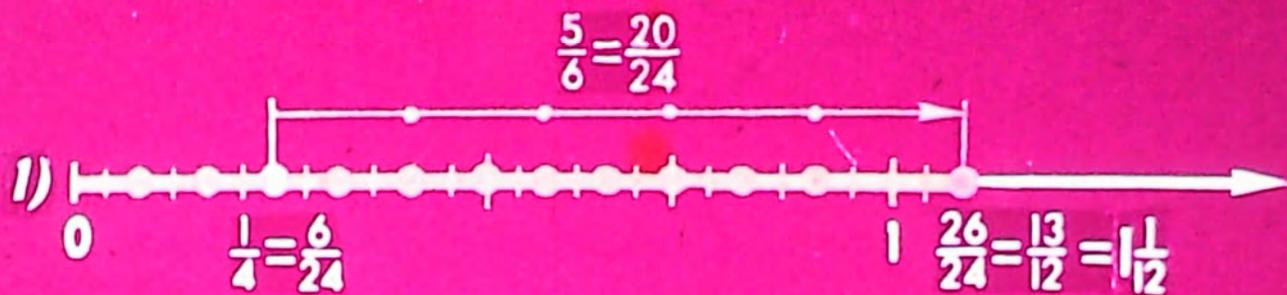


$$\frac{5}{12} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} + \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$$

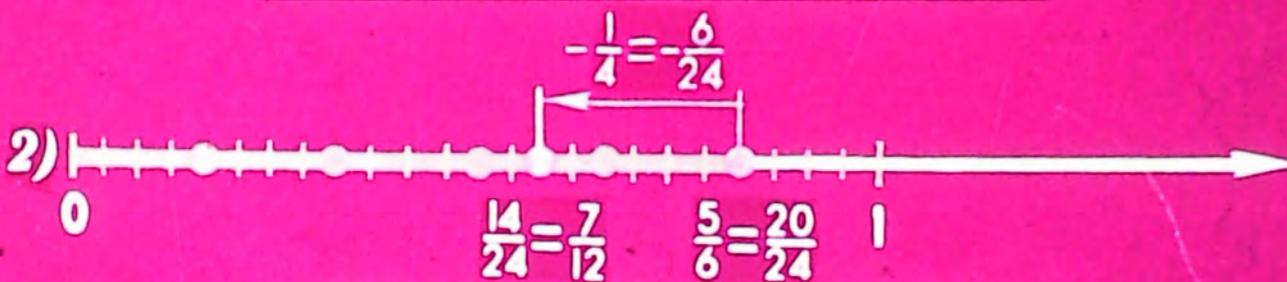
Для сложения и вычитания дробей с разными знаменателями надо сначала привести их к общему знаменателю. Если знаменатель одной дроби кратен знаменателю другой, то его и надо брать в качестве общего знаменателя.



$$\frac{11}{12} - \frac{3}{4} = \frac{11}{12} - \frac{9}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

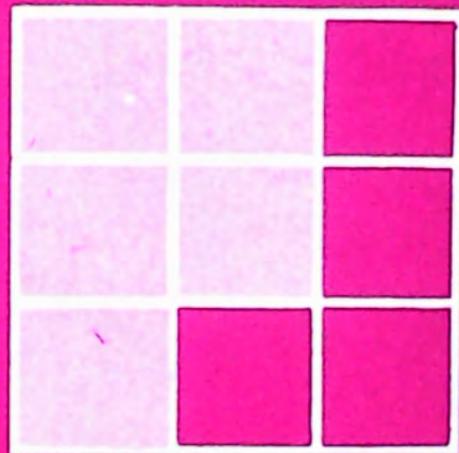


$$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{1 \cdot 6 + 5 \cdot 4}{4 \cdot 6} = \frac{2 \cdot (3 + 10)}{4 \cdot 6} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$$

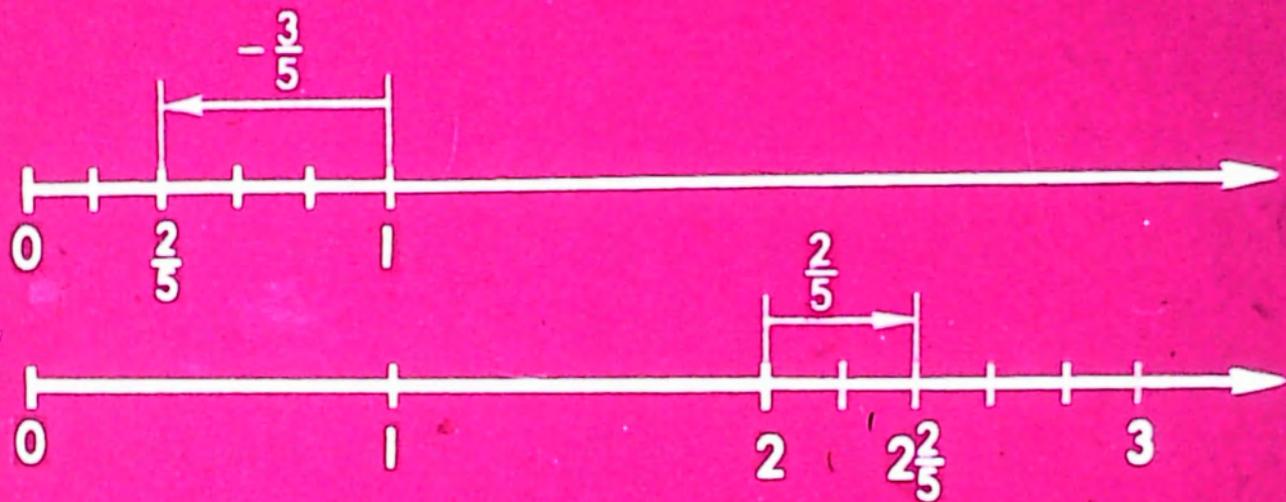


$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{5 \cdot 4 - 6 \cdot 1}{6 \cdot 4} = \frac{2 \cdot (10 - 3)}{6 \cdot 4} = \frac{7}{12}$$

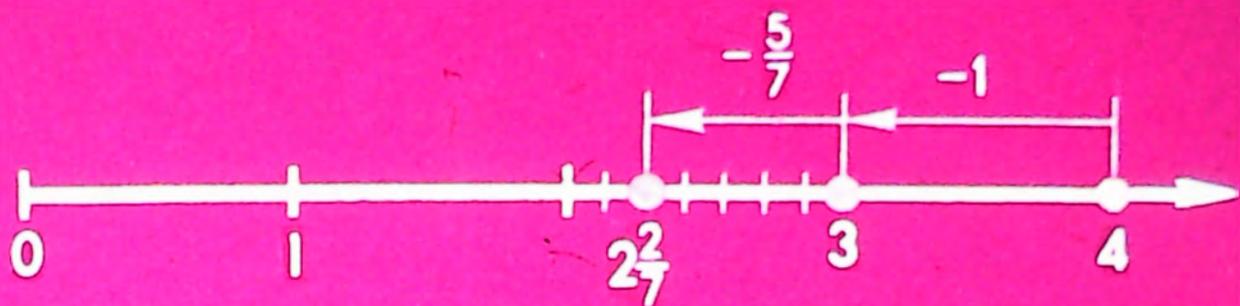
Если знаменатели дробей *не кратны* друг другу, то про-  
ще всего за общий знаменатель взять их произведение.



Если от круга отрезать  $\frac{3}{8}$  круга, то останется  $\frac{5}{8}$  круга. Сумма дробей  $\frac{3}{8}$  и  $\frac{5}{8}$  равна 1. Дробь  $\frac{5}{8}$  называют дополнением дроби  $\frac{3}{8}$  до 1. Используя рисунки, найдите дополнение до 1 дроби:  $\frac{5}{9}$ ;  $\frac{4}{9}$ ;  $\frac{1}{6}$ ;  $\frac{5}{6}$ .



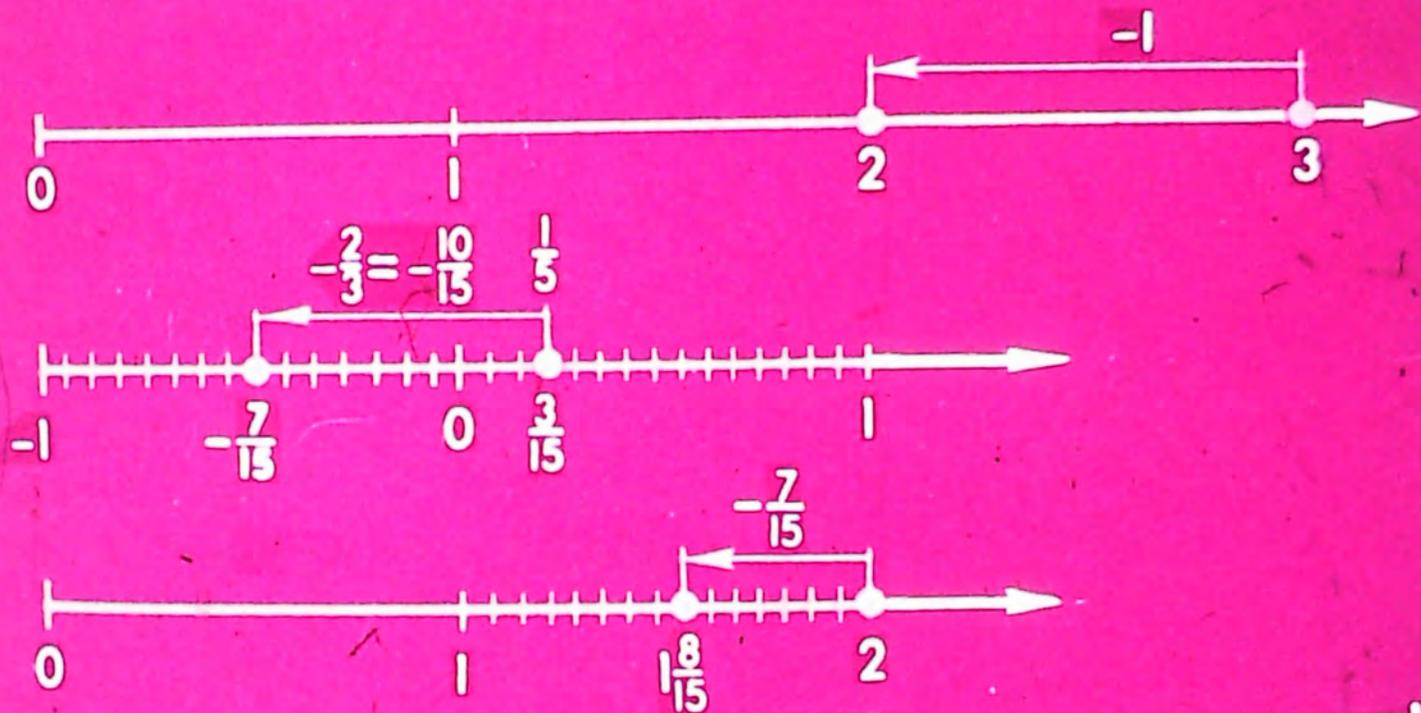
*Переместительный и сочетательный законы сложения верны для любых чисел. Они применяются при сложении и вычитании дробных чисел. Найдем значение выражения  $3 - \frac{3}{5}$ . Представим 3 в виде суммы 2 и 1. Получим  $(2+1) - \frac{3}{5}$  или по сочетательному закону  $2 + (1 - \frac{3}{5})$ . Объясните по рисунку дальнейший ход решения.*



Найдем значение выражения  $4 - 1\frac{5}{7}$ . Представим число  $1\frac{5}{7}$  в виде суммы  $1 + \frac{5}{7}$ . Тогда  $4 - (1 + \frac{5}{7}) = (4 - 1) - \frac{5}{7}$ .

*Объясните дальнейший ход решения по рисунку.*

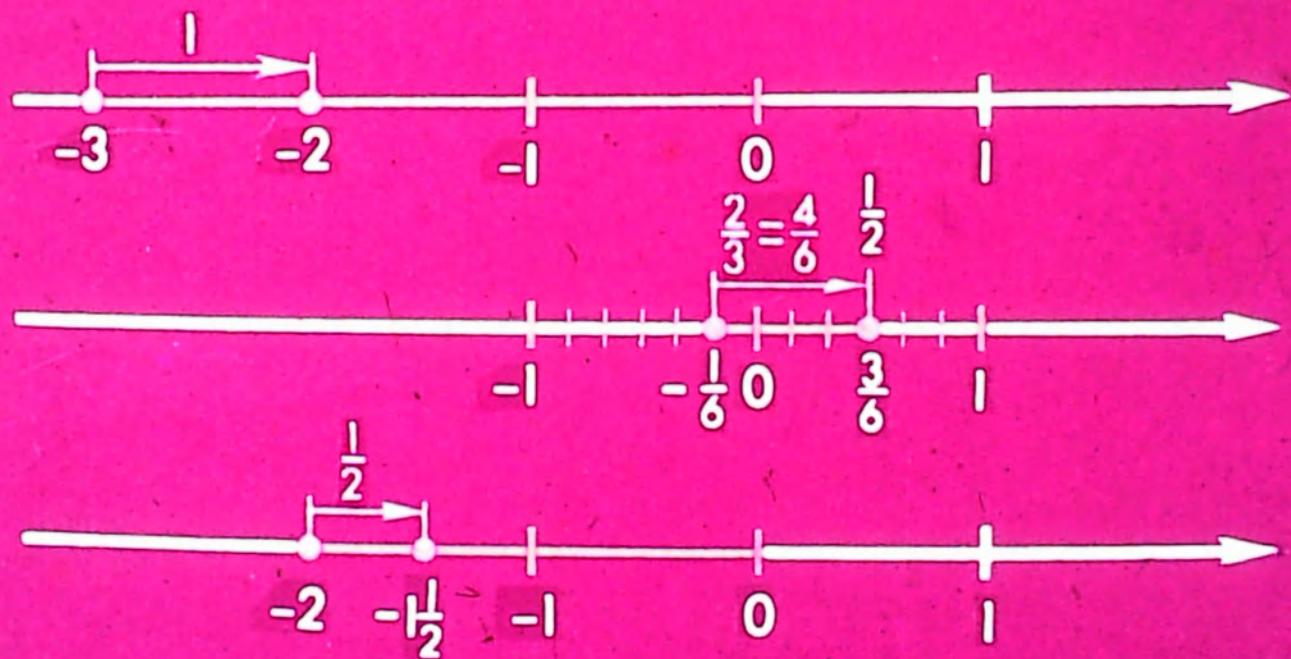
$$3\frac{1}{5} - 1\frac{2}{3} = 3 + \frac{1}{5} + (-1 - \frac{2}{3}) = (3 - 1) + (\frac{1}{5} - \frac{2}{3}) = 2 - \frac{7}{15} = 1\frac{8}{15}$$



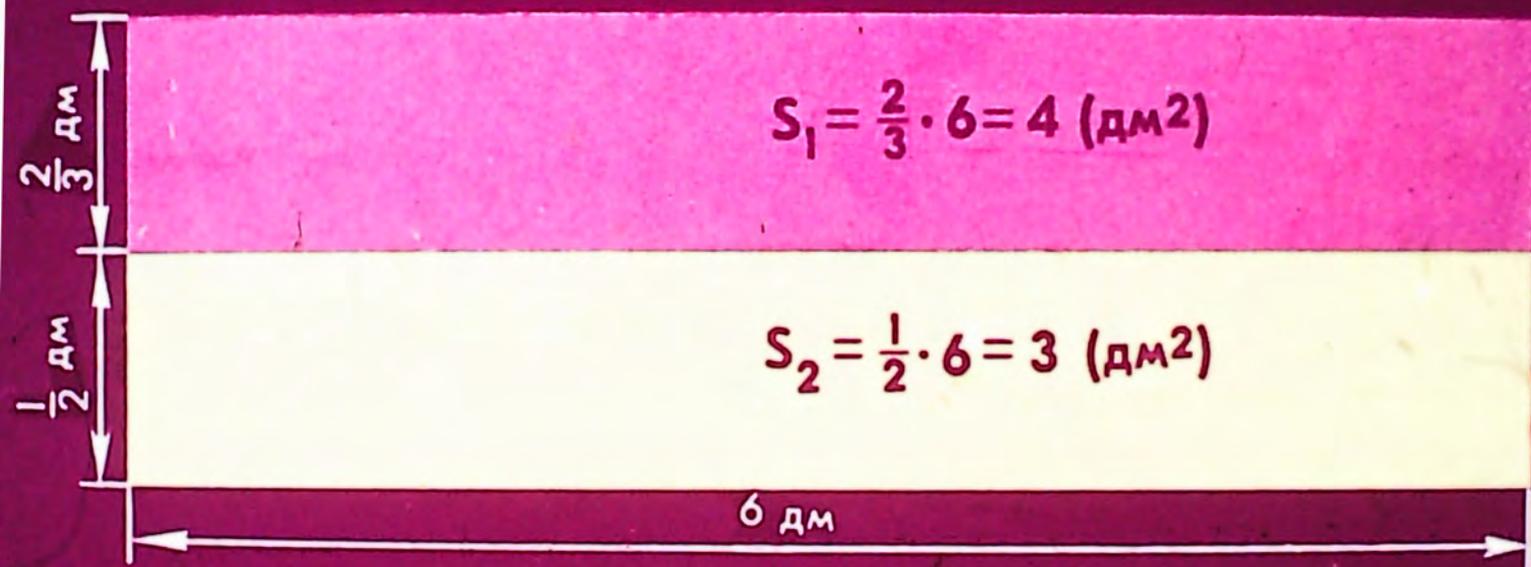
Найдем значение выражения  $3\frac{1}{5} - 1\frac{2}{3}$ . Представим число  $3\frac{1}{5}$  в виде  $3 + \frac{1}{5}$ , а число  $-1\frac{2}{3}$  в виде  $-1 - \frac{2}{3}$ .

Объясните дальнейший ход решения.

$$-3\frac{1}{6} + 1\frac{2}{3} = -3 - \frac{1}{6} + 1 + \frac{2}{3} = (-3 + 1) + (-\frac{1}{6} + \frac{4}{6}) = -2 + \frac{1}{2} = -1\frac{1}{2}.$$



Найдем значение выражения  $-3\frac{1}{6} + 1\frac{2}{3}$ .  
Объясните данный ход решения.



$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) \cdot 6 = \frac{2}{3} \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 6 = 4 + 3 = 7$$

**Распределительный закон умножения относительно сложения верен для любых чисел. Он применяется для упрощения вычислений.**

# КОНЕЦ

Диафильм сделан по заказу  
Министерства просвещения СССР

*Автор кандидат педагогических наук*  
**А. ЧЕСНОКОВ**

*Художник-оформитель И. ШАТАЛОВА*

*Редактор В. ЧЕРНИНА*

**Д-029-78**

Студия «Диафильм» Госкино СССР, 1978 г.  
101 000, Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7

Цветной 0-30